



**Universidad de Navarra** Escuela Superior de Ingenieros  
**Nafarroako Unibertsitatea** Ingeniarien Goi Mailako Eskola

# **FÓRMULAS, TABLAS Y FIGURAS DE TRANSFERENCIA DE CALOR**

**Juan Carlos Ramos González**  
**Doctor Ingeniero Industrial**  
**Febrero de 2007**

**tecnun**

CAMPUS TECNOLÓGICO DE LA UNIVERSIDAD DE NAVARRA  
Paseo de Manuel Lardizábal 13. 20018 Donostia-San Sebastián. SPAIN  
Tel.: (34) 943 219 877 Fax: (34) 943 311 442 [www.esi.unav.es](http://www.esi.unav.es) [informacion@tecnun.com](mailto:informacion@tecnun.com)



## TEMA 1. INTRODUCCIÓN A LA TRANSFERENCIA DE CALOR Y A LA CONDUCCIÓN

- Calor o transferencia de calor o velocidad de transferencia de calor:  $q$  [J/s = W].
- Flujo calorífico o de calor:  $q''$  [W/m<sup>2</sup>].
- Ley de Fourier:  $q''_x = -k \frac{dT}{dx}$ .  $q_x = q''_x \cdot A$ . En condiciones de régimen estacionario y con una distribución lineal de temperaturas:  $q''_x = -k \frac{dT}{dx} = -k \frac{T_2 - T_1}{L} = k \frac{T_1 - T_2}{L} = k \frac{\Delta T}{L}$ .
- Conductividad térmica:  $k$  [W/m·K].
- Ley de enfriamiento de Newton:  $q''_x = h(T_s - T_\infty)$ .
- Coeficiente de transferencia de calor por convección:  $h$  [W/m<sup>2</sup>·K].
- Potencia emisiva superficial:  $E$  [W/m<sup>2</sup>].
- Ley de Stefan-Boltzmann para un cuerpo negro:  $E_b = \sigma T_s^4$ .
- Constante de Stefan-Boltzmann:  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  W/m<sup>2</sup>·K<sup>4</sup>.
- El flujo de calor emitido por una superficie real a la misma temperatura que un cuerpo negro siempre será menor y viene dado por:  $E = \varepsilon \sigma T_s^4$ , donde  $\varepsilon$  es la emisividad, que puede variar entre 0 y 1.
- Se llama *irradiación*,  $G$ , a la velocidad con la que la radiación incide sobre un área unitaria. La proporción de la irradiación total que es absorbida por la superficie viene dada por la *absortividad*,  $\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ), según la siguiente expresión:  $G_{abs} = \alpha G$ . Irradiación de los alrededores:  $G = \sigma T_{alr}^4$ .
- Intercambio de radiación para una superficie gris y difusa ( $\alpha = \varepsilon$ ):  
 $q''_{rad} = \frac{q}{A} = \varepsilon E_b(T_s) - \alpha G = \varepsilon \sigma (T_s^4 - T_{alr}^4)$ . También se puede expresar como:  
 $q''_{rad} = h_{rad} (T_s - T_{alr})$ , siendo  $h_{rad}$  el coeficiente de transferencia de calor por radiación:  
 $h_{rad} = \varepsilon \sigma (T_s + T_{alr})(T_s^2 + T_{alr}^2)$ .
- Principio de conservación de la energía en un volumen de control formulado en un instante de tiempo ( $t$ ):  $\dot{E}_{ent} + \dot{E}_{gen} - \dot{E}_{sal} = \frac{dE_{alm}}{dt} = \dot{E}_{alm}$ .
- Principio de conservación de la energía en un volumen de control formulado en un intervalo de tiempo ( $\Delta t$ ):  $E_{ent} + E_{gen} - E_{sal} = \Delta E_{alm}$ .

- Principio de conservación de la energía en una superficie de control:  $\dot{E}_{ent} - \dot{E}_{sal} = 0$ .
- Ley de Fourier vectorial:  $\vec{q}'' = -k\nabla T = -k\left(\vec{i} \frac{\partial T}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial T}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial T}{\partial z}\right) = \vec{i} q_x'' + \vec{j} q_y'' + \vec{k} q_z''$ .
- Capacidad térmica volumétrica:  $\rho c_p$  [J/m<sup>3</sup>·K]. Mide la capacidad de un material para almacenar energía térmica.
- Difusividad térmica:  $\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$  [m<sup>2</sup>/s]. Mide la capacidad de un material para conducir energía térmica en relación con su capacidad para almacenarla.
- Ecuación de difusión de calor en coordenadas cartesianas:  

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k \frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^3}\right]$$
- Ecuación de difusión de calor vectorial:  $\nabla \cdot (k\nabla T) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$ .
- En el caso de transmisión unidimensional en régimen estacionario y sin generación de energía:  $\frac{d}{dx}\left(k \frac{dT}{dx}\right) = 0$ . Teniendo en cuenta la ley de Fourier ( $q_x'' = -k dT/dx$ ), esta ecuación implica que el flujo de calor en la dirección de transmisión es una constante ( $dq_x''/dx = 0 \Rightarrow q_x'' = \text{cte.}$ ).
- Ecuación de difusión de calor en coordenadas cilíndricas ( $r$  radial,  $\phi$  angular o longitud,  $z$  axial, elemento diferencial de volumen:  $dr \cdot r d\phi \cdot dz$ ):  

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(kr \frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi}\left(k \frac{\partial T}{\partial \phi}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k \frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$
- Ecuación de difusión de calor en coordenadas esféricas ( $r$  radial,  $\theta$  polar, cenital o colatitud,  $\phi$  azimutal o longitud, elemento diferencial de volumen:  $dr \cdot r \sin\theta d\phi \cdot d\theta$ ):  

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}\left(kr^2 \frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta} \frac{\partial}{\partial \phi}\left(k \frac{\partial T}{\partial \phi}\right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta} \frac{\partial}{\partial \theta}\left(k \sin\theta \frac{\partial T}{\partial \theta}\right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$
- Condición de contorno de primera clase o de Dirichlet: superficie mantenida a temperatura constante,  $T(x = 0, t) = T_s$ .

