



Tema 5: Transmisión del calor.

1. Introducción

Las leyes de transmisión de calor tienen primordial importancia en el diseño y funcionamiento de múltiples equipos como generadores de vapor, hornos, precalentadores, cambiadores, refrigeradores, evaporadores, condensadores, etc., en innumerables aplicaciones industriales.

En muchos casos el objetivo principal es obtener las máximas velocidades de transmisión de calor por unidad de superficie, compatibles con los factores económicos. En otros casos, como en los cambiadores, recuperadores y regeneradores, el objetivo es el aprovechamiento y recuperación del calor. Finalmente, otras veces interesa hacer mínimas las pérdidas de calor mediante aislamientos.

Los mecanismos básicos de transmisión del calor son conducción, convección y radiación. Sin embargo, en la mayoría de los casos el calor se transfiere simultáneamente en varias de estas formas.

- **Conducción.**

Se define como la transferencia de calor debida a una diferencia de temperaturas, sin desplazamiento apreciable de partículas. La conducción implica la transferencia de energía cinética de una molécula a otra adyacente. Es el mecanismo principal de transmisión de calor en sólidos y se estudia haciendo uso de la ecuación general de conservación de la energía.

- **Convección.**

La transmisión de calor por convección implica la transferencia de calor por mezcla de una parte del fluido con otra. El movimiento del fluido puede producirse por diferencia de densidades causadas por la diferencia de temperatura, como en la convección natural, o bien por medios mecánicos, como en la convección forzada. Es el mecanismo principal de transmisión de calor en fluidos, y para estudiarla se hace uso de leyes experimentales y analogías al no poder definir el estado turbulento.

- **Radiación.**

Un cuerpo caliente emite energía radiante en todas las direcciones. Cuando esta energía alcanza a otro cuerpo, parte de ella puede reflejarse, otra parte puede ser transmitida a través del cuerpo, y el resto es absorbida y transformada en calor. A temperatura elevada la transmisión de calor por radiación es siempre importante, y a veces también lo es a temperatura ambiente. La transmisión por radiación es **exclusiva del calor** y difiere mucho de todas las otras formas materiales de transporte, especialmente en que **no necesita la presencia de un medio material** (de hecho necesita la ausencia de medio o que el medio sea transparente). Se estudia haciendo uso de las leyes básicas de la radiación así como algunas leyes experimentales.

2. Transmisión del calor por conducción

Tal y como se ha expuesto en el tema anterior, es el mecanismo molecular de transporte del calor y se verifica sin movimiento del medio.

Tiene lugar fundamentalmente en el seno de cuerpos sólidos, como paredes de hornos, tuberías, cámaras frigoríficas, o también como frutos que se refrigeran o latas de conserva que se esterilizan.

Puede tener lugar también el líquidos o en gases y, de hecho contribuye al transporte en estos sistemas. Sin embargo en el caso de fluidos los gradientes de temperatura suelen causar convección que tiene una contribución mucho mas alta que la conducción en el seno del fluido.

Para estudiar la conducción del calor utilizaremos las ecuaciones presentadas en el tema 4: ley de Fourier:

$$\vec{q} = -k \cdot \vec{\nabla} T \quad [1]$$

y ecuación de continuidad SIN generación y SIN el componente de transporte másico $\rho C_p \vec{\nabla} \cdot \vec{v}$ que es:

$$\rho C_p \frac{dT}{dt} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{q} \quad [2]$$

Escrita de esta forma es independiente de la geometría y podemos adaptarla con facilidad a cada caso particular.

2.1. Conducción unidimensional en estado estacionario. Cuerpos homogéneos.

En este caso, el flujo de calor se ha establecido de forma estable creando una distribución de temperaturas que NO VARIA CON EL TIEMPO, con lo que el término de derivada respecto del tiempo se hace 0 quedando

$$0 = -\vec{\nabla} \cdot \vec{q} \quad [3]$$

que nos sirve para analizar casos de transmisión de calor en paredes simples de hornos, tuberías o depósitos esféricos que se presentan a continuación.

2.1.1. Geometría plana: sección de paso constante.

La aceptación de estado estacionario y sección de paso constante implica que **la densidad de flujo es constante**, cosa que además se deduce automáticamente de la ecuación de continuidad.

En efecto, tomando la expresión en coordenadas cartesianas del operador nábla $\vec{\nabla}$

$$\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

y si el flujo se mueve en una única dirección, que tomaremos como x, Ec[3] queda

$$0 = \frac{dq_x}{dx}$$

es decir, que q_x es igual a una constante. Por otra parte, la ecuación de Fourier [1] con la expresión unidimensional en cartesianas es

$$q_x = -k \cdot \frac{dT}{dx}$$

integrando entre la condición inicial $x=0$, $T=T_1$, y cualquier punto del interior x que estará a la temperatura T , se obtiene

$$\int_{T_1}^T dT = \int_{x=0}^x -\frac{q_x}{k} dx = -\frac{q_x}{k} \int_{x=0}^{x=e} dx$$

$$T - T_1 = -\frac{q_x}{k} x \quad [4]$$

y aplicando la otra condición de contorno: $x=e$, $T=T_2$

$$q_x = k \frac{T_1 - T_2}{e} \quad [5]$$

que nos da la densidad de flujo de calor, q_x ($J m^{-2} s^{-1}$) en función del espesor de la placa, e , las temperaturas de los extremos, T_1 , T_2 , y la conductividad térmica k . Sustituyendo [5] en [4]:

$$T = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{e} x \quad [6]$$

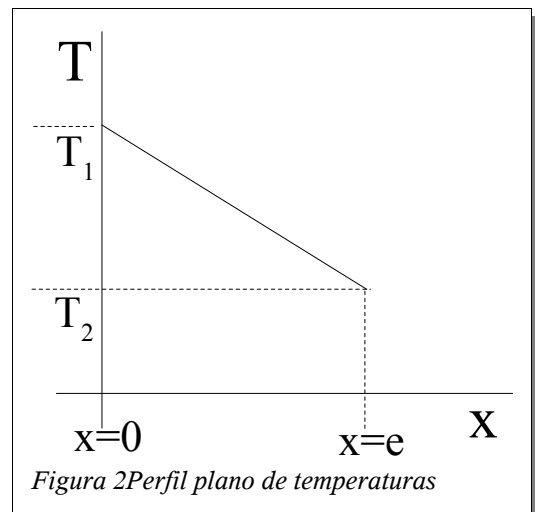
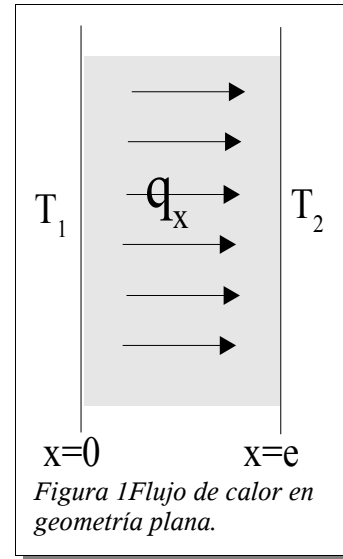
que es la expresión del **perfil de temperaturas** y dice que en este caso el perfil es LINEAL. Nótese que la forma del perfil viene dada por la geometría y no influye en nada la conductividad.

Cuestiones

- A veces la conductividad puede variar con la temperatura, sobre todo cuando las temperaturas son muy diferentes. Considere el caso sencillo de una variación lineal tal como $k = a + bT$, donde a y b son dos constantes. ¿En que ecuación tendría en cuenta esta circunstancia? Integre la ecuación y obtenga una expresión general.

2.1.2. Geometría cilíndrica: incremento lineal de la sección de paso.

En el caso de **flujo radial cilíndrico** la densidad de flujo varía desde un contorno al otro, de forma inversamente proporcional al radio (la sección de paso longitud de una superficie cilíndrica es $2 \pi r L$, por lo que aumenta linealmente con el radio r).



Aunque se puede incorporar este razonamiento a la ecuación de Fourier (poniendo que

$$q_R(R) = q_R(R_o) \frac{R_o}{R} \text{ en su expresión), es más}$$

cómodo aplicar directamente la ecuación de continuidad: escoger coordenadas cilíndricas, escribir que la divergencia de q_R es igual a cero y dejar que solo hay componente radial, esto es

$$\nabla \cdot \vec{q} = \frac{1}{R} \frac{d(Rq_R)}{dR} = 0$$

que se simplifica a ; $\frac{d(Rq_R)}{dR} = 0$ y se integra a

$Rq_R = A$, donde A es una constante que habrá que sacar de las condiciones de contorno y significa lo que ya habíamos dicho: la densidad de flujo disminuye de forma inversamente proporcional al radio.

$$q_R = \frac{A}{R} \tag{7}$$

Ya se puede escribir la ecuación de Fourier con la precaución, de nuevo, de escribir el gradiente de temperaturas en cilíndricas y conservar sólo la componente radial:

$$q_R = -k \frac{dT}{dR} \tag{8}$$

que con la expresión de la densidad de flujo [7] que ya conocemos queda :

$$\frac{A}{R} = -k \frac{dT}{dR}$$

que se despeja a $\frac{dR}{R} = \frac{-k}{A} dT$; y poniendo los límites genéricos del problema

$$\int_{R_1}^R \frac{dR}{R} = \frac{-k}{A} \int_{T_1}^T dT \text{ se integra a}$$

$$\ln \frac{R}{R_1} = \frac{k}{A} (T_1 - T) \tag{9}$$

La constante A sale de la otra condición de contorno que es la situación y temperatura de la cara exterior ($R=R_2, T=T_2$)

$$\ln \frac{R_2}{R_1} = \frac{k}{A} (T_1 - T_2) ; A = \frac{k(T_1 - T_2)}{\ln(R_2/R_1)}$$

densidad de flujo de calor:

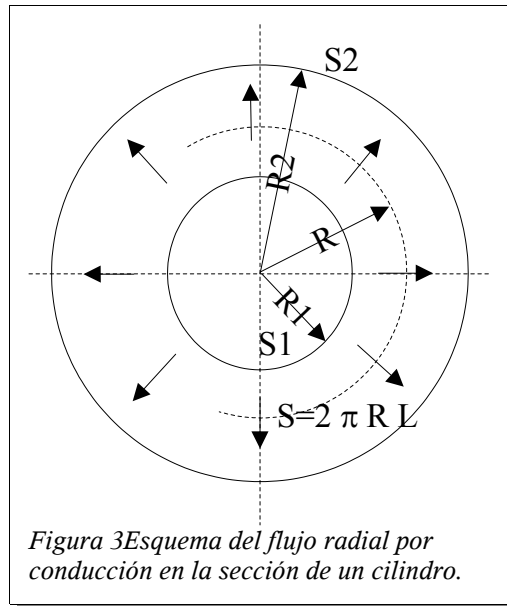


Figura 3 Esquema del flujo radial por conducción en la sección de un cilindro.

$$q_R = \frac{k(T_1 - T_2)}{R \cdot \ln(R_2/R_1)} \quad [10]$$

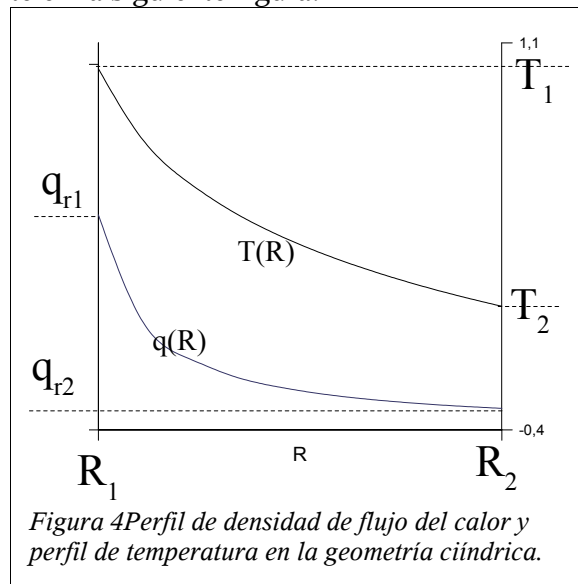
y el **flujo de calor** para un cilindro completo

$$Q = q_{R1} \cdot S_1 = q_{R2} \cdot S_2 = \frac{k 2 \pi R L (T_1 - T_2)}{R \cdot \ln(R_2/R_1)} = k 2 \pi L \frac{(T_1 - T_2)}{\ln(R_2/R_1)} \quad [11]$$

Y sustituyendo la constante A en [9] sale el perfil

$$T = T_1 - \frac{(T_1 - T_2)}{\ln(R_2/R_1)} \ln \frac{R}{R_1} \quad [12]$$

Las formas del perfil de temperaturas y de la densidad de flujo del calor frente al radio se muestran cualitativamente en la siguiente figura:



Cuestiones

- Dibuje la densidad de flujo de calor frente al radio para un sistema elegido por usted. Dibuje el perfil de temperaturas.
- Una tubería de material plástico 2 cm de diámetro interno y 4 mm de espesor de pared conduce agua caliente. En cierta sección del recorrido su temperatura interna es de 55°C y la externa de 48°C. Si su conductividad es de 18 W m⁻¹ °C⁻¹ ¿que flujo de calor escapa por cada metro de conducción en esa zona? ¿Y si las condiciones fuesen las mismas pero la tubería fuese de cobre de 1,5 mm de espesor?
- Conociendo el perfil de temperaturas ¿puede averiguar la conductividad?

Area media logarítmica

Una interesante variación de la ecuación [10] es la siguiente. Sea L la longitud de la superficie cilíndrica de intercambio, con lo que las superficies interna y externa son $S_1 = 2 \pi R_1$

L y $S_2 = 2\pi R_2 L$. Particularizando [10] a R_2 y multiplicando por el área a ambos lados:

$$Q = q_{R_2} \cdot S_2 = q_{R_1} \cdot S_1 = 2\pi L k \frac{(T_1 - T_2)}{\ln(R_2/R_1)} = k \frac{2\pi L (R_2 - R_1)}{\ln(2\pi L R_2 / 2\pi L R_1)} \frac{(T_1 - T_2)}{(R_2 - R_1)}$$

$$Q = k \frac{(S_2 - S_1)}{\ln(S_2/S_1)} \frac{(T_1 - T_2)}{(R_2 - R_1)} = k (S_{ml}) \frac{(T_1 - T_2)}{(e)} \quad [13]$$

Donde S_{ml} es la media logarítmica de las superficies interna e interna y e es el espesor de la pared cilíndrica. La Ec[13] provee de una forma extraordinariamente sencilla de calcular flujos de calor en sistemas con flujo radial único. Además, para espesores de pared pequeños ($S_e < 2S_i$) la media logarítmica se puede tomar igual a la aritmética sin error apreciable.

2.1.3. Geometría esférica: sección de paso con incremento geométrico.

En el caso de **flujo radial esférico** la densidad de flujo varía desde un contorno al otro, de forma inversamente proporcional a la sección de paso, pero ahora la sección de paso se incrementa con el cuadrado del radio ($4\pi R^2$), por lo que q_R varía de forma **inversamente proporcional al cuadrado del radio**.