- Condición de contorno de segunda clase o de Neumann: flujo de calor fijo o constante en la superficie,  $q_s''(x=0) = -k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0}$ . Un caso especial es la superficie perfectamente aislada o adiabática,  $\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0$ .
- Condición de contorno de tercera clase o de Fourier: corresponde a la transferencia de calor por convección en la superficie,  $q_{cond,superficie}'' = q_{conv}''$ . Si el fluido está en contacto con la superficie de la pared donde está el origen de coordenadas:  $-k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = h[T_\infty - T(x=0, t)]$ . Si el fluido está en contacto con la superficie de la pared opuesta al origen de coordenadas:  $-k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L} = h[T(x=L, t) - T_\infty]$ .

## TEMA 2. CONDUCCIÓN UNIDIMENSIONAL EN RÉGIMEN ESTACIONARIO

- Resistencia térmica de conducción para pared plana:  $R_{t,cond} = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{q_x} = \frac{L}{kA}$ .
  - Resistencia térmica de convección:  $R_{t,conv} = \frac{T_s - T_\infty}{q} = \frac{1}{hA}$ .
  - Resistencia térmica de radiación.  $R_{t,rad} = \frac{T_s - T_{alr}}{q_{rad}} = \frac{1}{h_r A}$ .
  - Coeficiente global de transferencia de calor,  $U$ :  $q_x = UA\Delta T$ .  $R_{tot} = \sum R_t = \frac{\Delta T}{q} = \frac{1}{UA}$ .
  - Ley de Fourier expresada en forma integral para un sistema general en condiciones de régimen estacionario sin generación de calor y con conducción unidimensional (en este caso, la transferencia de calor,  $q_x$ , es una constante independiente de  $x$ ):  $q_x \int_{x_0}^x \frac{dx}{A(x)} = -\int_{T_0}^T k(T)dT$ .
  - Resistencia térmica de conducción para una pared cilíndrica:  $R_{t,cond} = \frac{(T_{s1} - T_{s2})}{q_r} = \frac{\ln(r_2 / r_1)}{2\pi Lk}$ .
  - Resistencia térmica de convección para una pared cilíndrica:  $R_{t,conv} = \frac{1}{Ah} = \frac{1}{2\pi r Lh}$ .
  - Resistencia térmica de conducción para una pared esférica:
- $$R_{t,cond} = \frac{(T_{s1} - T_{s2})}{q_r} = \frac{1}{4\pi k} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

- Resistencia térmica de convección para una pared esférica:  $R_{t,conv} = \frac{1}{Ah} = \frac{1}{4\pi r^2 h}$ .
- El coeficiente global de transferencia de calor en una pared cilíndrica o esférica depende del área en función de la cual se exprese:  $U_1 A_1 = U_2 A_2 = U_3 A_3 = \dots = U_i A_i = (\sum R_i)^{-1}$ .
- Generación de energía térmica por unidad de volumen:  $\dot{q} = \dot{e}_{gen} = \frac{\dot{E}_{gen}}{Vol} \left[ \frac{W}{m^3} \right]$ .
- Ecuación de calor para una aleta:  $\frac{d^2 T}{dx^2} + \left( \frac{1}{A_c} \frac{dA_c}{dx} \right) \frac{dT}{dx} - \left( \frac{1}{A_c} \frac{h}{k} \frac{dA_s}{dx} \right) (T - T_\infty) = 0$ .
- Distribución de temperaturas y transferencia de calor para aletas de área de sección transversal uniforme:

- Caso A, con transferencia de calor por convección desde el extremo de la aleta

$$(hA_c [T(L) - T_\infty] = -kA_c \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=L}):$$

$$\frac{\theta(x)}{\theta_b} = \frac{\cosh m(L-x) + (h/mk) \sinh m(L-x)}{\cosh mL + (h/mk) \sinh mL} \quad q_f = M \frac{\sinh mL + (h/mk) \cosh mL}{\cosh mL + (h/mk) \sinh mL}$$

siendo  $\theta(x) = T(x) - T_\infty$ ,  $\theta_b = T_b - T_\infty$ ,  $m^2 = \frac{hP}{kA_c}$ ,  $M = \sqrt{hPkA_c} \theta_b$ ,  $P$  el perímetro y  $A_c$

el área transversal.

- Caso B, extremo adiabático ( $\left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=L} = 0$ ):

$$\frac{\theta(x)}{\theta_b} = \frac{\cosh m(L-x)}{\cosh mL} \quad q_f = M \tanh mL$$

- Caso C, extremo con temperatura establecida ( $\theta(x=L) = \theta_L$ ):

$$\frac{\theta(x)}{\theta_b} = \frac{(\theta_L / \theta_b) \sinh mx + \sinh m(L-x)}{\sinh mL} \quad q_f = M \frac{\cosh mL - (\theta_L / \theta_b)}{\sinh mL}$$

- Caso D, aleta muy larga ( $L \rightarrow \infty$  y  $\theta_L \rightarrow 0$ , aplicable si  $m \cdot L > 2,65$ ):

$$\theta(x) = \theta_b e^{-mx} \quad q_f = M = \sqrt{hPkA_c} \theta_b$$

- La efectividad de una aleta se define como la razón entre la transferencia de calor de la aleta y la transferencia de calor que existiría sin la aleta:  $\varepsilon_f = \frac{q_f}{hA_{c,b} \theta_b}$ , siendo  $A_{c,b}$  el área de la sección transversal de la base de la aleta. El uso de aletas sólo se justifica cuando  $\varepsilon_f \geq 2$ .

- Resistencia térmica de una aleta:  $R_{t,f} = \frac{\theta_b}{q_f}$ .
- Teniendo en cuenta la resistencia térmica de convección de la base de la aleta,  $R_{t,b} = 1/hA_{c,b}$ , se puede expresar la efectividad como:  $\varepsilon_f = \frac{R_{t,b}}{R_{t,f}}$ .
- La eficiencia o rendimiento de una aleta se define como la razón entre el calor real transferido por la aleta y el calor que transferiría si estuviera toda ella a la temperatura de la base:  
$$\eta_f = \frac{q_f}{q_{\max}} = \frac{q_f}{hA_f\theta_b}$$
, siendo  $A_f$  la superficie total de la aleta.
- Teniendo en cuenta la ecuación que define la resistencia térmica de una aleta, se puede expresar ésta en función de su eficiencia:  $R_{t,f} = \frac{1}{hA_f\eta_f}$ .
- Para el caso de una aleta recta de sección transversal uniforme y con su extremo adiabático se tiene:  $\eta_f = \frac{M \tanh mL}{hPL\theta_b} = \frac{\tanh mL}{mL}$ .
- Se puede emplear la expresión de la aleta con extremo adiabático para una aleta con extremo activo, empleando una longitud de aleta corregida de la forma  $L_c = L+(t/2)$  para aleta rectangular y  $L_c = L+(D/4)$  para aleta de aguja. Esta aproximación es válida cuando  $(ht/k)$  o  $(hD/2k) < 0,0625$ .
- Aletas de sección transversal no uniforme. En las expresiones de la distribución de temperaturas, la transferencia de calor y el rendimiento o eficiencia de este tipo de aletas aparecen las funciones de Bessel modificadas de primera y segunda clase de orden 0 y orden 1 ( $I_0, I_1, K_0$  y  $K_1$ ) cuyos valores están tabulados en la Tabla H. En la Tabla 2.1 se muestran las expresiones del rendimiento para distintos tipos de aletas de sección transversal no uniforme.
- Dispositivo de varias aletas. Eficiencia global de la superficie:  $\eta_o = \frac{q_t}{q_{\max}} = \frac{q_t}{hA_t\theta_b}$ , siendo  $q_t$  la transferencia total de calor de la superficie total,  $A_t$ , que es la asociada a la superficie de las aletas,  $A_f$ , más la parte expuesta de la base,  $A_b$ . Es decir,  $A_t = NA_f + A_b$ , siendo  $N$  el número total de aletas.
- Este rendimiento también se puede expresar en función del rendimiento de una sola aleta:

$$q_t = Nq_f + q_b = N\eta_f hA_f\theta_b + hA_b\theta_b \Rightarrow q_t = \eta_o hA_t\theta_b \Rightarrow \eta_o = 1 - \frac{NA_f}{A_t}(1 - \eta_f).$$

- Resistencia térmica efectiva del dispositivo de aletas:  $R_{t,o} = \frac{\theta_b}{q_t} = \frac{1}{hA_t\eta_o}$ .

### TEMA 3. CONDUCCIÓN BIDIMENSIONAL EN RÉGIMEN ESTACIONARIO

- Factor de forma de conducción para sistemas bidimensionales,  $S$ :  $q = Sk(T_1 - T_2)$ . Se obtiene de la Tabla 3.1.
- Resistencia de conducción bidimensional:  $R_{t,cond(2D)} = \frac{1}{Sk}$ .
- MDF: Para obtener la ecuación de diferencias finitas de un nodo aplicando el principio de conservación de la energía a un volumen de control alrededor del nodo se supone que todo el flujo de calor es hacia el nodo. Como estamos en régimen permanente la ecuación a emplear es:  $\dot{E}_{ent} + \dot{E}_{gen} = 0$ . El término de energía entrante puede incluir calores de conducción o de convección que se evalúan con la ley de Fourier ( $q_{(m-1,n) \rightarrow (m,n)} = k(\Delta y \cdot 1) \frac{T_{m-1,n} - T_{m,n}}{\Delta x}$ ) o la ley de enfriamiento de Newton ( $q_{(\infty) \rightarrow (m,n)} = h(\Delta x \cdot 1)(T_\infty - T_{m,n})$ ).

### TEMA 4. CONDUCCIÓN EN RÉGIMEN TRANSITORIO

- Número de Biot:  $Bi = \frac{hL_c}{k} = \frac{R_{t,cond}}{R_{t,conv}}$ .
- Longitud característica:  $L_c = Vol/A_s$ . Para una pared plana de espesor  $2L \Rightarrow L_c = L$ , y para un cilindro largo o una esfera de radio  $r_o \Rightarrow L_c = r_o$ .
- Número de Fourier:  $Fo = \frac{\alpha \cdot t}{L_c^2}$ .
- El método de la resistencia interna despreciable es aplicable cuando  $Bi = \frac{hL_c}{k} < 0,1$ .
- Distribución de temperaturas temporal en un sólido en el que se puede aplicar el método de la resistencia interna despreciable:  

$$\frac{\theta(t)}{\theta_{ini}} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_{ini} - T_\infty} = \exp\left[-\frac{hA_s}{\rho Vol c_p} t\right] = \exp\left(-\frac{t}{\tau_t}\right) = \exp(-Bi \cdot Fo).$$
- Constante de tiempo térmica:  $\tau_t = \frac{1}{hA_s} \cdot \rho Vol c_p = R_t \cdot C_t$ , siendo  $R_t$  la resistencia a la transferencia de calor por convección y  $C_t$  la capacidad térmica del sólido.

- La transferencia total de energía que tiene lugar desde un sólido en el que se puede aplicar el método de la resistencia interna despreciable durante un tiempo  $t$  será:

$$Q(t) = \int_0^t q dt = hA_s \int_0^t \theta(t) dt \Rightarrow Q(t) = \rho Vol c_p \theta_{ini} [1 - \exp(-t/\tau_t)] = -\Delta E_{alm}.$$

- Solución analítica aproximada con el primer término (aplicable cuando  $Fo > 0,2$ ) de la distribución de temperaturas en una pared plana de espesor  $2L$  sometida a convección:

$$\theta^*(x^*, t^*) = \frac{T(x, t) - T_\infty}{T_{ini} - T_\infty} = C_1 \exp(-\zeta_1^2 Fo) \cos(\zeta_1 x^*) = \theta_o^* \cos(\zeta_1 x^*), \quad \text{siendo}$$

$$\theta_o^*(x^* = 0, t) = \frac{T(x = 0, t) - T_\infty}{T_{ini} - T_\infty} = C_1 \exp(-\zeta_1^2 Fo) \text{ la temperatura del plano medio } (x^* = x/L =$$

0). Los valores de  $C_1$  y  $\zeta_1$  se obtienen de la Tabla 4.1.