Aplicamos directamente la ecuación de continuidad al caso : escóganse coordenadas esféricas, escribir que la divergencia de q_R es igual a cero (EE sin generación) y dejar solo la componente radial, esto es

$$\nabla \cdot \vec{q} = \frac{1}{R^2} \frac{d(R^2 q_R)}{dR} = 0$$

que se simplifica a ; $\frac{d(R^2 q_R)}{dR} = 0$ y se integra a $R^2 q_R = A$, donde A es una constante

que habrá que saldrá de las condiciones de contorno. Como nos decía la intuición, la densidad de flujo disminuye de forma inversamente proporcional al cuadrado del radio.

$$q_R = \frac{A}{R^2} \quad [14]$$

Ya se puede escribir la ecuación de Fourier con el gradiente de temperaturas en esféricas y sólo componente radial:

$$q_R = -k \frac{dT}{dR}$$

$$\frac{A}{R^2} = -k \frac{dT}{dR} \text{ , que se in}$$

tegra despeja según $\frac{dR}{R^2} = \frac{-k}{A} dT$ y se integra con las condiciones de contorno del lado interno ($R=R_1, T=T_1$) a:

$$\int_{R_1}^R \frac{1}{R^2} dR = \frac{-k}{A} \int_{T_1}^T dT$$

$$\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R} \right) = \frac{k}{A} (T_1 - T) \quad [15]$$

La constante A se obtiene de aplicar la segunda ecuación de contorno ($R=R_2, T=T_2$)

$$\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{k}{A} (T_1 - T_2) \quad ; \quad A = \frac{k(T_1 - T_2)}{(1/R_1 - 1/R_2)}$$

Que, sustituida en la ecuación [14] da la densidad de flujo en función del radio

$$q_R = \frac{k(T_1 - T_2)}{R^2(1/R_1 - 1/R_2)} \quad [16]$$

que evaluado sobre cualquiera de las superficies, permite calcular el flujo

$$Q = q_{R1} S_1 = q_{R2} S_2 = \frac{k 4\pi R_2^2 (T_1 - T_2)}{R_2^2 (1/R_1 - 1/R_2)} = 4\pi k \frac{(T_1 - T_2)}{(1/R_1 - 1/R_2)} \quad [17]$$

y, con Ec[14], despejando convenientemente, sale el perfil de temperaturas:

$$T = T_1 + \frac{(T_1 - T_2)}{(1/R_1 - 1/R_2)} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R} \right) \quad [18]$$

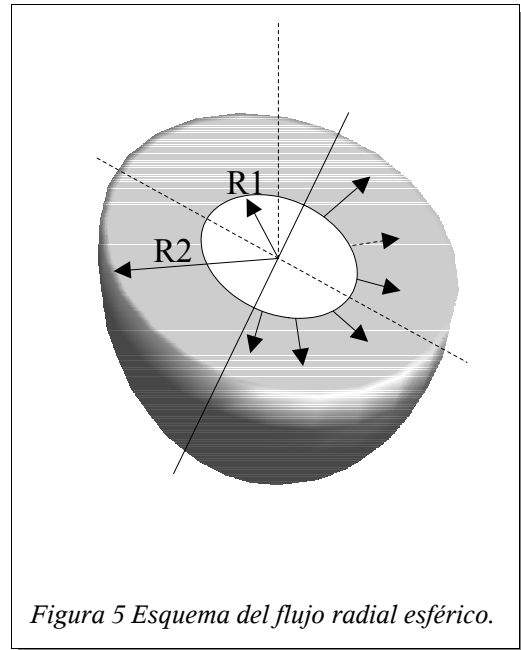


Figura 5 Esquema del flujo radial esférico.

Cuestiones

- Obtenga y represente el perfil de temperaturas y de densidad de flujo del calor para un caso con esta geometría propuesto por vd mismo, como por ejemplo un horno semiesférico. Ponga vd las temperaturas, dimensiones y propiedades físicas necesarias.
- Considere el caso de un depósito esférico de 5 m³ que contiene nitrógeno líquido a la presión atmosférica. El depósito está aislado por una capa 25 cm de material aislante de $k=0,025 \text{ W m}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Aceptando como estimación que la pared interna del aislante está a la temperatura de ebullición del nitrógeno y la exterior a la del ambiente (22°C), calcule la densidad de flujo de calor en las superficies externa e interna. Calcule el flujo de calor. Calcule las pérdidas de nitrógeno. Si el depósito se encuentra lleno a la mitad de su capacidad ¿cuanto tardará en vaciarse?

- Respecto al caso anterior, ¿es mejor un único depósito de 5000 L o dos de 2500? ¿Por qué? ¿Cree que otra geometría produciría menos pérdidas? Si el depósito fuese cilíndrico ¿que altura y radio elegiría? ¿Gastaría más en aislante en el cilíndrico que en el esférico? ¿Que tiene de especial el esférico para ser el que menos pérdidas de calor produce?
- Cuando los espesores de las paredes son pequeños ($R_1 \approx R_2$) ¿que pasa con las ecs [16] y [17]? Compárelas con el flujo plano unidimensional. ¿Pasa igual con la geometría cilíndrica?

Area media geométrica

Una interesante variación de la ecuación [17], análoga a la que se obtuvo para el flujo radial cilíndrico (su deducción se omite) es la siguiente:

$$Q = k (S_{mg}) \frac{(T_1 - T_2)}{(e)} \quad [19]$$

Donde S_{mg} es la **media geométrica de las superficies** $S_1 = 4 \pi R_1^2$ y $S_2 = 4 \pi R_2^2$, definida por

$$S_{mg} = \sqrt{S_1 \cdot S_2} = 4 \pi R_1 \cdot R_2$$

2.1.4. Transmisión por conducción en otras geometrías.

No es fácil decir nada general a cerca del perfil de temperaturas o la densidad de flujo en otras geometrías, salvo que hay que seguir a misma estrategia de adaptar la ecuación de continuidad y Fourier a un sistema de coordenadas favorable.

Cuando no se pueda encontrar una expresión analítica, siempre se pueden usar métodos numéricos que aquí se van a omitir.

No obstante, es posible una generalización muy útil inspirada en las ecuaciones [13] y [19] que sugiere que el flujo de lcalor se puede calcular por una expresión del tipo:

$$Q = k (S_G) \frac{(T_1 - T_2)}{(e)} \quad [20]$$

donde S_G se denomina **superficie generalizada** y depende de la geometría.

Analíticamente ya hemos obtenido que S_G es la media logarítmica de las superficies interna y externa para la geometría cilíndrica, la media geométrica para la geometría esférica y sería la media aritmética para flujo plano en flujo variable como el que ocurriría en un tronco de pirámide. Pero además se encuentran en bibliografía **valores empíricos** de este area que se pueden usar en geometrías como **recipientes paralelepípedicos de paredes gruesas** como los envases aislantes alimentarios, conducciones de sección cuadrada o paralelepípedica u hornos de alta temperatura. Algunas de estas expresiones para S_G se exponen en la siguiente tabla. Se pueden encontrar otros en la bibliografía.

Tabla 1 Areas medias generalizadas para diferentes geometrías.

	Nombre	Expresión
ANALÍTICAS		



	Nombre	Expresión
Flujo plano unidimensional	Media aritmética	$(S_1 + S_2)/2$
Flujo radial cilíndrico unidimensional	Media logarítmica	$(S_1 - S_2)/\ln(S_1/S_2)$
Flujo radial esférico unidimensional	Media geométrica	$(S_1 \cdot S_2)^{1/2}$
EMPÍRICAS*		
Recipiente paralelepípedo de espesor de pared x , area interna total S_1 area externa total S_2 y siendo Σy la suma de todas las aristas internas (en m y m^2)		
Todas las aristas mayores que $x/5$ y menores que $x/2$		$S_1 + 0,542 x \Sigma y + 1,2x^2$
Cuatro aristas menores que $x/5$		$S_1 + 0,465 x \Sigma y + 0,35x^2$
Ocho aristas menores que $x/5$		$\frac{2,78 y_{max} x}{\log(S_2/S_1)}$
Las doce aristas menores que $x/5$		$0,76(S_1 \cdot S_1)^{1/2}$

*De Ocon y Tojo. Otros valores, en bibliografía.

2.2. Conducción unidimensional en estado estacionario: paredes compuestas

En muchos casos de gran importancia el calor se propaga no a través de una, sino de varias paredes en serie. Entran dentro de esta importante categoría de problemas los casos de aplicación de aislantes a paredes y conducciones.

En la conducción por una pared compuesta el calor atraviesa materiales de diferentes conductividades térmicas impulsado por una diferencia de temperaturas. Aparece como antes una temperatura interior y otra exterior, pero además surge la cuestión de conocer las temperaturas intermedias entre paredes.

En general, si tenemos una pared compuesta, o planeamos formarla añadiendo un aislante, el problema que más nos preocupará será determinar el flujo de calor conocidas las conductividades, espesores de las paredes y la diferencia de temperaturas interna y externa, que son las que podemos observar más fácilmente.

A continuación se trata este problema en las diferentes geometrías. Se va a hacer para 3 paredes en serie, pero como vd comprobará, la lógica de la extensión es sencilla y vd mismo podrá generalizarlo para n capas de material.

2.2.1. Flujo plano unidimensional

En este caso, tanto el flujo de calor Q como la densidad de flujo q son constantes a través de cada pared. La resolución del caso se limita a aplicar la ecuación del flujo plano

unidimensional:

$$Q = S_i k \frac{T_{i1} - T_{i2}}{e_i} \quad [21]$$

Donde S_i es la superficie de transferencia. Por la geometría, todas las S son iguales. El espesor de cada capa se denomina e_i y T_{i1} y T_{i2} son las temperaturas a cada lado de la capa i . Aceptemos de momento que las temperaturas de las capas que se tocan son iguales. En este caso y fijándonos en el diagrama se cumple que:

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q$$

$$k_1 S_1 \frac{T_2 - T_1}{e_1} = k_2 S_2 \frac{T_3 - T_2}{e_2} = k_3 S_3 \frac{T_4 - T_3}{e_3} \quad [22]$$

Que forma un sistema de 2 ecuaciones independientes. Conocidos los espesores, las conductividades y cualquier par de temperaturas (habitualmente T_1 y T_4), se obtiene como solución las temperaturas que faltan ya que $S_1 = S_2 = S_3$.

El flujo de calor se obtiene de Ec. [21]

Una forma más cómoda se obtiene reagrupando de [22]

$$Q = \frac{T_2 - T_1}{\frac{e_1}{k_1 S}} = \frac{T_3 - T_2}{\frac{e_2}{k_2 S}} = \frac{T_4 - T_3}{\frac{e_3}{k_3 S}} \quad [23]$$

es decir

$$(a) Q \frac{e_1}{k_1 S} = T_2 - T_1; (b) Q \frac{e_2}{k_2 S} = T_3 - T_2; (c) Q \frac{e_3}{k_3 S} = T_4 - T_3 \quad [24]$$

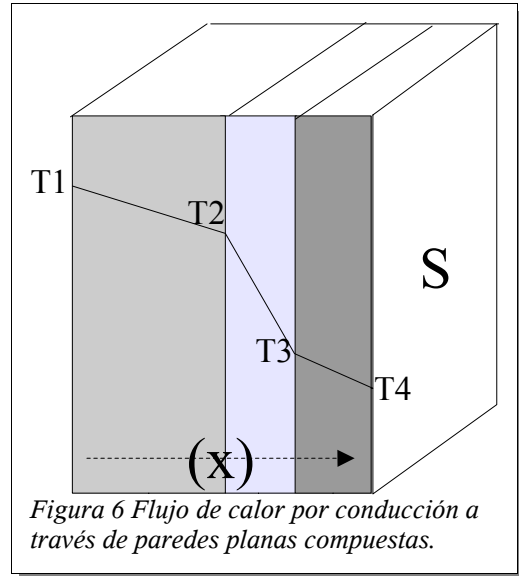
Sumando (a) + (b) + (c) se anulan las temperaturas intermedias quedando Q en función de las temperaturas de los extremos. Sacando factor común Q :

$$T_4 - T_1 = Q \left(\frac{e_1}{k_1 S} + \frac{e_2}{k_2 S} + \frac{e_3}{k_3 S} \right) \quad [25]$$

y finalmente

$$Q = \frac{(T_4 - T_1)}{\left(\frac{e_1}{k_1 S} + \frac{e_2}{k_2 S} + \frac{e_3}{k_3 S} \right)} = S \frac{(T_4 - T_1)}{\left(\frac{e_1}{k_1} + \frac{e_2}{k_2} + \frac{e_3}{k_3} \right)} \quad [26]$$

Que junto con [23] resuelve el problema.



Cabe destacar que los cocientes $\frac{e}{kS}$ representan la **resistencia** (R_s) de cada pared al paso del calor, y la suma que aparece en el denominador de la parte izquierda de [24] es la suma de resistencias de cada pared que es lo que se opone al flujo de calor. Esto da pie a introducir una forma de tener en cuenta que **las uniones entre paredes no son perfectas** e introducen cierta resistencia que se puede tener en cuenta por el **coeficiente de resistencia de la unión R_u** ; del que existe cierta información en bibliografía (Costa Novella y cols. vol 3) y que puede ser suministrado por el fabricante de aislantes para que sea tenido en cuenta en el cálculo.

2.2.2. Flujo radial cilíndrico

En este caso, tanto el flujo de calor Q es constante pero la densidad de flujo q varía con el radio. Aun así podemos obtener una ecuación análoga a [21] haciendo uso del área media logarítmica:

$$Q = (S_i)_{ml} k \frac{T_{i1} - T_{i2}}{e_i} \quad [27]$$

Donde $(S_i)_{ml}$ es la media logarítmica de la pared i . Por la geometría, todas las S son iguales. Ya sabemos lo que son e_i y T_{i1} y T_{i2} . Operando exactamente igual que en el apartado anterior obtenemos:

$$Q = \frac{T_2 - T_1}{\frac{e_1}{k_1(S_1)_{ml}}} = \frac{T_3 - T_2}{\frac{e_2}{k_2(S_2)_{ml}}} = \frac{T_4 - T_3}{\frac{e_3}{k_3(S_3)_{ml}}} \quad [28]$$

Y evidentemente,

$$Q = \frac{(T_4 - T_1)}{\left(\frac{e_1}{k_1(S_1)_{ml}} + \frac{e_2}{k_2(S_2)_{ml}} + \frac{e_3}{k_3(S_3)_{ml}} \right)} \quad [29]$$

Por tanto los términos $\frac{e_i}{k_3(S_3)_{ml}}$ representan las resistencias de las paredes cilíndricas.

2.2.3. Flujo radial esférico

Sin duda vd habrá obtenido como consecuencia que en el flujo esférico las expresiones son similares pero con el área media geométrica. Efectivamente.

$$Q = \frac{T_2 - T_1}{R_{s1}} = \frac{T_3 - T_2}{R_{s2}} = \frac{T_4 - T_3}{R_{s3}} \quad [28]$$

Y,

$$Q = \frac{(T_4 - T_1)}{(Rs_1 + Rs_2 + Rs_3)} \quad [29]$$

Donde cada Rs_i es la resistencia de cada pared $\frac{e_i}{k_i(S_i)_{mg}}$.

2.2.4. Fórmula general para paredes múltiples

En un sistema con n paredes sean T_1 y T_{n+1} las temperaturas de los extremos, e_i los espesores, k_i las conductividades de los materiales y, si dispone de ellos, Ru_i los coeficientes de resistencia de contacto, en general

$$Q = \frac{(T_{n+1} - T_1)}{\sum_i (Rs_i + Ru_i)} \quad [30]$$

con $Re_i = \frac{e_i}{k_i(S_i)_G}$ siendo $(S_i)_G$ el área generalizada pertinente según la Tabla 1.

Cuestiones

- Suponga que desea conocer la conductividad de un material y solo dispone de termómetros y de otro material de conductividad conocida. Proponga un experimento que le permita cumplir sus objetivos.
- Una placa plana delgada de material de conductividad muy elevada se encuentra en medio de dos placas gruesas de conductividad igual y muy baja y del mismo espesor. Dibuje el perfil de temperaturas. ¿Y si fuesen cilíndricas?
- Vd dispone de un almacén frigorífico constituido por paredes de ladrillo planas de 10 cm de espesor y cuyo interior se encuentra a 2°C. La temperatura de la superficie exterior puede llegar a los 30°C, lo que le ocasiona importantes gastos, por lo que considera poner una capa de un aislante de 25 cm. Calcule las pérdidas por m² antes y después de poner el aislante si la conductividad del ladrillo es de 2,5 W m⁻¹ °C⁻¹ y la del aislante 0,05. Calcule la temperatura en la superficie de contacto ladrillo-aislante.
- Una tubería de acero de 4 cm de diámetro y 2mm de espesor conduce vapor saturado a 5 atm y vd desea aislarla. Está considerando poner una capa de 5 cm de un aislante de conductividad 0,105 W m⁻² °C⁻¹ recubierto por una capa de 0,5 cm de un polímero de sujeción que también es aislante () pero que no soporta temperaturas de más de 60°C. Calcule las pérdidas por metro de tubo del sistema aislado sabiendo que su temperatura exterior resulta de 28°C, y la temperatura máxima que soportará la capa de sujeción.

2.3. Conducción en estado no estacionario

La conducción en el estado no estacionario ocurre cuando se produce una variación de la temperatura con el tiempo durante el transcurso de la operación. Durante el comienzo o arranque (y en la parada, claro) de una operación siempre hay una fase no estacionaria, pero

no es ésta la que nos interesa. Las **operaciones** que estudiamos aquí son las **que transcurren todo el tiempo en estado no estacionario**.

Ocurre esto por ejemplo en la refrigeración de frutos, en la esterilización de latas de conserva y en la congelación, aunque ésta última transcurre con cambio de fase y su estudio se reserva a un tema aparte.

Estudiamos, por tanto, operaciones en estado no estacionario, sin cambio de fase, sólo por conducción (sin transporte másico), y sin generación ó consumo de calor (la congelación es en cierta forma una generación). En estas condiciones la ecuación de continuidad es:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{q}$$

Los problemas de este tipo, al contrario de los que hemos visto, están más orientados a obtener la distribución de temperaturas en un instante dado, mientras que los flujos de calor suelen evaluarse macroscópicamente (balances macroscópicos de energía). aquí lo importante es saber, por ejemplo, cuanto tiempo tardará el centro de una lata de chopped en llegar a 120°C en unas condiciones. Por ello se estudia directamente la distribución de temperaturas. La ecuación a usar, con k constante, es:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \nabla^2 \cdot T \quad [31]$$

2.3.1. TC por Conducción en Estado No Estacionario, caso unidimensional, geometrías plana, cilíndrica y esférica.

En el caso mas sencillo de flujo unidimensional y geometría plana queda (escoger el laplaciano en cartesianas y dejar solo una componente, sea la x)

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad [32]$$

Para integrar esta ecuación hay que aceptar determinadas **condiciones de contorno**.