- Transferencia total de energía en función del tiempo desde o hacia una pared plana de espesor

$$2L \text{ sometida a convección: } \frac{Q(t)}{U_o} = 1 - \frac{\text{sen} \zeta_1}{\zeta_1} \theta_o^*(0, t), \text{ siendo } U_o = U_{ini} = \rho c_p Vol (T_{ini} - T_\infty) =$$

$U_{máx}$  la energía interna inicial de la pared referida a la temperatura del fluido o la máxima cantidad de energía que se podría transferir al fluido o desde el fluido, según éste esté a menor o mayor temperatura que la pared.

- Solución analítica aproximada con el primer término (aplicable cuando  $Fo > 0,2$ ) de la distribución de temperaturas en un cilindro largo de radio  $r_o$  sometido a convección:

$$\theta^*(r^*, t^*) = \frac{T(r, t) - T_\infty}{T_{ini} - T_\infty} = C_1 \exp(-\zeta_1^2 Fo) J_0(\zeta_1 r^*) = \theta_o^* J_0(\zeta_1 r^*), \quad \text{siendo}$$

$$\theta_o^*(r^* = 0, t) = \frac{T_o - T_\infty}{T_{ini} - T_\infty} = C_1 \exp(-\zeta_1^2 Fo) \text{ la temperatura del eje central } (r^* = r/r_o = 0) \text{ y } J_0$$

la función de Bessel de primera clase de orden cero cuyos valores se encuentran en la Tabla G.

- Transferencia total de energía en función del tiempo desde o hacia un cilindro largo de radio

$$r_o \text{ sometido a convección: } \frac{Q(t)}{U_o} = 1 - \frac{2\theta_o^*(0, t)}{\zeta_1} J_1(\zeta_1), \text{ siendo } J_1 \text{ la función de Bessel de}$$

primera clase de orden uno cuyos valores se encuentran en la Tabla G y  $U_o = U_{ini} = \rho c_p Vol (T_{ini} - T_\infty) = U_{máx}$  la energía interna inicial del cilindro referida a la temperatura del fluido o la máxima cantidad de energía que se podría transferir al fluido o desde el fluido, según éste esté a menor o mayor temperatura que el cilindro.

- Solución analítica aproximada con el primer término (aplicable cuando  $Fo > 0,2$ ) de la distribución de temperaturas en una esfera de radio  $r_o$  sometida a convección:

$$\theta^*(r^*, t^*) = \frac{T(r, t) - T_\infty}{T_{ini} - T_\infty} = C_1 \exp(-\zeta_1^2 Fo) \frac{1}{\zeta_1 r^*} \text{sen}(\zeta_1 r^*) = \theta_o^* \frac{1}{\zeta_1 r^*} \text{sen}(\zeta_1 r^*), \quad \text{siendo}$$

$$\theta_o^*(r^* = 0, t) = \frac{T_o - T_\infty}{T_{ini} - T_\infty} = C_1 \exp(-\zeta_1^2 Fo) \text{ la temperatura del eje central } (r^* = r/r_o = 0).$$

- Transferencia total de energía en función del tiempo desde o hacia una esfera de radio  $r_o$  sometida a convección:  $\frac{Q(t)}{U_o} = 1 - \frac{3\theta_o^*}{\zeta_1^3} [\text{sen}(\zeta_1) - \zeta_1 \cos(\zeta_1)]$ , siendo  $U_o = U_{ini} = \rho c_p Vol(T_{ini} - T_\infty) = U_{máx}$  la energía interna inicial de la esfera referida a la temperatura del fluido o la máxima cantidad de energía que se podría transferir al fluido o desde el fluido, según éste esté a menor o mayor temperatura que la esfera.

- Conducción multidimensional. Para las geometrías multidimensionales de la Tabla 4.2, la solución multidimensional se expresa como un producto de soluciones unidimensionales que corresponden a un sólido semiinfinito, una pared plana de espesor  $2L$  o un cilindro infinito de

$$\text{radio } r_o: S(x, t) = \left. \frac{T(x, t) - T_\infty}{T_{ini} - T_\infty} \right|_{\text{Sólido semiinfinito}} ; P(x, t) = \left. \frac{T(x, t) - T_\infty}{T_{ini} - T_\infty} \right|_{\text{Pared plana}} ; C(r, t) = \left. \frac{T(r, t) - T_\infty}{T_{ini} - T_\infty} \right|_{\text{Cilindro infinito}} .$$

- En un sólido semiinfinito la condición de frontera interior es  $T(x \rightarrow \infty, t) = T_{ini}$  y la condición inicial es  $T(x, 0) = T_{ini}$ . Las soluciones analíticas para tres condiciones de frontera exterior son:

Condición de frontera	Distribución de temperaturas
Temperatura superficial constante: $ T(0, t) = T_s$	$\frac{T(x, t) - T_s}{T_{ini} - T_s} = \text{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right)$ $q_s''(t) = -k \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right _{x=0} = \frac{k(T_s - T_{ini})}{(\pi \alpha t)^{1/2}}$

Condición de frontera	Distribución de temperaturas
Flujo de calor superficial constante: $ q_s'' = q_o''$	$T(x, t) - T_{ini} = \frac{2q_o''(\alpha t / \pi)^{1/2}}{k} \exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right) - \frac{q_o'' x}{k} \text{erfc}\left(-\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right)$
Convección superficial: $ -k \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right _{x=0} = h[T_\infty - T(0, t)]$	$\frac{T(x, t) - T_{ini}}{T_\infty - T_{ini}} = \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) - \left[ \exp\left(\frac{hx}{k} + \frac{h^2 \alpha t}{k^2}\right) \right] \left[ \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} + \frac{h\sqrt{\alpha t}}{k}\right) \right]$

donde la función gaussiana de error, erf ( $\eta$ ), y la función complementaria de error, erfc ( $w$ ) =  $1 - \text{erf}(w)$ , son funciones matemáticas estándar cuyos valores se encuentran en la Tabla E.

- MDF en régimen transitorio. Expresión en diferencias finitas de la velocidad de variación de la energía almacenada:  $\dot{E}_{alm} = \rho c_p V \frac{T_{m,n}^{p+1} - T_{m,n}^p}{\Delta t}$ .
- Criterio de estabilidad en el MDF explícito: el coeficiente asociado con el nodo de interés en el tiempo anterior (coeficiente de  $T_{m,n}^p$ ) debe ser mayor o igual que cero. Así se obtiene un valor límite para  $Fo = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2}$ , del que se obtiene el máximo valor permisible de  $\Delta t$ .

### TEMA 5. INTRODUCCIÓN A LA CONVECCIÓN

- Ley de enfriamiento de Newton:  $q'' = h(T_s - T_\infty)$ ;  $q = hA(T_s - T_\infty)$ .
- Coeficiente de transferencia de calor por convección local,  $h$  o promedio,  $\bar{h}$  [ $\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}$ ].
- Relación entre los coeficientes de convección local y promedio:  

$$q = \int_{A_s} q'' dA_s = (T_s - T_\infty) \int_{A_s} h dA_s = \bar{h} A_s (T_s - T_\infty) \Rightarrow \bar{h} = \frac{1}{A_s} \int_{A_s} h dA_s$$
 Para flujo sobre una placa plana:  $\bar{h} = \frac{1}{L} \int_0^L h dx$ .
- Espesor de la capa límite de velocidad,  $\delta(x)$ : la  $y$  para la que  $u(y) = 0,99 \cdot u_\infty$ .
- Espesor de la capa límite térmica,  $\delta_t(x)$ : la  $y$  para la que  $(T_s - T(y))/(T_s - T_\infty) = 0,99$ .
- Relación del coeficiente de convección en la capa límite:  $h = \frac{-k_f \partial T / \partial y|_{y=0}}{T_s - T_\infty}$ .
- Número de Reynolds:  $Re_x = \frac{\rho u_\infty x}{\mu} = \frac{u_\infty x}{\nu}$ .
- Número de Reynolds crítico para el inicio de la turbulencia en flujo externo:  $Re_{x,c} = 5 \cdot 10^5$ .
- Expresión diferencial de la ecuación de conservación de la masa o de continuidad:  

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \cdot \text{s}} \right]$$
- Expresiones diferenciales de las ecuaciones de balance de la cantidad de movimiento o del momento lineal:

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial t} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \mu \left[ 2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right\} + X \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}^3} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^2} \right]$$

$$\rho \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial t} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \mu \left[ 2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \right\} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right\} + Y.$$

- Expresión diferencial de la ecuación de conservación de la energía:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \dot{q} - Xu - Yv + \mu \Phi - \frac{\partial(pu)}{\partial x} - \frac{\partial(pv)}{\partial y} =$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho u \left( e + gy + \frac{V^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \rho v \left( e + gy + \frac{V^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \left( e + gy + \frac{V^2}{2} \right) \right] \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^3} \right], \text{ siendo } V^2 = u^2 + v^2.$$

- Expresión diferencial de la ecuación de conservación de la energía térmica para fluido incompresible en flujo estacionario:

$$\rho c_p \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \mu \Phi + \dot{q}.$$

- Disipación viscosa:  $\mu \Phi = \mu \left\{ \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right\}.$

- Aproximaciones de capa límite: fluido incompresible ( $\rho$  constante), con propiedades constantes ( $k, \mu$ , etc.), fuerzas de cuerpo insignificantes ( $X=Y=0$ ) y sin generación de energía ( $\dot{q} = 0$ ). Además:  $u \gg v$  y  $\frac{\partial u}{\partial y} \gg \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}$  en la capa límite de velocidad y  $\frac{\partial T}{\partial y} \gg \frac{\partial T}{\partial x}$  en la capa límite térmica.

- Ecuación de conservación de la masa o de continuidad en la capa límite:  $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0.$

- Ecuaciones de balance de la cantidad de movimiento o del momento lineal en la capa límite:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad \text{y} \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0.$$

- Ecuación de conservación de la energía en la capa límite:  $u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\nu}{c_p} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2.$

- Número de Prandtl:  $Pr = \frac{\nu}{\alpha}.$

- Número de Nusselt:  $Nu = \frac{hL}{k_f} = \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \Big|_{y^*=0}.$

- Las formas adimensionales de las soluciones de la capa límite adoptan la siguiente forma:

$$Nu = f(x^*, Re_L, Pr) \text{ y } \overline{Nu} = \frac{\overline{h}L}{k_f} = f(Re_L, Pr).$$

- Relación entre los espesores de las capas límites hidrodinámica y térmica:  $\frac{\delta}{\delta_t} \approx Pr^{1/3}$ .

## TEMA 6. CONVECCIÓN FORZADA EN FLUJO EXTERNO

- Temperatura de película es la temperatura media entre la del fluido y la de la superficie:

$$T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2}.$$

- Espesor de la capa límite laminar:  $\delta_{lam}(x) = \frac{5}{\sqrt{u_\infty / \nu x}} = \frac{5x}{\sqrt{Re_x}}$ .

- Correlación de convección local para el flujo laminar sobre una placa plana con temperatura superficial constante:  $Nu_x = \frac{h_x x}{k} = 0,332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$ . Con propiedades a  $T_f$  y  $Pr \geq 0,6$ .

- Relación entre los espesores de las capas límites de velocidad y térmica:  $\frac{\delta_{lam}}{\delta_{t,lam}} \approx Pr^{1/3}$ .

- Correlación de convección promedio para el flujo laminar sobre una placa plana con temperatura superficial constante:  $\overline{Nu}_x = \frac{\overline{h}_x x}{k} = 0,664 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$ . Con propiedades a  $T_f$  y  $Pr \geq 0,6$ .

- Correlación de convección local para flujo laminar de un fluido con número de Prandtl pequeño, como los metales líquidos, en los que  $\delta_t \gg \delta$  y se puede suponer velocidad uniforme a través de la capa límite térmica:  $Nu_x = 0,565 (Re_x \cdot Pr)^{1/2}$ , con propiedades a  $T_f$ ,  $Pr \leq 0,05$  y  $Re_x \cdot Pr \geq 100$ .

- Espesor de la capa límite de velocidad turbulenta:  $\delta_{turb} = 0,37 x Re_x^{-1/5}$ .

- Espesor de la capa límite térmica turbulenta:  $\delta_{t,turb} \approx \delta_{turb}$ .