La **más importante** de todas es la relación que existe entre las **resistencias externa e interna**.

Cuando la **resistencia interna** << **resistencia externa** el caso es trivialmente sencillo porque toda la masa del sólido se encuentra a la misma temperatura. El caso se trata en el **apartado 2.3.1.a**.

Cuando lo anterior no ocurre pueden ocurrir una variedad de circunstancias de evolución del proceso, tamaño y de resistencias relativas que se tratan los apartados sucesivos.

2.3.1.a. Resistencia interna despreciable ($Bi < 0,01$)

Ocurre en casos como **sólidos** muy conductores (ej: metálicos) **pequeños** en un **fluido poco conductor** (como el aire) y/o **poco agitado**. Podría ocurrir, por ejemplo, enfriando guisantes por convección natural en aire.

Se basa en aplicar los principios de transferencia del calor por convección entre el baño y la superficie del sólido y un balance macroscópico al sólido.

El caso es muy sencillo porque sólo se tiene la temperatura del baño, T_{∞} , y la del sólido, T (inicialmente T_0), que es la misma en toda la masa. También se necesita la masa de sólido, M , y la superficie específica a ($\text{m}^2 \text{m}^{-3}$) que es fácil de calcular para formas geométricas sencillas ($a_{\text{cubos}} = 1/L$, $a_{\text{esferas}} = 3/R$, $a_{\text{cilindro } L=D} = 4/R$, todo en (m^{-1})), la capacidad calorífica del sólido, C_p , y el coeficiente individual de convección, h . En el caso isoterma ($T_{\infty} = \text{constante}$):

$$Q_{\text{convección}} = M C_p \frac{dT}{dt}$$

$$h \frac{M}{\rho} a (T_{\infty} - T) = M C_p \frac{dT}{dt} \quad ; \text{ separando } \frac{h a}{\rho C_p} dt = \frac{dT}{(T_{\infty} - T)} \text{ e integrando}$$

$$t = \frac{\rho C_p}{h a} \ln \left(\frac{T_{\infty} - T_0}{T_{\infty} - T} \right) = Fo Bi \ln \left(\frac{T_{\infty} - T_0}{T_{\infty} - T} \right)$$

(note que el Fo definido arriba es un Fo un poco especial porque toma valores de longitud característica como volumen/superficie -el inverso de a - y resulta algo diferente de lo que venimos usando y de lo que aparece más habitualmente en bibliografía; por ejemplo, la longitud característica de la esfera resulta ser $R/3$ en vez de R).

O también:

$$\frac{(T_{\infty} - T)}{(T_{\infty} - T_0)} = e^{-t \frac{\rho C_p}{h a}}$$

Otro caso es el adiabático, de interés experimental. Implica otro balance de energía al fluido de intercambio. Su planteamiento y resolución se deja al alumno.

Cuestiones

- Usted pretende enfriar frutos (de conductividad aproximada $k=0,5 \text{ W m}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$) con aire en una cámara no ventilada artificialmente de forma que $2,1 \text{ W m}^{-2} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ y se pregunta a partir de que tamaño de fruto puede aplicar la hipótesis de resistencia interna despreciable. ¿Puede aplicarla enfriando guisantes? ¿Y sandías? ¿Y en el caso de una cámara bien ventilada mecánicamente en la que $h=100 \text{ W m}^{-2} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$? ¿Y enfriando en un baño de agua con $h=1500 \text{ W m}^{-2} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$?
- Calcule el tiempo de enfriamiento en la primera cámara descrita en el ejemplo anterior para guisantes de 8 mm de diámetro si $\rho=980 \text{ kg m}^{-3}$ y $C_p=3,36 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.

2.3.1.b. Resistencia interna significativa: Sólido semiinfinito

El primer caso de este apartado que se va a estudiar es el conocido como el “sólido semiinfinito” y ocurre en cuerpos muy grandes cuyo interior nunca llega a calentarse (o enfriarse) o en los primeros momentos del intercambio de calor cuando el centro no llega a afectarse.

El caso semiinfinito tiene validez mientras el centro no comienza a calentarse. Rsto puede

ser porque **el sólido es muy grande** o **el tiempo que a pasado es muy pequeño**.

Varios autores coinciden con que esta hipótesis es perfectamente aceptable cuando

$$Fo < 0,077 \text{ (caso sólido semiinfinito)}$$

Resistencia externa nula ($Bi > 40$)

Las condiciones de este caso son:

- **Distribución inicial** de temperaturas constante: cuando $t=0$, $T(x)=T_0$ en todo x .
- **Resistencia externa nula** Se acepta que la temperatura de la superficie del sólido coincide siempre con la del baño.

Con estos presupuestos, la geometría resulta irrelevante.

En este caso se puede integrar [32] en función de las siguientes variables adimensionales

Temperatura: aproximación fraccional (Y)

$$Y = \frac{T - T_{\infty}}{T_0 - T_{\infty}} \quad [33]$$

Donde T es la temperatura del instante considerado, T_{∞} es la temperatura del medio (a la que se pondrá el cuerpo cuando lleve un tiempo muy largo) y T_0 es la temperatura inicial.

Módulo P : (P)

$$P = \frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}$$

donde x es la distancia desde la superficie, α es la difusividad térmica y t es el tiempo.

Entonces, la solución de [32] viene dada por:

$$Y = f(P)$$

Donde $f(P)$ resulta ser una distribución de probabilidad cuya expresión es la siguiente:

$$f(P) = \text{erf}(P) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^P e^{-x^2} dx$$

Sus valores se encuentran tabulados y presentan a continuación (aunque vd. podría decidir que prefiere programarla en su calculadora)

P	f	P	f	P	f	P	f
0,000	0,000	0,600	0,604	1,200	0,910	1,800	0,989
0,100	0,112	0,700	0,678	1,300	0,934	1,900	0,993
0,200	0,223	0,800	0,742	1,400	0,952	2,000	0,995



<i>P</i>	<i>f</i>	<i>P</i>	<i>f</i>	<i>P</i>	<i>f</i>	<i>P</i>	<i>f</i>
0,300	0,238	0,900	0,797	1,500	0,966	2,100	0,997
0,400	0,428	1,000	0,842	1,600	0,976	2,200	0,998
0,500	0,521	1,100	0,880	1,700	0,984	2,500	1,000

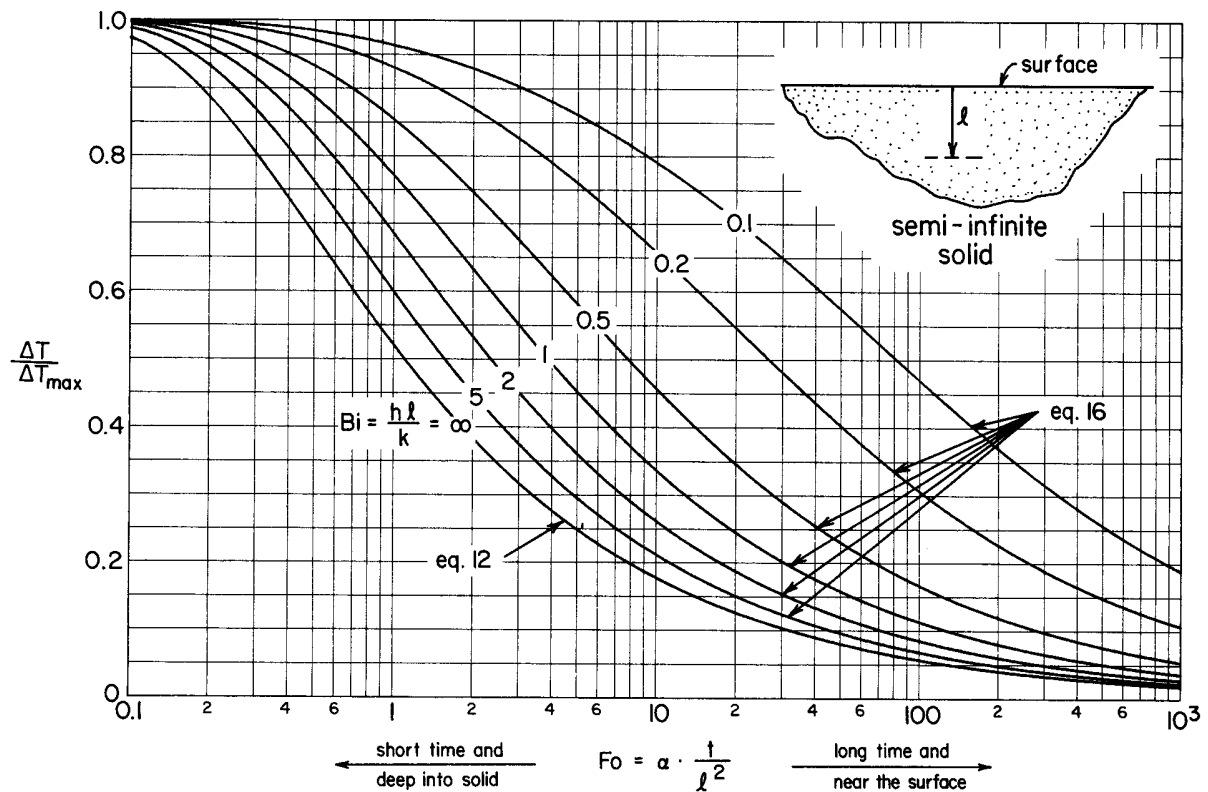
Esta ecuación permite resolver problemas de casos como **escaldado o pelado al vapor**, en lo que lo importante no es la temperatura del centro, que resulta invariada, sino la de las capas exteriores en los primeros momentos del tratamiento.

Además, el flujo de calor se puede evaluar en cada instante por

$$\frac{q}{S} = \frac{k(T_{\infty} - T_0)}{\sqrt{\pi \alpha t}}$$

Resistencia externa e internas significativas (0,1<Bi<40)

En este caso, la temperatura de la superficie es algo diferente a la del baño porque hay resistencia de la convección externa. La solución es algo más complicada y lo mejor es obtenerla de la siguiente gráfica tomada del libro de O. Levenspiel. La línea de Bi=infinito es la solución de erf(P).



Gráfica 1 Distribución de temperaturas con el tiempo y la posición para el enfriamiento o calentamiento de un sólido semiinfinito.

Cuestiones

- Desea escaldar tomates de 8 cm de diámetro usando un chorro de vapor de 120°C. Si los tomates están inicialmente a 20°C, calcular el tiempo que llevará que se alcancen 100°C en un punto a 2mm bajo la superficie. (Tome las propiedades del tomate aproximadamente iguales a las del agua ya que el tomate contiene más del 95% de humedad).
- En el caso anterior, desea vd estimar la cantidad de vapor que va a necesitar para escaldar 8 kg de tomates por segundo que son alimentados de forma continua. Se puede aceptar que los tomates tienen forma de esfera, que su densidad es 1000 kg m⁻³ y que el tamaño medio es de 8 cm de diámetro.
- ¿Cómo afectaría en cada uno de los problemas anteriores que los frutos tratados con vapor en vez de esféricos se pudiesen considerar cilíndricos (con L=D si es que esto fuese necesario)?

2.3.1.c. Resistencia interna significativa: Sólidos finitos

De todas formas, es mucho más habitual el caso de los cuerpos cuya temperatura central comienza a alterarse muy pronto, invalidando las condiciones de contorno anteriores: Ésto se

trata a continuación.

Ahora, las condiciones de contorno, en el caso más simple, son:

- **Distribución inicial** de temperaturas constante: cuando $t=0$, $T(x)=T_0$ en todo x .
- **Simetría** : El cuerpo es calentado o enfriado por todas partes. En su centro térmico ($x=0$) ha de cumplirse pues que $\frac{\partial T}{\partial x}=0$.

- **Balance de flujos**: lo que sale o entra por conducción en la superficie externa ha de ser igual a lo que llega por convección. Aceptemos que ésto se uede expresar así:

$$-k \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=x_1} = h(T_{x_1} - T_{\infty}) \quad , \text{ donde } h \text{ es el}$$

coeficiente individual de transmisión del calor que se ha mencionado en el tema de fenómenos de transporte y que se definirá con más precisión en el epígrafe siguiente.

La Ec[32], y sus análogos en las geometrías cilíndrica y esférica, tienen solución analítica si se pone en función de las siguientes variables adimensionales:

Temperatura: fraccional (Y) (ya definida)

Tiempo: número de Fourier (X ó Fo)

$$X = \frac{\alpha t}{x_1^2} \quad [34]$$

Donde α es la difusividad térmica del cuerpo, t es el tiempo y x_1 es la dimensión característica del cuerpo, a saber:

x_1 = radio en esfera y cilindro

x_1 = semiespesor ($1/2$ del espesor) en la lámina plana

Resistencia externa : número de Biot (Bi o su inverso m)

$$Bi = \frac{h x_1}{k} \quad \text{ó} \quad m = \frac{k}{h x_1} \quad [35],[36]$$

Cuyo significado se discutirá en clase.

Posición adimensional (n)

$$n = \frac{x}{x_1} \quad [37]$$

Donde x es la distancia desde el centro térmico y, por tanto $n=0$ designa al centro y $n=1$ a

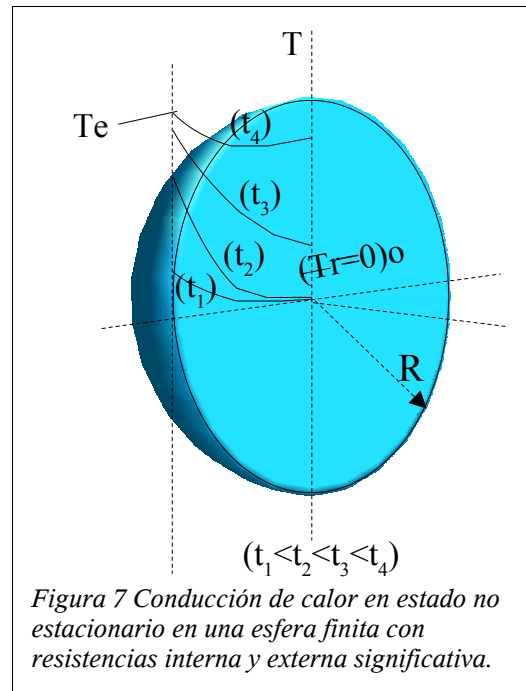


Figura 7 Conducción de calor en estado no estacionario en una esfera finita con resistencias interna y externa significativa.

la superficie del cuerpo.

La **solución** de ec [32] y su contorno no se puede expresar como una combinación finita de funciones y es, por tanto, un poco engorrosa de manejar. Afortunadamente Gurney y Laurie, en 1923 representaron la solución de [32] y sus homólogas en las gráficas que se acompañan.

Estudiemos los problemas tipo que se pueden resolver con estas gráficas.

Problemas tipo

Siempre se ha de partir de la base que se conocen las propiedades físicas del cuerpo y del fluido de intercambio, a saber geometría, α , k , h , x_1 la temperatura del ambiente T_∞ (que normalmente la elegimos nosotros) y la temperatura inicial T_0 .

Si no es así es un problema especial (estamos investigando o desarrollando un nuevo proceso y probablemente dispondremos de otros medios). Si es así, conocemos Bi ó m . Las gráficas que acompañamos están en función de m . Entonces habremos elegido ya la gráfica pertinente y la familia de trazos adecuada (según m)

1.-Dada una posición y un temperatura, calcular el tiempo requerido.

Es el planteamiento más usual. Generalmente, además, el punto que se desea conocer es el centro térmico $n=0$. La resolución es:

- con x , calcular n , elegir la línea.
- con T , calcular Y
- entrar por ordenadas, cortar la línea pertinente y leer el valor de X en abscisas
- despejar el tiempo t de X

2.-Dada una posición y un tiempo, calcular la temperatura alcanzada.

Es un planteamiento menos frecuente que el anterior. Suele ser un complemento al anterior problema en el que ya conocemos el tiempo y nos preguntamos qué pasa en otra posición. La resolución es

- con x , calcular n , elegir la línea.
- con t , calcular X
- entrar por abscisas, cortar la línea pertinente y leer el valor de Y en ordenadas
- despejar la temperatura T de Y

3.-Conocido el tiempo y la temperatura, calcular la posición

Es el menos frecuente con mucho. Aparece por ejemplo en problemas de escaldado: para un tiempo dado queremos saber hasta donde ha llegado el frente de escaldado ($T_{\text{escaldado}}$).