- Correlación de convección local para el flujo turbulento sobre una placa plana con  $T_s = cte$ :  $Nu_x = 0,0296 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}$ . Con propiedades a  $T_f$  y  $0,6 < Pr < 60$ .

- Para condiciones de capa límite mezclada (laminar y turbulenta) se trabaja con el coeficiente de convección promedio:  $\overline{h}_L = \frac{1}{L} \left( \int_0^{x_c} h_{lam} dx + \int_{x_c}^L h_{turb} dx \right)$ .

- Correlación de convección promedio para capa límite mezclada (laminar y turbulenta) sobre una placa plana con  $T_s = cte$ :  $\overline{Nu}_L = (0,037Re_L^{4/5} - 871)Pr^{1/3}$ . Con propiedades a  $T_f$  y

$$\left[ \begin{array}{l} 0,6 < Pr < 60 \\ 5 \cdot 10^5 < Re_L < 10^8 \\ Re_{x_c} = 5 \cdot 10^5 \end{array} \right].$$

- Correlación de convección local para flujo laminar sobre una placa plana con longitud inicial no calentada (la capa límite de velocidad comienza en  $x = 0$  y la térmica en  $x = \xi$ ):

$$Nu_x = \frac{Nu_x|_{\xi=0}}{\left[1 - (\xi/x)^{3/4}\right]^{1/3}}, \text{ donde } Nu_x|_{\xi=0} \text{ está dado por la expresión anterior para flujo laminar.}$$

- Correlación de convección local para flujo turbulento sobre una placa plana con longitud inicial no calentada (la capa límite de velocidad comienza en  $x = 0$  y la térmica en  $x = \xi$ ):

$$Nu_x = \frac{Nu_x|_{\xi=0}}{\left[1 - (\xi/x)^{9/10}\right]^{1/9}}, \text{ donde } Nu_x|_{\xi=0} \text{ está dado por la expresión anterior para flujo}$$

turbulento.

- Correlación de convección promedio entre  $\xi$  y  $L$  sobre una placa plana con longitud inicial no calentada:  $\overline{Nu}_L = \overline{Nu}_L|_{\xi=0} \frac{L}{L-\xi} \left[1 - (\xi/L)^{(2p+1)/(2p+2)}\right]^{2p/(2p+1)}$ , siendo  $p = 1$  para flujo laminar y  $p = 4$  para turbulento.

- Correlación de convección local para flujo laminar sobre una placa plana que desprende un flujo de calor superficial constante:  $Nu_x = 0,453Re_x^{1/2}Pr^{1/3}$ , con  $Pr \geq 0,6$  y propiedades a  $T_f$ .
- Correlación de convección local para flujo turbulento sobre una placa plana que desprende un flujo de calor superficial constante:  $Nu_x = 0,0308Re_x^{4/5}Pr^{1/3}$ , con  $0,6 \leq Pr \leq 60$  y propiedades a  $T_f$ .

- Flujo sobre una placa plana que desprende un flujo de calor superficial constante. La variación de la temperatura superficial local se obtiene con:  $T_s(x) = T_\infty + \frac{q_s''}{h_x(x)}$ .

- Número de Reynolds para flujo cruzado sobre un cilindro:  $Re_D = V \cdot D / \nu$ .
- Correlación de Hilpert para flujo cruzado sobre un cilindro:  $\overline{Nu}_D = CRe_D^m Pr^{1/3}$ . Los valores de las constantes  $C$  y  $m$  se dan en la Tabla 6.1 en función de  $Re_D$ . La Tabla 6.2 da los valores de las constantes para cilindros no circulares. Las propiedades se evalúan a  $T_f$ .

- Correlación de Zhukauskas para flujo cruzado sobre un cilindro:  $\overline{Nu}_D = CRe_D^m Pr^n \left(\frac{Pr}{Pr_s}\right)^{1/4}$ .

Con  $\begin{cases} n = 0,37 \text{ si } Pr \leq 10 \\ n = 0,36 \text{ si } Pr > 10 \end{cases}$  y  $\begin{cases} 0,7 < Pr < 500 \\ 1 < Re_D < 10^6 \end{cases}$ . Los valores de las constantes  $C$  y  $m$  se dan en

la Tabla 6.3 en función de  $Re_D$ . Las propiedades se evalúan a  $T_\infty$ , excepto  $Pr_s$  a  $T_s$ .

- Correlación de Churchill y Bernstein para flujo cruzado sobre un cilindro:

$$\overline{Nu}_D = 0,3 + \frac{0,62Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + (0,4/Pr)^{2/3}\right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282.000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}. \text{ Con propiedades a } T_f \text{ y } Re_D Pr > 0,2.$$

- Correlación de Zhukauskas para flujo a través de un banco de tubos:

$$\overline{Nu}_D = CRe_{D,m\acute{a}x}^m Pr^{0,36} \left(\frac{Pr}{Pr_s}\right)^{1/4}. \text{ Con } \begin{cases} N_L \geq 20 \\ 1.000 < Re_{D,m\acute{a}x} < 2 \cdot 10^6 \\ 0,7 < Pr < 500 \end{cases}. \text{ Las constantes } C \text{ y } m \text{ se dan}$$

en la Tabla 6.4. Las propiedades se evalúan a  $\bar{T} = (T_{ent} + T_{sal})/2$ , excepto  $Pr_s$  a  $T_s$ . Para  $N_L <$

20 se aplica un factor de corrección tal que  $\overline{Nu}_D|_{N_L < 20} = C_2 \overline{Nu}_D|_{N_L \geq 20}$ , donde  $C_2$  está dado en

la Tabla 6.5.

- $Re_{D,m\acute{a}x}$  se define en función de la velocidad máxima del fluido dentro del banco de tubos.
- $S_T$  es el espaciado transversal y  $S_L$  el espaciado longitudinal (distancias entre centros de tubos).

- Para la configuración alineada la velocidad máxima se da en el plano transversal entre dos

tubos verticales y su valor es  $V_{m\acute{a}x} = \frac{S_T}{S_T - D} V$ .

- Para la configuración escalonada se utiliza la misma expresión si la velocidad máxima se da

en el plano transversal. Pero si se da en el plano diagonal la expresión es  $V_{m\acute{a}x} = \frac{S_T}{2(S_D - D)} V$ .

La velocidad máxima ocurre en el plano diagonal si se cumple la siguiente condición (ver

Figura 6.2):  $2(S_D - D) < (S_T - D) \Rightarrow S_D = \left[ S_L^2 + \left(\frac{S_T}{2}\right)^2 \right]^{1/2} < \frac{S_T + D}{2}$ .

- Diferencia de temperaturas media logarítmica:  $\Delta T_{ml} = \frac{(T_s - T_{ent}) - (T_s - T_{sal})}{\ln\left(\frac{T_s - T_{ent}}{T_s - T_{sal}}\right)}$ .

- Cálculo de la temperatura de salida del flujo:  $\frac{T_s - T_{sal}}{T_s - T_{ent}} = \exp\left(-\frac{\pi D N \bar{h}}{\rho V N_T S_T c_p}\right)$ , donde  $N$  es el número total de tubos y  $N_T$  el número de tubos en el plano transversal.
- Cálculo de la transferencia de calor por unidad de longitud de tubo:  $q' = \bar{h} N \pi D \Delta T_{ml}$ .

### TEMA 7. CONVECCIÓN FORZADA EN FLUJO INTERNO

- El número de Reynolds para flujo interno se define en función del diámetro del tubo y de la velocidad media del fluido sobre la sección transversal del tubo:  $Re_D = \frac{\rho u_m D}{\mu} = \frac{u_m D}{\nu}$ . Como

$$\dot{m} = \rho u_m A_c, \text{ para un tubo circular el número de Reynolds se puede expresar: } Re_D = \frac{4\dot{m}}{\pi D \mu}.$$

- Número de Reynolds crítico para el inicio de la turbulencia en flujo interno:  $Re_{D,c} = 2.300$ .

- Longitud hidrodinámica de entrada para flujo laminar:  $\left(\frac{x_{cd,h}}{D}\right)_{lam} \approx 0,05 Re_D$ .

- Longitud hidrodinámica de entrada para flujo turbulento:  $10 \leq \left(\frac{x_{cd,h}}{D}\right)_{turb} \leq 60$ .

- Expresión de la velocidad media en función del flujo másico integrado en la sección

$$\text{transversal: } u_m(x) = \frac{\dot{m}}{\rho A_c} = \frac{\int_{A_c} \rho u(r,x) dA_c}{\rho A_c} = \frac{2}{r_o^2} \int_0^{r_o} u(r,x) r dr.$$

- Longitud de entrada térmica para flujo laminar:  $\left(\frac{x_{cd,t}}{D}\right)_{lam} \approx 0,05 Re_D Pr$ .

- Longitud de entrada térmica para flujo turbulento:  $\left(\frac{x_{cd,t}}{D}\right)_{turb} = 10$ .

- Temperatura media definida en función de la energía térmica transportada por el fluido:

$$\dot{U} = \dot{E}_t = \int_{A_c} \rho u(r) c_v T(r,x) dA_c = \dot{m} c_v T_m(x) \Rightarrow T_m(x) = \frac{\int_{A_c} \rho u c_v T dA_c}{\dot{m} c_v} = \frac{2}{u_m r_o^2} \int_0^{r_o} u(r) T(r,x) r dr.$$

- Bajo condiciones térmicas completamente desarrolladas se cumple:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{T_s(x) - T(r,x)}{T_s(x) - T_m(x)} \right]_{cd,t} = 0. \text{ Además: } \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{cd,t} = \frac{dT_s}{dx} \Big|_{cd,t} = \frac{dT_m}{dx} \Big|_{cd,t} \neq f(r) \text{ para } q_s'' = \text{cte y}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{cd,t} = \frac{T_s - T}{T_s - T_m} \frac{dT_m}{dx} \Big|_{cd,t} = f(r) \text{ para } T_s = \text{cte.}$$

Transferencia de Calor

Fórmulas, Tablas y Figuras

- Al aplicar un balance de energía al flujo interno en un tubo de un gas ideal o de un líquido incompresible se obtiene que la transferencia de calor por convección al fluido es igual a la rapidez a la que aumenta la energía térmica del fluido:  $q_{conv} = \dot{m}c_p (T_{m,sal} - T_{m,ent})$ .

- Variación axial de la temperatura media para el caso de flujo de calor superficial constante:

$$T_m(x) = T_{m,ent} + \frac{q_s'' P}{\dot{m}c_p} x.$$

- Variación axial de la temperatura media para el caso de temperatura superficial constante:

$$\frac{T_s - T_m(x)}{T_s - T_{m,ent}} = \exp\left(-\frac{Px}{\dot{m}c_p \bar{h}}\right).$$

- La transferencia total de calor se expresa en función de la diferencia de temperaturas media

logarítmica:  $q_{conv} = \bar{h}A_s \Delta T_{ml}$ ;  $\Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_{sal} - \Delta T_{ent}}{\ln(\Delta T_{sal} / \Delta T_{ent})} = \frac{(T_s - T_{m,sal}) - (T_s - T_{m,ent})}{\ln\left(\frac{T_s - T_{m,sal}}{T_s - T_{m,ent}}\right)}$ .

- Caso de un tubo rodeado de un fluido externo (convección interna y externa simultáneas):

$$\frac{\Delta T_{sal}}{\Delta T_{ent}} = \frac{T_\infty - T_{m,sal}}{T_\infty - T_{m,ent}} = \exp\left(-\frac{\bar{U}A_s}{\dot{m}c_p}\right) = \exp\left(-\frac{1}{\dot{m}c_p R_{tot}}\right); q_{conv} = \bar{U}A_s \Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_{ml}}{R_{tot}}.$$

- Correlación de convección local para flujo laminar en la región completamente desarrollada

con flujo de calor superficial constante:  $Nu = \frac{hD}{k} = \frac{48}{11} = 4,36$ . Propiedades a  $T_m$ .

- Correlación de convección local para flujo laminar en la región completamente desarrollada

con temperatura superficial constante:  $Nu = \frac{hD}{k} = 3,66$ . Propiedades a  $T_m$ .