- con T , calcular Y
- con t calcular X
- dibujar el punto X, Y
- ver aproximadamente en que línea de n cae: esta es la posición probable

Si no se tiene una gráfica con m muy aproximado al real, esto es muy poco fiable.

Cuestiones

- Un entrecot de 3,5 cm de grueso, inicialmente a 20°C, se asa entre dos láminas de metal a 200°C. Estime (basta una estimación) el tiempo que tardará el centro en llegar a 100°C. En ese momento ¿a que temperatura estará un punto que se encuentre a 0,5 cm de la superficie?
- Si la yema de huevo se desnaturaliza a 72°C ¿que tiempo tarda un huevo de gallina de tamaño medio en cocerse totalmente si se pone a hervir en agua? (la resistencia externa es despreciable, se considera no significativa la resistencia de la cáscara, no tenga en cuenta que la desnaturalización es ligeramente endotérmica). ¿Y si quisiera el huevo pasado por agua? ¿Y si va a cocinar un huevo de avestruz pasado por agua? ¿Como influiría en sus cálculos el irse a vivir a un planeta donde la presión atmosférica fuese de 1,2 atm?
- Observe una lata de mortadela cualquiera. Acéptese que puede representarse por un cilindro infinito. Obtenga los datos que necesite (enumerelos y búselos o haga suposiciones razonables sobre ellos) y calcule el tiempo de esterilización en un autoclave de vapor a 141°C (debe calentar el centro a 116°C y dejar 20 minutos). Calcule el tiempo de enfriado hasta una temperatura del centro de 55°C si usa una ducha de agua a 15°C.
- Un calabacín de 43 cm de largo y 5 cm de diámetro que entra al proceso a 28°C se enfría en un baño de agua a 1°C. Sabiendo que la carne del calabacín contiene mas de un 90% de agua y que h del baño es del orden de $200 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, calcule las propiedades térmicas de la carne de este delicioso fruto sabiendo que la temperatura de su centro termico a los 22 minutos es de 6°C. ¿Que temperatura tendra en el centro el calabacín de al lado que tiene 6 cm de diámetro? ¿Cuanto tardará en bajar a 6°C?

2.3.2. T.C por conducción en Estado No Estacionario, caso bi y tridimensional, geometrías plana, cilíndrica y esférica.

Si la solución de la ecuación [32] (unidimensional) era complicada, ahora la que se aplica es la ec[31], cuya resolución analítica (en caso de que se pudiese expresar de forma razonable) cae de momento fuera del alcance del autor.

No obstante, consideraciones matemáticas (que se omiten) a cerca de la Ec.[31] nos hace n llegar al siguiente importante resultado:

“Un problema de conducción multidimensional en el estado no estacionario tiene una solución expresable como producto de las soluciones correspondientes a los casos simples unidimensionales en los que pueda descomponerse”

Es decir, cualquier cuerpo tridimensional que pueda formarse como intersección de placas, cilindros infinitos, o esferas tiene una solución que puede buscarse a través de las soluciones de los cuerpos simples. Por ejemplo:

- Un cilindro finito, o un plato circular, de altura H y diámetro D es combinación de un cilindro de radio $x_1 = \frac{1}{2} D$ y una placa de $x_1 = \frac{1}{2} H$. El X es el mismo para ambos elementos y se calcula igual que antes, la posición n tiene una coordenada para cada cuerpo (n_{placa} , n_{cilindro}) dada por la que tendría en el elemento infinito correspondiente (ver diagrama). Entonces Y se calcula como la Y producto de ambos elementos

$$Y_{\text{cilindro finito}} = Y_{\text{cilindro infinito}} Y_{\text{placa infinita}}$$

- Un cilindro paralelepípedo de tres lados diferentes H_1 H_2 H_3 es combinación de tres placas infinitas de semiesesores $x_1 = \frac{1}{2} H_1$, $x_2 = \frac{1}{2} H_2$, $x_3 = \frac{1}{2} H_3$. El X es el mismo para las tres placas, y n tiene tres coordenadas según su posición en la intersección (ver diagrama). Entonces Y se calcula como

$$Y_{\text{paralelepípedo}} = Y_{\text{placa 1}} Y_{\text{placa 2}} Y_{\text{placa 3}}$$

Y así cuantos cuerpos se puedan formar, si bien la resolución está limitada a problemas del tipo 1 de los descritos para geometría simple, a menos que se trace una gráfica a propósito para el cuerpo que nos interese.

Cuestiones

- Una varita de merluza congelada de $2 \times 2 \times 10$ cm se encuentra a -26°C y, antes de descongelar, se pone a atemperar en una cámara de aire fuertemente ventilada a -2°C ($180 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$). Si la conductividad térmica de la varita se estima en $0,5 \text{ W m}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, calcule el tiempo para que el centro se encuentre a -8°C ? ¿A que temperatura estaría el centro al cabo de 1h?
- Una patata esférica de 5 cm de grosor y conductividad $0,5 \text{ W m}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ se cuece en un baño de vapor a 112°C donde la transferencia de calor es muy elevada ($h > 10000 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$). Si la patata se encuentra inicialmente a 25°C , calcule el tiempo que tarda el centro en estar a 100°C .
- Considere el problema de una patata cortada al modo tradicional que se frie en un baño de aceite. Enumere los factores a tener en cuenta y los datos físicos que necesita saber para calcular el tiempo de calentamiento.

3. Transmisión del calor por convección

Como ya se expuso en el tema anterior, la transmisión del calor en el seno de líquidos y gases rara vez tiene lugar por conducción ya que la contribución del transporte másico es con mucho la más importante. El caso de movimientos advectivos de grandes masas de fluido se trata con los balances de energía. Sin embargo hay muchos problemas en los que aparece una interfase sólida en la que el transporte tiene lugar por la turbulencia local.

En es el caso de, por ejemplo, un radiador de aceite en una habitación: el calor se transmite desde la superficie al aire por convección, o la refrigeración de un reactor nuclear, o la del motor de explosión ...etc.

Ahora se va a estudiar como cuantificar la contribución de la convección cuando hay intercambios entre una superficie sólida, cuya temperatura supondremos que se conoce, y un fluido que la baña.

Es importante distinguir que la convección puede ser

convección natural : si el movimiento del fluido se produce por diferencias de densidad causadas a su vez por la temperatura.

convección forzada : si el movimiento del fluido se produce impulsado por elementos mecánicos.

Además, pueden ocurrir cambios de fase.

También pueden producirse otras interfases, diferentes de la sólido-fluido, que aquí no se van a considerar.

3.1. Coeficientes individuales de transmisión del calor, h

El **tratamiento riguroso** de la convección conlleva la inmensa dificultad de manejar la **ecuación de continuidad del calor** con el **término de transporte másico**, y, por si no se ha dado vd cuenta, esto implica además que hay que introducir también el **balance diferencial de cantidad de movimiento**. Si el fluido es además compresible, también es necesaria la ecuación de **continuidad de la masa** y si el fluido se dilata o contrae con facilidad, las tres ecuaciones de continuidad aparecerán acopladas.

Ésto no es imposible pero conlleva un esfuerzo extraordinario de definición del problema y cálculos de elementos finitos que requieren una potencia de computación intensiva.

Por ello se acude a la sencilla **definición empírica** del **coeficiente individual de transferencia del calor por convección h_i**

$$q_i = \frac{Q_i}{S_i} = h_i(T_2 - T_1) \quad [38]$$

Donde q_i es la densidad de flujo de calor, Q_i el flujo de calor, A_i el area de contacto, $(T_2 - T_1)$ es la diferencia de temperaturas usada como fuerza impulsora (que suele ser la diferencia entre el la temperatura del seno del fluido y la de la superficie que éste baña).

La ecuación [38] se define sin carácter vectorial ya que la dirección de la transferencia viene dada por la superficie a través de la que se verifica.

En realidad, esta definición de h_i es tan precaria y dependiente de las condiciones particulares que h_i experimenta **variaciones locales** y solo representa a un trocito pequeño del sistema. Esto es muy inconveniente, por lo que definiremos el **coeficiente individual de transferencia del calor por convección medio h_c** , (cuya expresión omitimos porque no es relevante para nuestros propósitos)

Eso si, quede claro que **cuando nos referimos a h_c** es porque lo hemos obtenido en **condiciones** en las que representa a una **media de los coeficientes locales** de forma que ahora si se puede escribir:

$$q = \frac{Q}{S} = h_c(T_2 - T_1) \quad [39]$$

La definición del coeficiente individual h_c es absolutamente empírica. Se puede decir muy poco a priori de este coeficiente y a menudo es necesario medirlo. De hecho la Ec[39] se puede reescribir como **definición experimental de h_c** :

$$h_c = \frac{q}{T_2 - T_1} = \frac{Q}{S(T_2 - T_1)} \quad [40]$$

A diferencia de α y k , los valores de h dependen de:

- Las propiedades físicas del fluido (ρ , μ , κ , λ , C_p , k).
- El tamaño, geometría del sistema y naturaleza y rugosidad de la superficie.
- La velocidad de circulación (v).

(a veces h_c depende incluso de la gravedad del planeta!)

Por tanto, para la resolución de cualquier problema en transmisión de calor con convección es necesario conocer h , para lo cual se puede utilizar expresiones obtenidas por análisis dimensional, correlaciones ó, si se dispone de datos fluidodinámicos, se pueden usar las analogías con la transferencia de cantidad de movimiento.

En este tema se presentarán algunas ecuaciones deducidas del análisis dimensional y otras empíricas, pero para casos no cubiertos puede vd acudir a las referencias que se indican, (en especial al Perry' y cols).

3.2. Estimación de coeficientes individuales de TC por convección

Se suelen obtener de ecuaciones que relacionan los diversos módulos adimensionales, de los que luego se despeja el coeficiente h_c . A continuación se presentan los módulos y luego ecuaciones para los casos de mas interés.

3.2.1. Módulos adimensionales

Se utilizarán los siguientes:

Tabla 2 Módulos adimensionales que intervienen en las ecuaciones de estimación de h

Nombre	Expresión
Nusselt (Nu)	$Nu = \frac{hD}{k}$
Stanton (St)	$St = \frac{h}{C_p G} = \frac{Nu}{Re Pr}$
Reynolds (Re)	$Re = \frac{vD\rho}{\mu} = \frac{GD}{\mu}$
Prandtl (Pr)	$Pr = \frac{C_p \mu}{k}$
Grashof (Gr)	$Gr = \frac{g D^3 \rho}{\mu} (\beta \Delta T)$

<i>Nombre</i>	<i>Expresión</i>
Condensación (Co)	$Gr = \frac{g D^3 \rho}{\mu} \left(\frac{\lambda}{C_p} \Delta T \right)$
Pecklet (Pe)	$Pe = \frac{D G C_p}{k}$
Factor de forma	L/D
Graetz (Gz)	$Gz = Re Pr \frac{D}{L}$

Donde h, coeficiente individual de TC por convección; L, longitud; D, diámetro; k, conductividad térmica; C_p , capacidad calorífica; G, densidad de flujo másico ($\text{Kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$); v, velocidad; ρ , densidad; μ , viscosidad; β , coeficiente de dilatación; λ , calor latente de vaporización; ΔT , diferencia de temperaturas superficie-fluido.

A partir de estos módulos diversos autores han obtenido, entre otras, las ecuaciones que se muestran a continuación.

3.2.2. Convección forzada

3.2.2.a. Fluidos en el interior de tubos

Flujo turbulento

- La ecuación de **Dittus-Boelter** es válida para fluidos circulando por el interior de tubos y para $Re > 7000$ y $0.7 < Pr < 700$.

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{0,4} \text{ para calentamientos}$$

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{0,3} \text{ para enfriamientos}$$

- Para gases, como Pr resulta variar muy poco de 0,74 se puede usar

$$Nu = 0,021 Re^{0,8}$$

- Para fluidos muy viscosos se recomienda la ecuación de Sieder y Tate, válida para $Re > 1000$; $0.7 < Pr < 16700$; $L/D > 60$

$$Nu = 0,027 Re^{0,8} Pr^{0,333} \left(\mu / \mu_s \right)^{0,14}$$

donde μ_s es la viscosidad evaluada a la temperatura de la superficie y μ es la viscosidad evaluada a la temperatura del fluido.

Flujo de transición

La siguiente ecuación es válida para $2100 < Re < 10000$

$$Nu = 0,116 (Re - 125) Pr^{1/3} \left(\mu / \mu_s \right)^{0,14} \left(1 + (D/L)^{2/3} \right)$$

Flujo laminar

La siguiente ecuación es válida para $Gz < 100$

$$(Nu)_{ml} = 3,66 \frac{0,085 Gz}{1 + 0,47 Gz^{2/3}} \left(\frac{\mu}{\mu_s} \right)^{0,14}$$

Donde el subíndice ml indica que se ha evaluado con las propiedades tomadas a la temperatura media logarítmica, y s sobre la superficie.

Para $Gz > 100$ se usa la siguiente

$$(Nu)_{ma} = 1,86 Gz^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_s} \right)^{0,14}$$

Donde el subíndice ma indica que se ha evaluado con las propiedades tomadas a la temperatura media aritmética.

3.2.2.b. Fluídos en el exterior de tubos

Flujo turbulento

- Para líquidos $Nu_f = Pr_f^{0,3} (0,35 + 0,47 Re_f^{0,52})$
- Para gases $Nu_f = 0,26 Pr_f^{0,3} Re_f^{0,6}$

En ambas los módulos están evaluados a $T_f = (T_{pared} + T_{fluido})/2$

- La ecuación de Davies para fluidos que se mueven por el interior de tubos concéntricos

$$St = 0,029 Re_i^{-0,2} Pr^{-2/3} \left(\frac{\mu}{\mu_s} \right)^{0,14} \left(\frac{D_o}{D_i} \right)^{0,15}$$

Donde Re_i es el Reynolds evaluado con el diámetro del tubo interno (D_i), y D_o es el diámetro del tubo externo.

Flujo laminar

- Para líquidos con $0,1 < Re < 200$ $Nu_f = 0,86 Pr_f^{0,3} Re_f^{0,43}$
- Para líquidos con $Re > 200$ y gases con $0,1 < Re < 1000$ $Nu_f = Pr_f^{0,3} (0,35 + 0,47 Re_f^{0,52})$ ¿?

3.2.3. Convección natural

- Ecuación de Rice Para líquidos o gases cuando $Gr > 3$

$$Nu_f = 0,47 (Gr_f Pr_f)^{0,25} \text{ para tubos horizontales}$$

$$Nu_f = 0,59 (Gr_f Pr_f)^{0,25} \text{ para tubos verticales}$$

- Para líquidos o gases cuando $Gr < 3$ hay que hacer uso de la figura mostrada, de la que se deducen además las siguientes igualdades

$$h = 2,1 (\Delta T)^{0,25} \text{ para paredes horizontales desde arriba}$$

- $h = 1,1 (\Delta T)^{0,25}$ para paredes horizontales desde abajo
- $h = 1,5 (\Delta T)^{0,25}$ para paredes verticales con $L > 0,40$ m
- $h = 1,2 (\Delta T / L)^{0,25}$ para paredes verticales con $L < 0,40$ m
- $h = 1,1 (\Delta T / D)^{0,25}$ para tubos horizontales y verticales con D en m

3.2.4. Ebullición y condensación

- **Condensación** en superficies verticales $h = 1,13 \left(\frac{k_f^3 \rho_f^2 g (\Delta H)}{L \mu_f (T_v - T_s)} \right)^{1/4}$
- **Condensación** en tubos horizontales $h = 0,725 \left(\frac{k_f^3 \rho_f^2 g (\Delta H)}{N^{2/3} D \mu_f (T_v - T_s)} \right)^{1/4}$

Donde T_v es la temperatura del vapor saturado, T_s la temperatura de la superficie (ambas en °C) ΔH es el calor latente de condensación en Kcal/Kg, L longitud de la superficie vertical en m, g la aceleración de la gravedad $1,27 \cdot 10^8$ m h⁻² y N el número de tubos que componen el haz.

La **ebullición** es aún más complicada y requiere en primer lugar la identificación del régimen en que se produce. En la **industria agroalimentaria** el más habitual es el de **ebullición nucleada** (otros regímenes ocurren a temperaturas mucho más elevadas, como la ebullición en película). Para evaluarlo, hay que clasificar el caso y acudir a bibliografía.

Cuestiones

Debe vd ser capaz de estimar el h o, al menos, de tener una idea aproximada, para todos los casos habituales en los que pueda pensar. A continuación se enumeran unos pocos. En la gráfica que se incluye se da una idea general del orden de magnitud en diversos sistemas. Considere además los siguientes:

- Tubería recta de 2 pulgadas de diámetro por la que circulan 200 L min⁻¹ de agua a 20°C. Considere diámetros, caudales y temperaturas diferentes. Considere otros líquidos como la miel, glicerina, etanol y aceite de oliva.
- Pared vertical de un horno a 240°C suponiendo que contiene aire. Techo del mismo horno.
- Considere un baño maría a 95°C y el h para latas de conserva que se calientan por convección natural. Considere el mismo baño en la superficie de la luna. (haga suposiciones para los datos que le falten).

3.3. Problemas típicos de transmisión del calor por convección

Cuando la transmisión del calor ocurre solo por convección, basta con aplicar la definición de h_c . Esto puede ocurrir en el intercambio de calor entre dos superficies entre la que se

encuentra un fluido poco conductor en comparación con la conductividad de las placas.

Mucho más habitual es que el calor se transmita por conducción a través de un sólido y desde la superficie de éste a un ambiente fluido. Planteemos el problema típico de un cambiador de calor o pared de horno, o aislante: una pared que transporta por conducción entre dos fluidos que transportan por convección.

3.3.1. Transmisión del calor entre dos ambientes separados por una pared simple

Al igual que en el caso de conducción por paredes múltiples (apartado 2.2), hay que plantear un balance del flujo de calor se conserva. La ecuación [41] plantea que Q , el flujo de calor, pasa de un ambiente (que arbitrariamente llamaremos interno, a T_i) a la superficie interna de la pared S_i (que se encuentra a T_1). De ahí por conducción a la superficie externa de la pared (S_e , T_2) y de finalmente al otro ambiente (cuya temperatura denominamos T_e).

$$Q = h_i S_i (T_i - T_1) = S_G k \frac{(T_1 - T_2)}{e} = h_e S_e (T_2 - T_e) \quad [41]$$

Donde S_G es la superficie media generalizada de la superficie, con lo que la ecuación que obtengamos servirá para cualquiera de las geometrías ya estudiadas, y e es el espesor de la pared.

Despejando de la misma forma que en las Ecs[24] y [25] se llega a otra análoga a la Ec[26] pero que contiene los h_c de los dos contactos ambiente-superficie.

$$Q = \frac{(T_i - T_e)}{\left(\frac{1}{h_i S_i} + \frac{e}{k(S)_G} + \frac{1}{h_e S_e} \right)} \quad [42]$$

Con [41] y [42] se puede obtener Q y las temperaturas de la superficie, T_1 , T_2 , de cualquier problema del que se conozcan los datos.

Cuestiones

- A ambos lados de una placa metálica de $k=$ y 1mm de espesor circula agua a 20 y 80°C respectivamente. Calcule la densidad de flujo que calor a través de la placa.
- Una tubería de cobre de 1 pulgada de diámetro y 2 mm de espesor de pared conduce vapor saturado de 5 atm y tiene un recorrido de 12 m abierto al aire a través de una nave que se encuentra a 25°C. Aceptando un h de 25 $W m^{-2} °C^{-1}$ para el lado del aire y una resistencia nula para el lado del vapor ($h_{vapor} > 20000 W m^{-2} s^{-1}$). ¿Que cantidad de condensado aparece al final del recorrido? Si el título inicial era de 0,981, ¿que título tiene al final del recorrido?
- El interior de un tanque de precalentamiento se encuentra equipado con un serpentín de 8 m^2 constituido por una tubería de acero inoxidable ($k=45 W m^{-1} °C^{-1}$) de ½ pulgada de diámetro y 1 mm de espesor. En el tanque se calienta un fluido pastoso, para el que se puede aceptar que $h=85 W m^{-2} °C^{-1}$, con una mezcla líquido vapor de agua a 100°C (que da $h=7800 W m^{-2} °C^{-1}$). Calcular el flujo de calor cuando el líquido pastoso está a 25°C y la cantidad de fluido térmico que tiene que introducir sabiendo que es un 50% vapor y el

resto líquido.

- Un fermentador que contiene caldo de cultivo a 35°C se refrigera con agua a 25°C a través de una camisa cilíndrica de acero inoxidable de 4 m² y 2 mm de espesor (vea k en el problema anterior). Si h del lado del agua es de 380 W m⁻² s⁻¹ y el del caldooes de 250 W m⁻² s⁻¹, calcule el flujo de calor transferido.
- Para averiguar la conductividad de una cerámica se realiza el siguiente experimento: Se dispone un trozo de tubo recto de 1 cm de diámetro interno y 2 mm de espesor de pared en el interior de un baño de agua/hielo a 0°C muy agitado de forma que se calcula que h del lado del agua es del orden de los 10000 W m⁻² s⁻¹. Por el interior del tubo se hace circular vapor de 1 atm ligeramente recalentado (a 100,5°C) de arriba a abajo y a velocidad elevada, de forma que se calcula que h de este lado puede superar los 50000 W m⁻² s⁻¹. En la parte de abajo del tubo se recoge el condensado de vapor que resulta ser de 0,86 g s⁻¹. Calcule la conductividad del material y estime el error que se produce si se desprecia la resistencia por convección del agua y del vapor.

3.3.2. Transmisión del calor entre dos ambientes separados por una pared compuesta

En la mayoría de los problemas reales, la pared que separa los ambientes es compuesta. Considere los siguientes casos:

- Una tubería de vapor de acero aislada por lana de vidrio y escayola (la pared contiene 3 capas)
- Un horno de ladrillo aislado con chamota y yeso.
- Un serpentín al que se le han depositado costras.

Extender [42] a este caso es extremadamente sencillo. Basta replantear [40] incluyendo varias paredes exactamente igual que se hace en los apartados 2.2.2 y 2.2.3. Así para 2 ambientes (i y e) y 3 paredes (1, 2 y 3) debe cumplirse

$$Q_i = Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_e$$

Se llega a la siguiente ecuación cuyo despeje lo puede hacer vd mismo (suponiendo que le divierta o que no tenga nada mejor que hacer).

$$Q = \frac{(T_i - T_e)}{\left(\frac{1}{h_i S_i} + \frac{e_1}{k_1 (S_1)_G} + \frac{e_2}{k_2 (S_2)_G} + \frac{e_3}{k_3 (S_3)_G} + \frac{1}{h_e S_e} \right)} \quad [43]$$

Cuestiones

- Una vivienda en invierno se encuentra a 24°C en su interior mientras que la temperatura exterior puede alcanzar los -5°C. Las paredes son de ladrillo y tienen un espesor de 25 cm. El propietario desea saber que pérdidas por m² tiene y cuanto las reduciría la instalación de una capa de aislante de 15 cm de poliuretano expandido.

- Una tubería que conduce vapor a 5 atm cruza un ambiente a 15°C. La tubería es de acero de 2 ½ pulgadas de diámetro externo y 1/8 de pulgada de espesor de pared y se encuentra aislada por una capa de 5 cm de un aislante de 0,12 W m⁻¹ °C⁻¹. Calcular las pérdidas por metro de tubo y considerar la posibilidad de aumentar la capa de aislante a 8 cm.
- Un tanque de melaza se mantiene a 60°C mediante un sistema de calefacción constituido por un serpentín de 50 m de tubo de cobre de 1 ½ pulgadas de diámetro externo y 1/16 pulgadas de espesor de pared por el que se circula vapor saturado de 120°C. Después de varias operaciones se observa que en el exterior se ha depositado una costra de 0,15 mm de composición indefinida que ha disminuido el flujo de calor en un 20% respecto al inicial. Calcule la conductividad de la costra y que espesor habrá alcanzado cuando el flujo de calor se haya reducido al 40%.
- El efecto de formación de costra del ejemplo anterior se puede compensar aumentando la temperatura del vapor. Calcule que temperatura del vapor hay que usar para compensar la costra de 0,15 mm y cuanto se puede dejar crecer la costra si el serpentín puede soportar presiones de 5 atm aunque vd, como responsable, no piensa permitir que la instalación funcione a una presión mayor de 2,5 atm.

3.3.3. Caso generalizado

Seguro que a estas alturas es vd capaz de generalizar a 2 ambientes, n paredes y m coeficientes de contacto entre las paredes y obtener para el caso general una ecuación análoga a [43]. Sin embargo, la ecuación queda mas sencilla y fácil de recordar si se usa el concepto de **resistencia al paso del calor** expuesto en el apartado 2.2.4. Siendo así, la ecuación es

$$Q = \frac{(T_i - T_e)}{R_i + \sum_j R_{s_j} + \sum_z R_{u_z} + R_e} \quad [44]$$

Donde:

- R_i es la resistencia del contacto entre el ambiente interno y la superficie interna
$$R_i = \frac{1}{h_i S_i}$$
- R_e es obviamente el lado externo $R_e = \frac{1}{h_e S_e}$
- Cada uno de los R_{s_j} es la resistencia de una capa de la pared $R_{s_j} = \frac{e_j}{k_j (S_j)_G}$
- Los términos R_{u_z} representan las posibles resistencias de las uniones entre paredes. Sólo aparecen en algunos casos. Si no los conoce propablemente son despreciables y se ignoran (valen cero).

El resto de la nomenclatura ya lo conoce.

3.4. El coeficiente global de transmisión del calor U

3.4.1. Definición

El cociente de la ecuación [44] da pie a definir una resistencia global del sistema, consecuencia de la que oponen individualmente cada una de las partes:

$$R = R_i + \sum_j R_{s_j} + \sum_z R_{u_z} + R_e \quad [45]$$

Puesto que los problemas más habituales e inmediatos implican conocer el flujo de calor Q para una diferencia de temperaturas dada $\Delta T = T_i - T_e$ y una superficie de intercambio S_G dada, resulta natural expresar [44] como:

$$Q = U S_G \Delta T \quad [46]$$

Donde U es el **coeficiente integral de transmisión del calor** que, comparando las Ecs. [44] y [46], se define por:

$$U = \frac{1}{R_i + \sum_j R_{s_j} + \sum_z R_{u_z} + R_e} \frac{1}{S_G} = \frac{1}{R/S_G} \quad [47]$$

Si se acepta la convención adicional de expresar las resistencias por unidad de área, [47] se simplifica (omitiendo las resistencias de contacto):

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_i} + \sum_i \frac{e_i}{k_i} + \frac{1}{h_e} \quad [48]$$

(Nota: [48] requiere el pequeño artificio de redefinir h_i y h_e en base a una **superficie común** que aquí se ha supuesto va a ser la superficie generalizada de la geometría. En general esto es **fuente de mucha confusión** ya que a veces **se suministran datos de U sin decir a que superficie van referidos**)

Lo importante de U es que es el parámetro más inmediato y más fácil de medir en experimentos. Si disponemos de él, todas las demás ecuaciones nos resultan superfluas.

Físicamente U es una especie de **conductancia por unidad de área** (el producto $U S_G$ es la conduya que relaciona una **fuerza impulsora** (ΔT , diferencia de temperatura global) con una **intensidad** (Q , calor total que pasa de un ambiente a otro en la unidad de tiempo)

Cuestiones

- Obtenga la expresión de U para los casos de pared simple entre dos ambientes y para el caso de pared compuesta de 3 capas. Ignore las resistencias de contacto.
- ¿Como podría medir U en, por ejemplo, el serpentín de un calentador de agua?
- Compare la ecuación [46] con la ley de Ohm. Compare la conductividad térmica y los coeficientes individuales de TC por convección con la resistencia eléctrica.

3.4.2. Calentamiento controlado por la capacidad de intercambio de calor

En ocasiones, el calentamiento de, por ejemplo, un fluido contenido en un recipiente a través de un serpentín o camisa por el que se circula fluido calefactor (por ejemplo, vapor), no está controlado por la cantidad de fluido calefactor sino que está **controlado** por la **capacidad de transferencia del dispositivo de intercambio**.

Esto ocurriría al calentar con vapor en exceso un fluido bien mezclado. Este caso sencillo se denomina **calentamiento isoterma** y se resuelve fácilmente usando la ec [46] si se dispone de U . Formulemos el problema con precisión: se desea calentar una masa de fluido M de capacidad calorífica C_p contenido en un tanque bien mezclado desde T_0 a T_f con vapor a T_s que cede solo su calor latente λ . El dispositivo de intercambio tiene un coeficiente integral U y una superficie S_G y se desea conocer el tiempo que llevará el calentamiento:

El balance de energía macroscópico dice

$$E + G = S + C + A$$

$$E = A$$

$$U S_G (T_s - T) = M C_p \frac{dT}{dt} \quad [49]$$

donde T es la temperatura del fluido en el tanque en cada instante T , y la entrada está controlada por la capacidad de transferencia del dispositivo. Separando e integrando:

$$\frac{U S_G}{M C_p} \int_{t_0=0}^t dt = \int_{T_0}^{T_f} \frac{dT}{(T_s - T)}$$
$$t = \frac{M C_p}{U S_G} \ln \left(\frac{T_s - T_0}{T_s - T} \right) \quad [50]$$

Que da el tiempo t a cada temperatura T que se desee, bastando sustituir el T_f que se desee y da el tiempo mínimo de calentamiento. La temperatura en cada momento resulta:

$$T = T_s - \left(\frac{T_s - T_0}{e^{\frac{t U S_G}{M C_p}}} \right) \quad [51]$$

El vapor necesario (M_v) sale de un balance de energía macroscópico:

$$M_v = \frac{M C_p (T_f - T_0)}{\lambda} \quad [52]$$

Sin embargo, este vapor no ha de suministrarse uniformemente a razón de $F_v = M_v/t$ ya sino de forma decreciente siguiendo la disminución de la fuerza impulsora ($T_s - T$). Utilizando [49]:

$$U S_G (T_s - T) = M C_p \frac{dT}{dt} = \frac{d(T M C_p)}{dt} = \frac{dQ}{dt} \quad [53]$$

y puesto que el flujo de calor es suministrado por el vapor:

$$F_v = \frac{dQ}{dt} = \frac{U S_G (T_s - T)}{\lambda} = \frac{U S_G (T_s - T_0)}{\lambda} \left(e^{-t \frac{U S_G}{M C_p}} \right) \quad [54]$$

da el flujo de calor mínimo necesario en cada momento.

Cuestiones

- En un tanque provisto de serpentín se encuentran contenidos 4200 kg de una mezcla de agua, pasta de tomate, vinagre, cebolla picada, alcaparras, sal y especias, que después de calentada a 95°C y dejada reposar, se envasa como salsa para spaghetti. Desea vd calentar tal mezcla desde los 22°C iniciales, para lo que dispone de vapor saturado a 2 atm. Calcule el tiempo que tardará si el serpentín tiene 3 m² de área interna y el U referido a esta área es de 1100 kcal m⁻² h⁻¹ °C⁻¹. ¿Qué caudal de vapor pondría vd? ¿Por qué no más? El Cp de la mezcla es de 3,88 kJ kg⁻¹ °C⁻¹.
- Considere el caso anterior pero, ahora se encuentra vd en la fase de diseño de la instalación. Vd desea que el anterior proceso se complete en 1 h. ¿Que área de serpentín necesitaría?. Si aumenta la agitación puede conseguir un U de 2500 kcal m⁻² h⁻¹ °C⁻¹, ¿que área de intercambio le hace falta en este caso.
- Vuelta al caso anterior. Sigue vd en la fase de diseño y se da vd cuenta de que tal vez le interesaría usar para este proceso un caudal de vapor residual de 0,62 kg s⁻¹ a 1 atm y título 0,85. ¿Que área necesita para un serpentín de U 2500 kcal m⁻² h⁻¹ °C⁻¹?

4. Transmisión del calor por radiación

Es el tercer mecanismo de transmisión del calor.

El intercambio de radiación es siempre importante a altas temperaturas pero en circunstancias determinadas también lo es a temperatura ambiente.

Se puede realizar un tratamiento generalizado incluyendo la radiación en la ecuación de continuidad como un componente adicional de transporte material en un fluido que no se mueve (el espacio) y una velocidad de transferencia que es la de la luz.

Aquí se presenta un **tratamiento más práctico limitado a los casos de la IIAA** que en general se limitan al intercambio **entre superficies radiantes y emisoras en un medio transparente**.

Los dos aspectos fundamentales son la caracterización de la emisión de las fuentes y la caracterización de las propiedades receptoras. Finalmente, puesto que todo cuerpo es a la vez emisor y receptor, plantear el intercambio (flujo Q_R) en base a una fuerza impulsora (por definir), tamaño de los cuerpos y coeficiente de proporcionalidad (más o menos lo que pasa siempre).

4.1. Caracterización de las fuentes emisoras

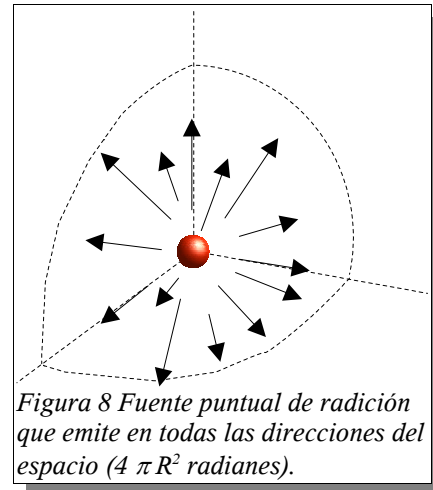
4.1.1. Emisión de radiación térmica

Cualquier cuerpo a temperatura $T > 0$ K emite energía radiante que tiene una **potencia** y una **distribución espectral**. A nosotros nos interesa sobre todo la potencia.

La **distribución espectral** da la información sobre el “color” de la radiación entendido en un sentido amplio, y dice que la energía emitida está compuesta de muchas longitudes de onda “colores” (muchos de los cuales no vemos, pero que nos calientan (infrarrojos), o nos queman la piel (UV) o incluso nos atraviesan (rayos X) o nos matan (rayos gamma)).

La **potencia** es el “caudal” energético emitido y tiene como particularidad que se emite en **todas las direcciones del espacio**. De tal forma que entenderemos que una **fente puntual** de 1 watio emite 1 julio por segundo en todas las direcciones del espacio (de forma que si nos ponemos cerca de ésta recibiremos más radiación). Si la **fente** es **extensa** se puede dar la potencia como una **densidad lineal, superficial o volumétrica de emisión** ($J m^{-1}$, $J m^{-2}$, $J m^{-3}$).

Aquí solo se presentan fuentes homogéneas y solo nos fijamos en el intervalo de radiación infrarroja que es el que nos interesa para la transmisión del calor, de forma que en nuestra definición de potencia se sobreentiende en adelante que no se incluye la radiación sin efecto térmico.



4.1.2. Espectro de emisión del cuerpo negro: ley de Planck

Planck, a principios de siglo, dedujo la ley que da la distribución de la radiación emitida por un **cuerpo negro**, que se encuentra a una determinada temperatura T . La ecuación se omite por lo dicho en el párrafo anterior, pero quede claro que sirve para “seleccionar” el rango de longitudes de onda que querriamos tener en cuenta en nuestros cálculos.

Sirve también para determinar la T a la que se encuentra el cuerpo estudiando su distribución. Para esto es particularmente importante la ley de **Wien**, deducida derivando la de Planck y que también se omite.

Finalmente, integrando la ecuación de Planck, se obtiene la ley de Stefan-Boltzmann que sí nos interesa.

4.1.3. Potencia de emisión del cuerpo negro: ley de Stefan-Boltzmann

Da el **poder emisor del cuerpo negro** w_R , (definido como densidad de flujo emitido por unidad de superficie, $w_R = W_R / S_E$) que resulta ser función únicamente de la temperatura absoluta (el subíndice CN indica cuerpo negro).

$$(W_R)_{CN} = S_E \sigma T^4 \quad [55]$$

$$(w_R)_{CN} = \sigma T^4 \quad [56]$$

donde $\sigma = 5,71 \cdot 10^{-8} \text{ (J m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-4}) = 4,92 \cdot 10^{-8} \text{ (Kcal m}^{-2} \text{ h}^{-1} \text{ K}^{-4})$

Nota: se usan W_R y w_R para denotar la emisión porque Q_R y q_R se reservan para la recepción

Cuestiones

- Determine la potencia emisora de un cuerpo negro de 2 cm^2 a 20°C y a 100°C .

4.1.4. Potencia de emisión del cuerpo gris : emisividad ϵ

En la realidad los cuerpos se desvían un poco del comportamiento perfecto emitiendo siempre una cantidad inferior a la correspondiente al cuerpo negro. Éstos se denominan entonces **cuerpos grises** (cuando se comportan igual para todas las longitudes de onda, que es otra simplificación adicional que vamos a aceptar) y su potencia radiante se mide utilizando el coeficiente denominado **emisividad**.

$$w_R = \epsilon \sigma T^4 \quad [57]$$

ϵ es un dato experimental que se obtiene comparando w de un cuerpo gris con el que daría un cuerpo negro w_{cn} siendo $\epsilon = w/w_{cn}$. ϵ es siempre menor que 1. Algunos ejemplos de emisividad se dan a continuación.

Tabla 3 Emisividad normal de algunas superficies.

<i>Sustancia</i>	<i>Estado</i>	<i>T °C</i>	ϵ
Aluminio	Pulimentado	25	0,040
	Oxidado	200-600	0,000
Cobre	Pulimentado	115	0,023
	Oxidado (negro)	25	0,780
Latón	Pulimentado	0-300	0,096
	Mate	50-350	0,220
Zinc	Pulimentado	220-320	0,000
Agua		0-100	0,000
Ladrillo	chamota vidriado	20	0,750
	rojo	1100	0,930
Yeso		20	0,903

Más datos pueden encontrarse en bibliografía.

4.2. Recepción de radiación térmica

El cálculo de la potencia que llega a un cuerpo se basa en la determinación de dos conceptos:

- ¿Que parte de la energía emitida por el cuerpo 1 alcanza el cuerpo 2? (**factor de visión**).
- ¿Que parte de la energía que alcanza el cuerpo 2 es absorbida y convertida en calor? (**coeficiente de absorción**)

4.2.1. Factor de visión

Si el cuerpo 2 **rodea completamente** al cuerpo 1 entonces 2 recoge toda la energía que emite 1 en todas las direcciones del espacio que (si lo absorbiera todo) es

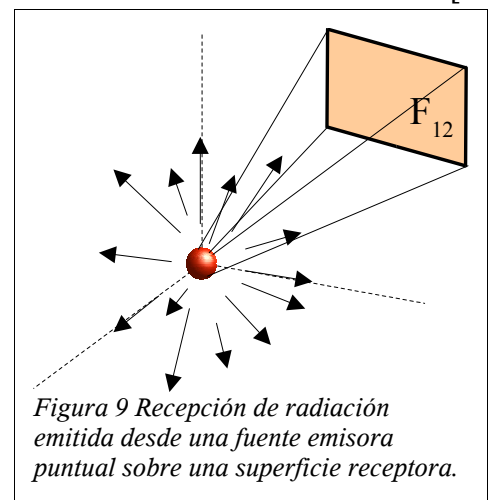
$$Q_R = W_R$$

[58]

Sin embargo este caso es muy raro. Lo normal es que el cuerpo 2 (receptor) se encuentra a una distancia d del 1 (emisor). Sea S_R la superficie normal expuesta por el cuerpo receptor. La fuente emite a todas las direcciones del espacio, por lo que a la distancia d la radiación emitida se reparte sobre una esfera de área $(4\pi d^2)$. Aceptando en principio que d es mucho mayor que las dimensiones de la fuente, ésta puede considerarse puntual, y el reparto es homogéneo. Entonces la proporción de radiación interceptada por 2 es:

$$F_{12} = \frac{S_R}{4\pi d^2}$$

[59]



Donde F_{1-2} es denominado **factor de visión** porque dice que proporción de la radiación emitida “ve” el receptor. Entonces la radiación recogida se puede expresar:

$$Q_R = F_{1-2} W_R$$

[60]

Pero no toda esta radiación se absorbe o se convierte en calor.

Además la definición [59] no es buena si la **fuente emisora es extensa**, ya que la superficie receptora “ve” cada punto de la fuente con un factor diferente. En este caso el factor de visión es una media integral que se puede definir rigurosamente por la ecuación:

$$F_{1-2} = \iint_{S_1, S_2} \frac{dS_1 \cos(\varphi_1) dS_2 \cos(\varphi_2)}{r^2}$$

[61]

Pero en la realidad, puesto que [61] es complicada de manejar, se encuentran **tabulados** o graficados los datos de F_{1-2} para los sistemas mas habituales. A continuación se presentan dos graficas para paredes paralelas y perpendiculares. Otras se encuentran disponibles en bibliografía.

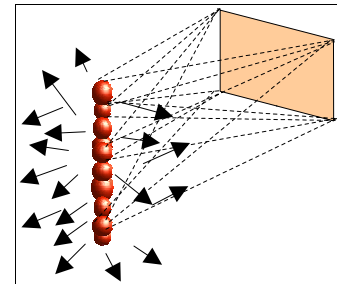
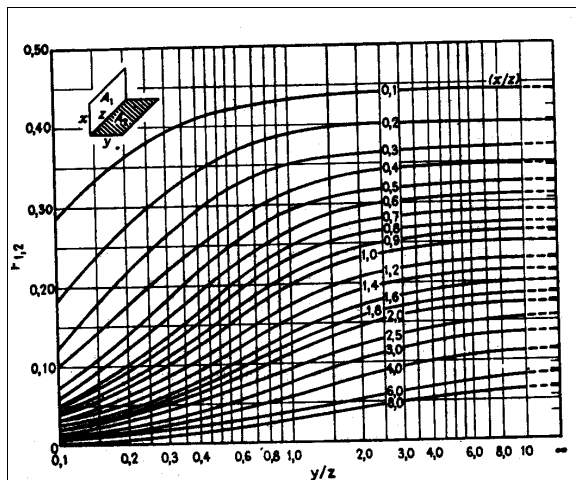
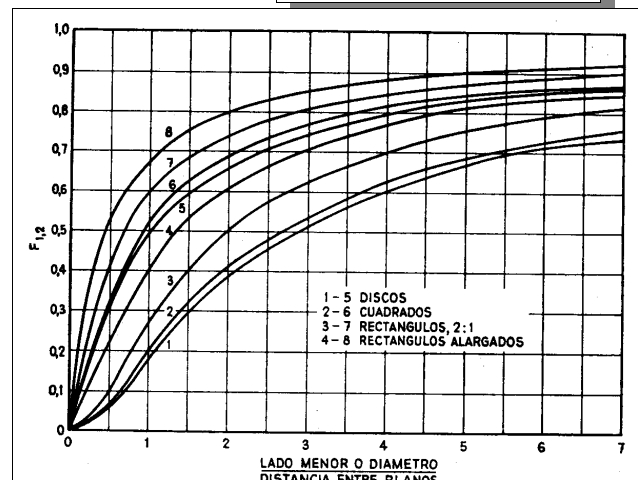


Figura 10 Factor de visión cuando la fuente emisora es externa (en este ejemplo, lineal)



Gráfica 2 Factores de visión entre dos placas perpendiculares.



Gráfica 3 Factores de visión entre diferentes elementos geométricos

Cuestiones

- Determine el factor de visión entre una fuente puntual y una superficie rectangular de 1 m de alto por 2 de ancho separada 5 m de la fuente y normal a ésta.
- ¿Y si la anterior superficie se encuentra inclinada 45°?
- Calcule el factor de visión entre dos superficies rectangulares que forman un ángulo de 90°. Ambas comparten un lado de 3 m y las otras dimensiones son de 4 m para una y 6m para otra.
- Un horno paralelepípedo tiene 1 m de anchura, 3 m de profundidad y 80 cm de altura. Calcule los factores de visión del techo con las otras 5 superficies internas.
- Determine el factor de visión entre una hamburguesa con queso circular de 12 cm de diámetro que pasa bajo el centro de una placa gratinadora de 40x40 cm situada a 25 cm de altura.

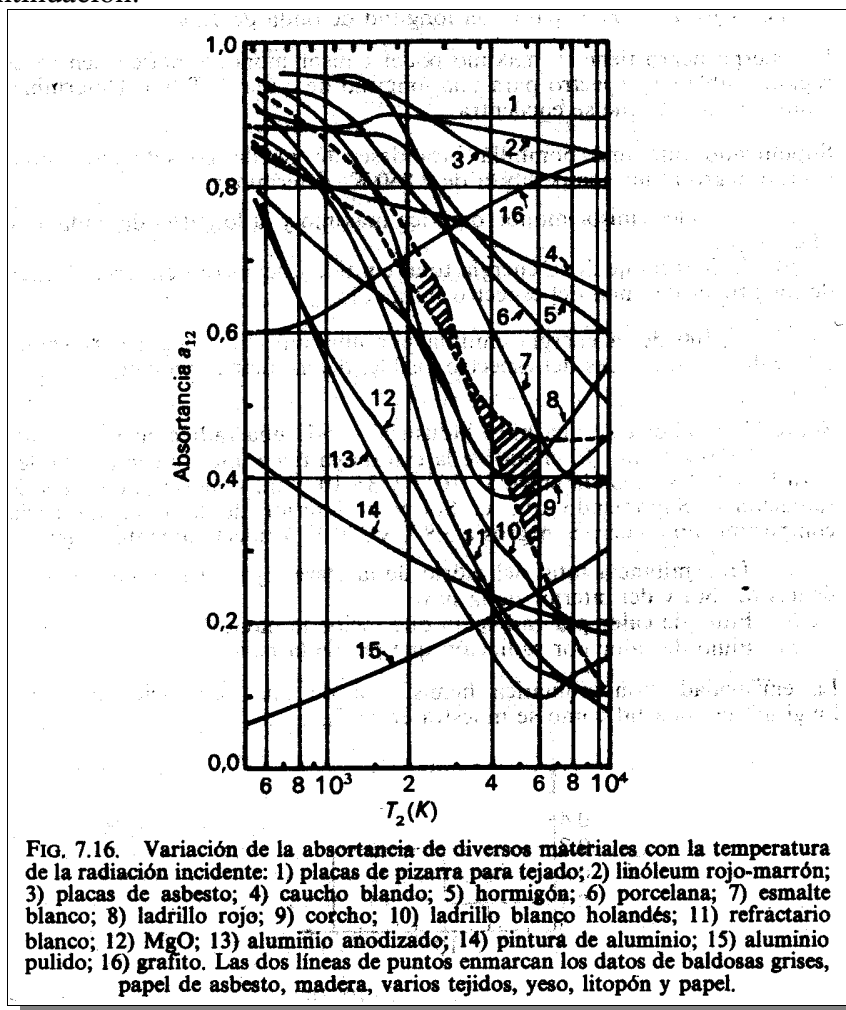
4.2.2. Factores de absorción o absortancias

Es un factor que tiene en cuenta que solo una parte de la radiación interceptada se absorbe y convierte en calor. Es un número siempre menor que la unidad. Se representa por a_{12} y, teniendo en cuenta, el flujo de calor queda:

$$Q_R = a_{12} F_{1-2} W_R = a_{12} F_{1-2} S_E \sigma T^4 \quad [62]$$

En metales, se puede decir que aproximadamente $a = \epsilon$.

En no metales a varía bastante con T hay que buscarla tabulada o en gráficas como la que se presenta a continuación:



4.3. Ecuaciones para el intercambio de calor por radiación.

Quizá ya se haya dado cuenta de que no existe tal cosa como fuente o emisor exclusivo, ya que, dado un receptor, en cuanto su temperatura aumente, también aumenta la intensidad de su emisión y entonces la fuente original comenzará a recibir algo de esta energía.

De hecho, dos cuerpos aislados en el espacio alcanzarán un **equilibrio térmico** como si

estuviesen en contacto, y entonces fuente y emisor son indistinguibles.

Fuera del equilibrio térmico se produce un intercambio de calor.

La magnitud de éste depende de la geometría, temperaturas, emisividades y absorptancias. El caso más complicado puede constar de n cuerpos negros, grises o refractarios que se ven con diferentes F . Aquí nos vamos a restringir a unos pocos casos sencillos y de interés el IIAA (como el calentamiento simple por radiación o el **gratinado**) que sólo implican a dos cuerpos.

4.3.1. Dos superficies muy cercanas

Se acepta $F_{12}=F_{21}=1$ (muy cercanas) (y $a_{12}=a_{21}=1$ si fueren negras).

Entonces, el flujo que se establece del cuerpo 1 al 2 es:

$$(Q_R)_{12} = 5,71 \cdot 10^{-8} S_1 (\epsilon_1 (T_1)^4 - a_{12} (T_2)^4) \quad [63]$$

4.3.2. Dos superficies negras lejanas

Se omite la deducción, que es básicamente un balance de energía. La expresión es

$$(Q_R)_{12} = 5,71 \cdot 10^{-8} S_1 ((T_1)^4 - (T_2)^4) F_{1-2} \quad [64]$$

Es el calor que pasa del cuerpo 1 al 2

4.3.3. Dos superficies grises

Es el caso más complicado que vamos a tratar. Se da cuando el calor que intercambian dos superficies es mucho mayor que el intercambiado con terceras. Es por ejemplo lo que ocurre entre el sistema de gratinado y el alimento (las paredes del horno intervendrán también pero tendrán poca influencia).

La ecuación, por analogía con [63] se escribe

$$(Q_R)_{12} = 5,71 \cdot 10^{-8} S_1 ((T_1)^4 - (T_2)^4) \phi_{1-2} \quad [65]$$

Donde ϕ_{12} es un factor que tiene en cuenta las propiedades de emisión recepción, los factores de visión y la circunstancia de que se pueden producir rebotes sucesivos de la energía entre los cuerpos 1 y 2. Un modelo que se puede utilizar ampliamente obtiene este factor como suma de una serie infinita que resulta ser:

$$\phi_{12} = \frac{1}{\frac{1}{F_{1-2}} + \left(\frac{1}{\epsilon_1} - 1\right) + \frac{S_1}{S_2} \left(\frac{1}{\epsilon_2} - 1\right)} \quad [66]$$

Cuestiones

- Calcule el flujo neto de calor por radiación que se produce entre una fuente de 1cm^2 (que puede vd considerar puntual) a 1500°C y una superficie cobre oxidado de 1m^2 que se encuentra a 2m de la fuente.

- Calcule el intercambio de calor entre dos superficies de aluminio pulimentado de 4x4 m unidas por una arista con un ángulo de 90° y una de ellas se encuentra a 200°C y la otra a 20°C
- Considere una tostadora de infrarrojos. Enumere los datos que necesita para calcular el calor irradiado de la fuente al pan y la temperatura que alcanzará este a cabo de un tiempo.

4.4. Notas sobre la emisión y recepción de calor por gases

Todo lo expuesto en los apartados 4.2 y 4.3 del presente tema depende de dos simplificaciones:

1. El medio es transparente.
2. El medio no emite.

En realidad en muchas ocasiones están presentes gases como CO₂ o H₂O que en concentración elevada, pueden llegar a tener una absorbancia muy elevada y retirar una gran cantidad del calor emitido. La presencia de estos gases tiende a calentar el ambiente y enfriar los cuerpos y se debe tener en cuenta en sistemas como calderas o calentamientos con llamas de combustión directa.

Respecto del caso 2, los gases incandescentes o simplemente calientes, también pueden emitir una cantidad sustancial de energía, aunque el caso no aparece en problemas relacionados con la industria agroalimentaria.

5. Transmisión por varios mecanismos simultáneos.

Aunque el problema de transmisión del calor por varios mecanismos puede parecer desorbitadamente complicado, lo cierto es que la extensión resulta sorprendentemente sencilla respecto de lo ya estudiado.

Refiriéndonos de nuevo al caso de transmisión de calor entre dos ambientes separados por una pared (que puede ser compuesta pero que aquí vamos a considerar única por simplicidad), lo único que hay que tener claro es que la contribución de **la radiación transcurre en paralelo a la convección** (las contribuciones de ambas se suman), y a su vez ambas en serie con la conducción (la conducción aporta su resistencia a la resistencia del conjunto radiación+convección).

Ambiente con fuente emisora

Definamos el problema para una pared simple de espesor e y dos ambientes. El ambiente interno se encuentra a T_i y contiene una fuente emisora a temperatura T_{Ri} . El ambiente externo se encuentra a T_e . Las superficies interna de la pared está a T_1 y la externa a T_2 . Se conocen todas las propiedades de transmisión del calor, h_i , h_e , ϵ , F_{12} , k y geometría. El balance de calor resulta

$$Q_R + (Q_{conv})_i = Q_{cond} = (Q_{conv})_e$$

$$\sigma S_R \left((T_R)^4 - (T_1)^4 \right) F_{1-2} + h_i S (T_i - T_1) = k S \frac{(T_1 - T_2)}{e} = h_e S (T_2 - T_e) \quad [67]$$

Que es un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas de donde se puede obtener T_1 y T_2 que es lo que generalmete se desconoce.

Transferencia entre dos superficies con fluido transparente entre ellas.

El calor es conducido de una superficie a otra por convección y radiación. Este caso es más simple que el anterior porque $T_R = T_i$. Entonces, con un procedimiento que ya le debe resultar familiar, [67] resulta en que

$$Q = \frac{(T_i - T_e)}{\frac{1}{h_{Ti} S_i} + \frac{e}{k S_G} + \frac{1}{h_e S_e}} \quad [68]$$

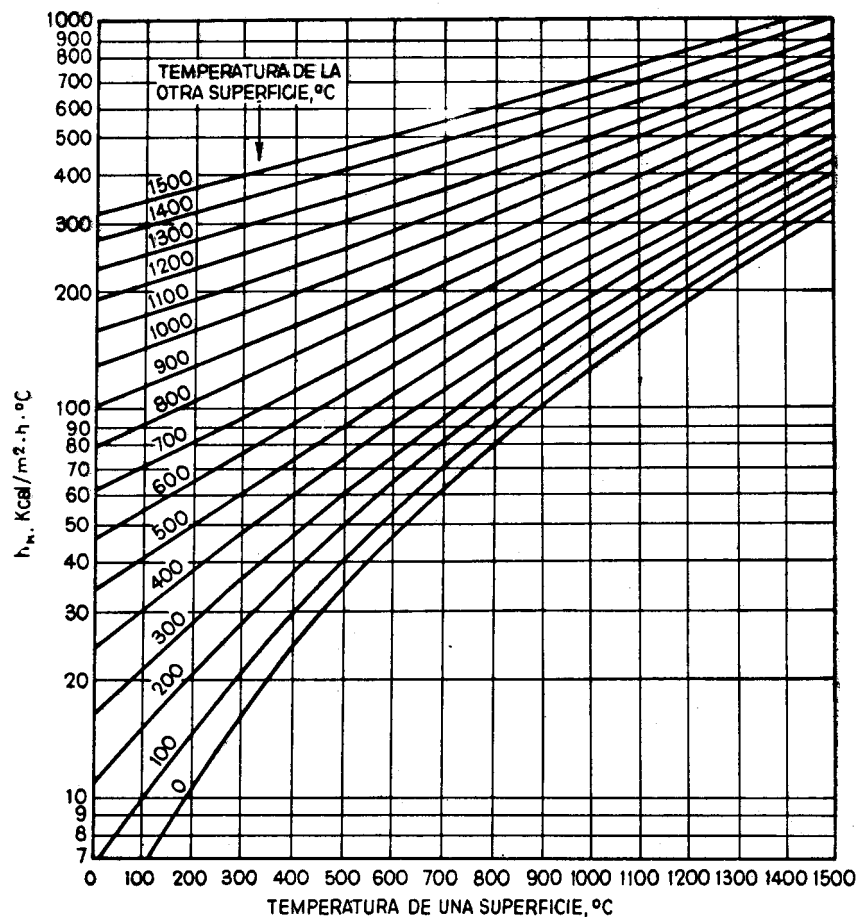
donde h_{Ti} es el coeficiente total del lado donde hay radiación (el interno como ejemplo) que se define como:

$$h_{Ti} = h_i + h_R \quad [69]$$

Siendo h_i el coeficiente de convección y h_R un coeficiente análogo que se puede definir para la radiación. En el caso actual y para $F_{1-2} = 1$ es:

$$h_R = \frac{\alpha \epsilon \left((T_i)^4 - (T_1)^4 \right)}{(T_i - T_1)} \quad [70]$$

siendo T_1 la temperatura de la superficie interna de la pared, según la nomenclatura que venimos siguiendo. El coeficiente h_R también se puede buscar en la siguiente gráfica:



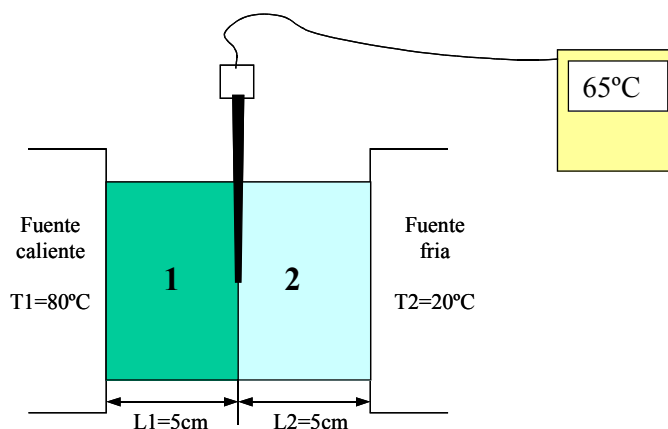
Gráfica 4 Coeficiente de transferencia del calor por radiación entre dos superficies.

Cuestiones

- Suponga una tubería de 8 cm de diámetro que conduce vapor saturado a $p = 5 \text{ atm}$ y que pasa a 0,5 m de un techo de 4 m de anchura. Calcular el calor emitido por convección y radiación por cada metro de tubo y la energía captada por radiación por el techo.
- Considere una tubería de acero, que conduce un fluido caliente, aislada por una capa de aislante y situada en espacio abierto. Calcular las pérdidas por m de tubo teniendo en cuenta la radiación.
- El sistema de aislamiento de un horno consiste en una cámara de aire de 30 cm situada entre dos paredes de ladrillo refractario la interna (40 cm de espesor) y de chamota de 20 cm de espesor la exterior. Calcule las pérdidas de calor para una temperatura interior de 400°C y exterior de 15°C . En la cámara se transmite calor por convección y radiación. Averigüe vd. los datos pertinentes.

6. Problemas

- 1.- Una lámina plana de polietileno expandido (corcho blanco) de 3 cm de espesor se encuentra funcionando como aislante de forma que uno de sus lados está a 62°C mientras que el otro está a 15°C . Calcule la densidad de flujo de calor que la atraviesa. Calcule el flujo de calor si la lámina tiene $40 \cdot 90$ cm. Datos: conductividad del polietileno expandido $k=0,04 \text{ Kcal m}^{-1} \text{ h}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.
- 2.- Se mide la conductividad térmica de un material desconocido con el siguiente montaje:



- Sabiendo que la conductividad del material 1 es de $4,2 \text{ Kcal m}^{-1} \text{ h}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ calcule razonadamente la del material ensayado. ¿Cuál es la densidad de flujo a través de cada material? ¿Puede dibujar de forma rápida el perfil de temperaturas? Y si el material 2 no estuviese presente, ¿cuál sería la densidad de flujo de calor?
- 3.- Calcule las pérdidas de calor de un horno constituido por 4 paredes de ladrillo refractario de $2 \cdot 1,5$ m y 15 cm de espesor, más un techo de $2 \cdot 2$ y 15 cm de espesor. Las superficies interiores de las paredes se encuentran a 220°C , y el techo a 260°C . Por otra parte, las superficies exteriores se encuentran a 45°C excepto el techo que se encuentra a 62°C . Calcule las pérdidas de calor y la cantidad de gasoil que hay que quemar (poder calorífico $9000 \text{ Kcal kg}^{-1}$) para mantener la operación. Datos: conductividad del ladrillo refractario $k=0,85 \text{ Kcal m}^{-1} \text{ h}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, conductividad del material del techo $k=0,45 \text{ Kcal m}^{-1} \text{ h}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.
 - 4.- Se decide mejorar la operación del horno anterior revistiendo las paredes de una capa de amianto de 8 cm de espesor y una capa de ladrillo común de 15 cm de espesor, mientras que el techo se recubre de 25 cm de amianto. En estas condiciones la temperatura de las superficies externas baja a 30°C para las paredes y a 42°C para el techo. Calcule ahora las pérdidas de calor y las nuevas necesidades de combustible. ¿Qué ocurriría si sigue quemando la misma cantidad de combustible?. Datos: conductividad del amianto $k=0,172 \text{ Kcal m}^{-1} \text{ h}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, conductividad del ladrillo ordinario material $k=0,85 \text{ Kcal m}^{-1} \text{ h}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.
 - 5.- Una tubería de cobre de $1/4$ de pulgada ($d_i=9,2$; $d_e=13,7$ mm) conduce vapor saturado de 4 atm de presión. Calcular las pérdidas de calor que sufriría si careciese por completo de aislamiento, sabiendo que en las condiciones de instalación, la temperatura externa alcanzaría los 85°C . Calcule las pérdidas con un espesor de aislante (amianto) de 5 cm y una temperatura externa de 40°C en estas condiciones. Datos: conductividad del cobre $k=71 \text{ Kcal m}^{-1} \text{ h}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, conductividad del amianto $k=0,13 \text{ Kcal m}^{-1} \text{ h}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$

- 6.- Un tanque de acero inoxidable utilizado para recogida de leche tiene las siguientes características geométricas: forma cilíndrica, diámetro interno 65 cm, espesor 3 mm de pared metálica y una capa de aislante, fondo plano de 3 mm de acero, altura máxima de leche de 80 cm. El tanque ha de mantener la leche recogida a 2°C y ha de funcionar con una temperatura externa máxima de 45°C. Calcule las pérdidas de calor sin aislante y con una capa de 2 cm de aislante. Si dispone de un equipo de refrigeración de sólo 150 frigorías por hora, ¿qué espesor de aislante necesitaría? Datos: conductividad del acero $k=25 \text{ Kcal m}^{-1} \text{ h}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, conductividad del aislante $k=0,05 \text{ Kcal m}^{-1} \text{ h}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.
- 7.- Un horno de cocer pan tiene forma semiesférica, 2 m de diámetro interno y 40 cm de espesor de pared. Sabiendo que las temperaturas de las caras externa e interna son respectivamente 90 y 260°C y que la conductividad del material es de $0,22 \text{ Kcal m}^{-1} \text{ h}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, calcule la densidad de flujo del calor.
- 8.- Se tiene que recuperar un extracto produciendo la vaporización del disolvente extractor. Para ello se piensa aportar calor a la masa de disolvente mediante un serpentín de cobre por el que se hace circular vapor de agua saturado a 1 atm (100°C, $l=512 \text{ Kcal kg}^{-1}$). Para el serpentín se piensa usar tubo de cobre de $\frac{1}{2}$ pulgada ($d_i=15,7$; $d_e=21,3 \text{ mm}$). Calcular la longitud de tubo necesaria para evaporar 100 kg h^{-1} de disolvente en operación en flujo estacionario, sabiendo que la temperatura de ebullición del disolvente es de 68°C y el calor latente de vaporización de éste es de 185 Kcal kg^{-1} .
- 9.- Antes de ser envasadas las salchichas tipo frankfurt de 3 cm de diámetro son cocinadas por exposición a vapor vivo de 1 atm. El objetivo es asegurar que toda la masa de cada salchicha es sometido a una temperatura de 85°C durante al menos 5 minutos con el fin de garantizar la salubridad. Si la conductividad de la carne de salchicha es de $1,5 \text{ Kcal m}^{-1} \text{ h}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ y la resistencia de la convección externa puede considerarse nula, ¿qué tiempo de calentamiento recomendaría para una temperatura inicial de 12°C?
- 10.- Se diseña un proceso para escaldar tomates que consiste en someter los frutos a la acción de vapor vivo a 135°C durante un tiempo lo suficientemente corto como para que a una profundidad de 2 mm bajo la piel no se superen los 80°C y el fruto no se cocine. Si la conductividad de los frutos de tomate es de $0,6 \text{ Kcal m}^{-1} \text{ h}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, y su diámetro medio es de 9 cm, calcule el tiempo de exposición al vapor necesario.

7. Bibliografía:

- Beek, W J; Muttzall, K M K "Transport phenomena" (1997) John Wiley & Sons
- Costa Novella, E; y cols "Ingeniería Química : Transmisión del calor" (1986) Alhambra
- Fellows, P; "Tecnología del procesado de los alimentos: principios y prácticas" (1994) Acribia
- Levenspiel, O; "Engineering flow and heat exchange" (1984) Plenum Press (Hay una edición en español: "Flujo de fluidos e intercambio de calor" (1998) Reverté)
- Ocón García, Joaquín; Tojo Barreiro, Gabriel "Problemas de ingeniería química" (1986) Aguilar

Perry, Robert H; Green, Don W "Perry's Chemical Engineer's handbook" (1997) McGraw-Hill

Rahman, S; "Food properties handbook" (1995) CRC press

8. Apéndices

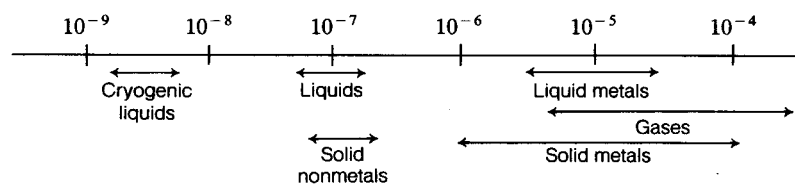
Gráficas aproximadas para la estimación rápida de propiedades térmicas

(tomadas de de Levenspiel)

Para la determinación de las propiedades con más precisión se recomienda el libro de Rahman, para alimentos, y el de Perry para otros materiales

Difusividad térmica

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p} = \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right]$$



$$1 \frac{\text{m}^2}{\text{s}} = 10.76 \frac{\text{ft}^2}{\text{s}} = 38750 \frac{\text{ft}^2}{\text{hr}}$$

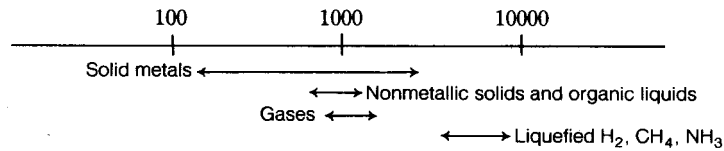
For air (20°C): $\alpha = 2.12 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

For steam (100°C): $\alpha = 2.05 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

For water (20°C): $\alpha = 1.43 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$

Capacidad calorífica

$$C_p = \left[\frac{\text{J}}{\text{kg K}} \right]$$



$$1 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} = 239 \times 10^{-6} \frac{\text{cal}}{\text{gm } ^\circ\text{C}} = 239 \times 10^{-6} \frac{\text{Btu}}{\text{lb } ^\circ\text{F}}$$

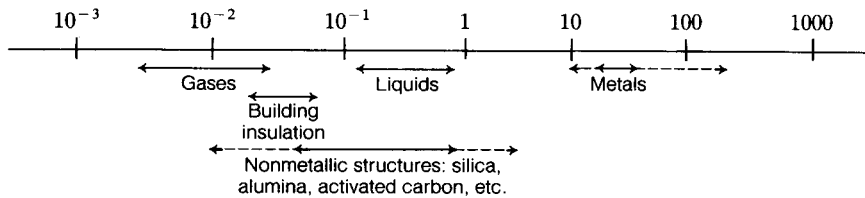
For water (20°C): $C_p = 4184 \text{ J/kg K} = 1 \text{ cal/gm } ^\circ\text{C} = 1 \text{ Btu/lb } ^\circ\text{F}$

For air (20°C): $C_p = 1013 \text{ J/kg K} = 29.29 \text{ J/mol K}$
 $= 0.24 \text{ cal/gm } ^\circ\text{C} = 7 \text{ cal/mol C}$

For steam (100°C): $C_p = 2063 \text{ J/kg K} = 37.13 \text{ J/mol K}$

Conductividad térmica

$$k = \left[\frac{\text{W}}{(\text{m}^2 \text{ c.s.})(\text{K/m length})} \right] = \left[\frac{\text{W}}{\text{m K}} \right]$$



$$1 \frac{\text{W}}{\text{m K}} = 0.00239 \frac{\text{cal}}{\text{s cm } ^\circ\text{C}} = 0.578 \frac{\text{Btu}}{\text{hr ft } ^\circ\text{F}}$$

$k \cong$ independent of pressure

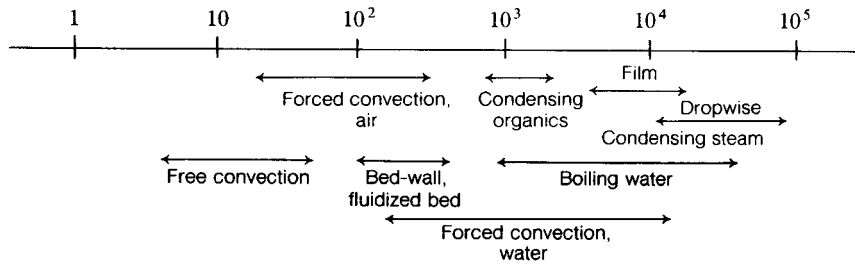
For water (20°C): $k = 0.597 \text{ W/m K}$

For air (20°C): $k = 0.0257 \text{ W/m K}$

For steam (100°C): $k = 0.0251 \text{ W/m K}$

Coefficiente individual de TC por convección

$$h = \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}} \right]$$

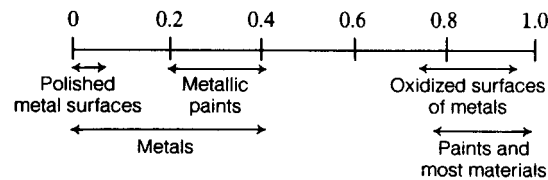


$$1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}} = 2.39 \times 10^{-5} \frac{\text{cal}}{\text{s cm}^2 \text{ }^\circ\text{C}} = 0.1761 \frac{\text{Btu}}{\text{hr ft}^2 \text{ }^\circ\text{F}}$$

Emisividad y absorptancia

$$\epsilon, \alpha = [\text{dimensionless}]$$

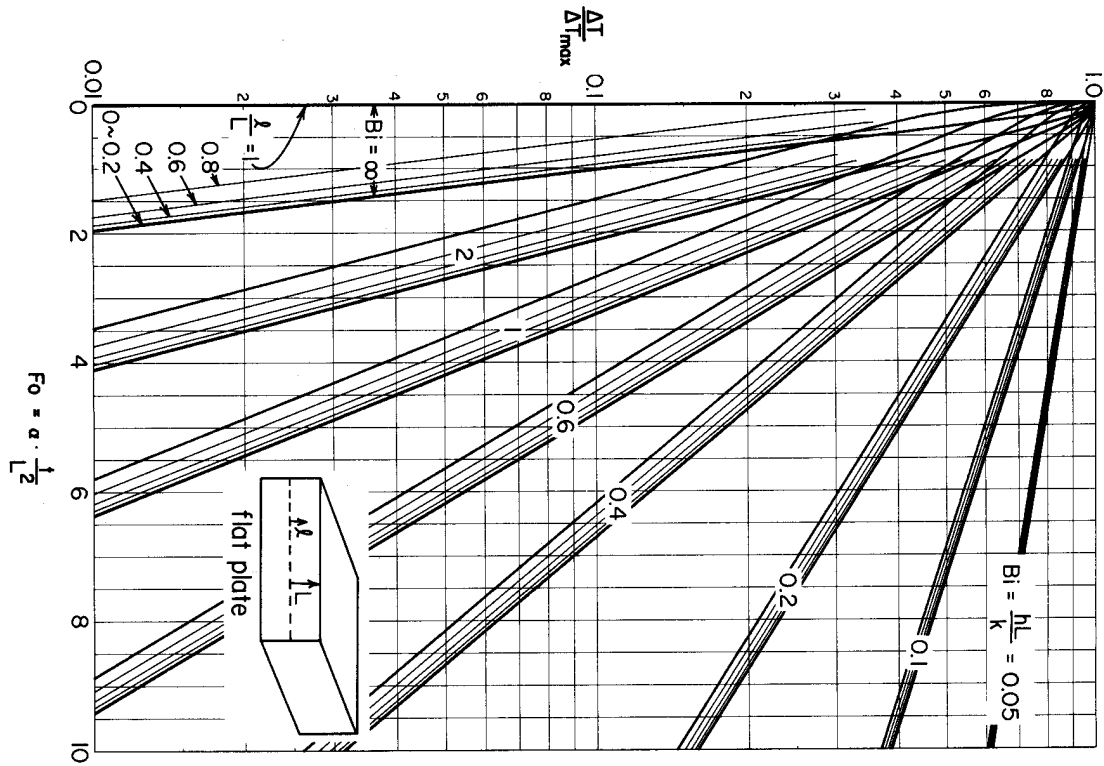
ϵ and α for room temperature radiation



$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$$

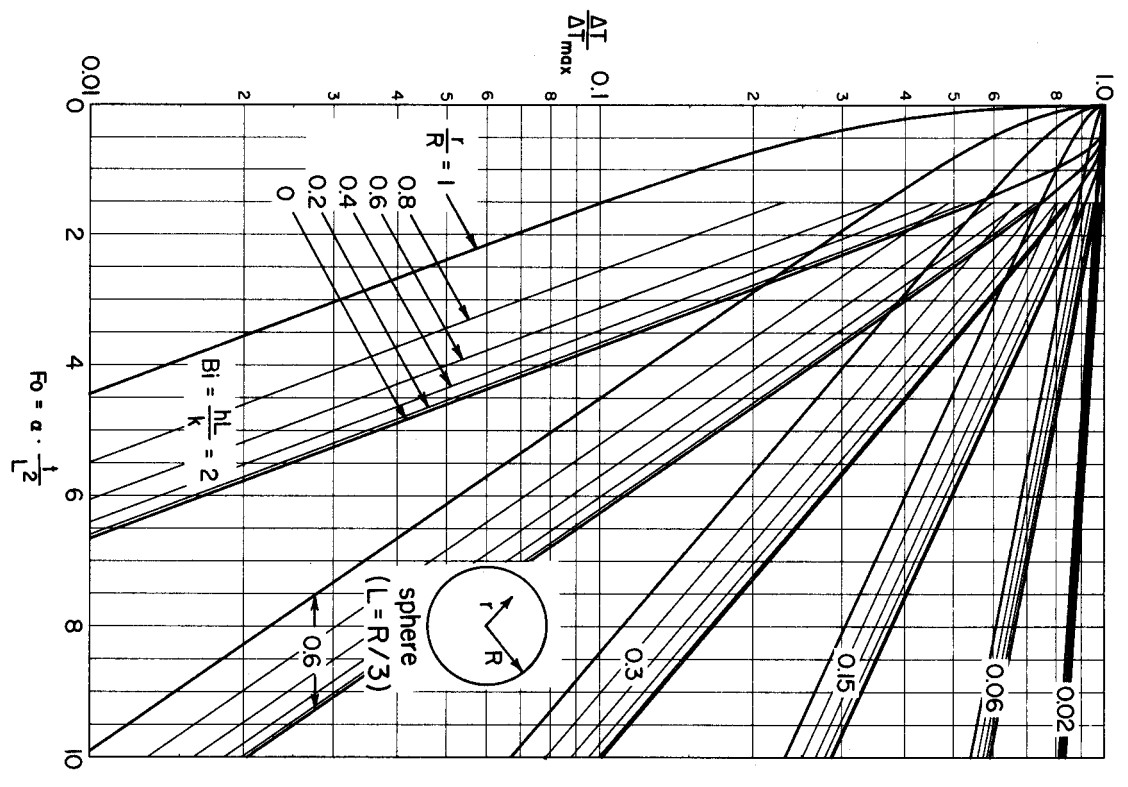
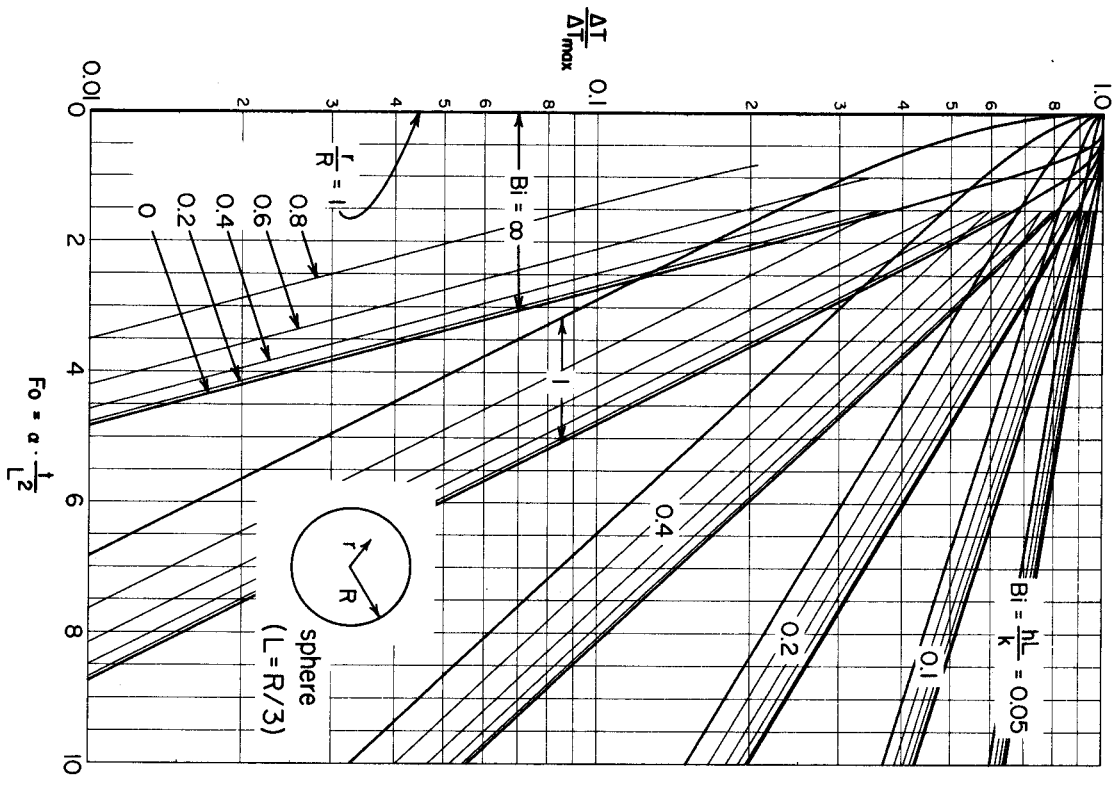
Soluciones gráficas para la TC no estacionario cuando $40 < Bi < 0,05$

Placa plana



Cilindro

Esfera







Índice de contenido

1. Introducción.....	1
2. Transmisión del calor por conducción.....	1
2.1. Conducción unidimensional en estado estacionario. Cuerpos homogéneos.....	2
2.1.1. Geometría plana: sección de paso constante.....	2
2.1.2. Geometría cilíndrica: incremento lineal de la sección de paso.....	3
2.1.3. Geometría esférica: sección de paso con incremento geométrico.....	6
2.1.4. Transmisión por conducción en otras geometrías.....	8
2.2. Conducción unidimensional en estado estacionario: paredes compuestas.....	9
2.2.1. Flujo plano unidimensional.....	10
2.2.2. Flujo radial cilíndrico.....	11
2.2.3. Flujo radial esférico.....	11
2.2.4. Fórmula general para paredes múltiples.....	12
2.3. Conducción en estado no estacionario.....	13
2.3.1. TC por Conducción en Estado No Estacionario, caso unidimensional, geometrías plana, cilíndrica y esférica.....	13
2.3.1.a. Resistencia interna despreciable ($Bi < 0,01$).....	13
2.3.1.b. Resistencia interna significativa: Sólido semiinfinito.....	14
2.3.1.c. Resistencia interna significativa: Sólidos finitos.....	17
2.3.2. T.C por conducción en Estado No Estacionario, caso bi y tridimensional, geometrías plana, cilíndrica y esférica.....	20
3. Transmisión del calor por convección.....	21
3.1. Coeficientes individuales de transmisión del calor, h.....	22
3.2. Estimación de coeficientes individuales de TC por convección.....	23
3.2.1. Módulos adimensionales.....	23
3.2.2. Convección forzada.....	24
3.2.2.a. Fluidos en el interior de tubos.....	24
3.2.2.b. Fluidos en el exterior de tubos.....	25
3.2.3. Convección natural.....	25
3.2.4. Ebullición y condensación.....	26
3.3. Problemas típicos de transmisión del calor por convección.....	26
3.3.1. Transmisión del calor entre dos ambientes separados por una pared simple.....	27
3.3.2. Transmisión del calor entre dos ambientes separados por una pared compuesta.....	28
3.3.3. Caso generalizado.....	29
3.4. El coeficiente global de transmisión del calor U.....	30
3.4.1. Definición.....	30
3.4.2. Calentamiento controlado por la capacidad de intercambio de calor.....	31
4. Transmisión del calor por radiación.....	32
4.1. Caracterización de las fuentes emisoras.....	33
4.1.1. Emisión de radiación térmica.....	33
4.1.2. Espectro de emisión del cuerpo negro: ley de Planck.....	33
4.1.3. Potencia de emisión del cuerpo negro: ley de Stefan-Boltzmann.....	33
4.1.4. Potencia de emisión del cuerpo gris : emisividad ϵ	34
4.2. Recepción de radiación térmica.....	35
4.2.1. Factor de visión.....	35
4.2.2. Factores de absorción o absortancias.....	37



4.3. Ecuaciones para el intercambio de calor por radiación.....	37
4.3.1. Dos superficies muy cercanas.....	38
4.3.2. Dos superficies negras lejanas.....	38
4.3.3. Dos superficies grises.....	38
4.4. Notas sobre la emisión y recepción de calor por gases.....	39
5. Transmisión por varios mecanismos simultáneos.....	39
6. Problemas.....	42
7. Bibliografía:.....	43
8. Apéndices.....	44

©Jose M Fernandez Sevilla©Jose M Fernandez Sevilla©Jose M Fernandez Sevilla©

Created:07/10/2001 Jose Maria Fernandez Sevilla

LastMod 15:07:04 26 de octubre de 2004 Jose Maria Fernandez Sevilla

LastPrint 13:12:07 26 de octubre de 2004 Jose Maria Fernandez Sevilla

PfWorld

H:\Teoria\OBAS_T5(TCalor).sdw

Pags51; Words13573

JMFS