- Número de Graetz:  $Gz_D = (D/x)Re_D Pr$ .

- Correlación de Hausen para flujo laminar con longitud de entrada térmica (perfil de velocidades desarrollado) y con temperatura superficial constante:

$$\bar{Nu}_D = \frac{\bar{h}D}{k} = 3,66 + \frac{0,0668(D/L)Re_D Pr}{1 + 0,04[(D/L)Re_D Pr]^{2/3}}. \text{ Propiedades a } \bar{T}_m = (T_{m,ent} + T_{m,sal})/2.$$

- Correlación de Sieder y Tate para flujo laminar interno con longitud de entrada combinada y

con temperatura superficial constante:  $\bar{Nu}_D = 1,86 \left(\frac{Re_D Pr}{L/D}\right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0,14}$ . Con propiedades a

$$\bar{T}_m = (T_{m,ent} + T_{m,sal})/2, \text{ excepto } \mu_s \text{ a } T_s \text{ y } \left[ \begin{array}{l} 0,48 < Pr < 16.700 \\ 0,0044 < \frac{\mu}{\mu_s} < 9,75 \end{array} \right].$$

- Correlación de Dittus-Boelter para flujo turbulento interno completamente desarrollado:  
 $Nu_D = 0,023Re_D^{4/5}Pr^n$ . Con  $n = 0,4$  para calentamiento ( $T_s > T_m$ ),  $n = 0,3$  para enfriamiento

$$(T_s < T_m), \text{ las propiedades evaluadas a } T_m \text{ y } \begin{bmatrix} 0,7 \leq Pr \leq 160 \\ Re_D \geq 10.000 \\ (x/D) \geq 10 \end{bmatrix}.$$

- Correlación de Sieder y Tate para flujo turbulento interno completamente desarrollado y con grandes variaciones de las propiedades del fluido:  $Nu_D = 0,027Re_D^{4/5}Pr^{1/3}\left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0,14}$ . Con

$$\text{propiedades a } T_m, \text{ excepto } \mu_s \text{ a } T_s \text{ y } \begin{bmatrix} 0,7 \leq Pr \leq 16.700 \\ Re_D \geq 10.000 \\ (x/D) \geq 10 \end{bmatrix}.$$

- El número de Nusselt promedio en flujo turbulento para todo el tubo es igual al valor asociado con la región completamente desarrollada,  $\overline{Nu}_D \approx Nu_{D,cd}$ , para valores de  $(L/D) > 60$  y las propiedades del fluido a  $\overline{T}_m = (T_{m,ent} + T_{m,sal})/2$ .

- Para tubos no circulares se trabaja con el diámetro hidráulico:  $D_h = \frac{4A_c}{P_{mojado}}$ , donde  $A_c$  es el área de la sección transversal y  $P_{mojado}$  el perímetro mojado.

- Número de Nusselt local para flujo laminar completamente desarrollado en tubos no circulares: Tabla 7.1.
- Correlaciones de convección para flujo turbulento completamente desarrollado en tubos no circulares: Las mismas que para tubos circulares trabajando con el diámetro hidráulico.

### TEMA 8. CONVECCIÓN LIBRE O NATURAL

- Número de Grashof:  $Gr_x = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)x^3}{\nu^2}$ .
- Relación entre la convección forzada y la convección libre: si  $Gr_L / Re_L^2 \ll 1$ , la convección libre se desprecia frente a la forzada; si  $Gr_L / Re_L^2 \gg 1$ , la forzada se desprecia frente a la libre.
- Soluciones de similitud para la convección libre laminar sobre una superficie vertical.

Número de Nusselt local:  $Nu_x = \frac{hx}{k} = \left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} f(Pr)$ , siendo

$$f(Pr) = \frac{0,75Pr^{1/2}}{(0,609 + 1,221Pr^{1/2} + 1,238Pr)^{1/4}} \cdot \text{Número de Nusselt promedio:}$$

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}L}{k} = \frac{4}{3} \left( \frac{Gr_L}{4} \right)^{1/4} f(Pr) = \frac{4}{3} Nu_L.$$

- Número de Rayleigh:  $Ra_x = Gr_x Pr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)x^3}{\nu\alpha}$ .
- Número de Rayleigh crítico para la transición de flujo laminar a turbulento en placas verticales:  $Ra_{x,c} \approx 10^9$ .
- Correlación de Churchill y Chu para la convección libre sobre una superficie vertical a temperatura constante aplicable para todo  $Ra_L$ :

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}L}{k} = \left\{ 0,825 + \frac{0,387Ra_L^{1/6}}{[1 + (0,492/Pr)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 \cdot \text{Propiedades calculadas a } T_f = (T_s + T_\infty)/2.$$

- Correlación para la convección libre sobre una superficie vertical a temperatura constante aplicable al flujo laminar:  $\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}L}{k} = 0,68 + \frac{0,670Ra_L^{1/4}}{[1 + (0,492/Pr)^{9/16}]^{4/9}}$  con  $Ra_L/Pr \leq 10^9$ .  
Propiedades calculadas a  $T_f = (T_s + T_\infty)/2$ .

- Si la condición de la superficie es un flujo de calor constante en vez de una temperatura uniforme, la diferencia de temperaturas ( $T_s - T_\infty$ ) aumentará con  $x$ . Las correlaciones anteriores son aplicables en este caso si  $\overline{Nu}_L$  y  $Ra_L$  se definen en términos de la diferencia de temperaturas en el punto medio de la placa,  $\Delta T_{L/2} = T_s(L/2) - T_\infty$ . Como  $\bar{h} = q_s'' / \Delta T_{L/2}$  es necesario realizar un proceso iterativo para determinar  $T_s(L/2)$ . Es posible obtener una expresión para la temperatura en cualquier punto en función de la temperatura en el punto

$$\text{medio: } \Delta T_x = T_s(x) - T_\infty \approx 1,15 \left( \frac{x}{L} \right)^{1/5} \Delta T_{L/2}.$$

- Los resultados anteriores también se pueden aplicar a cilindros verticales de altura  $L$  si el espesor de la capa límite,  $\delta$ , es mucho menor que el diámetro del cilindro, condición que viene dada por:  $\frac{D}{L} \geq \frac{35}{Gr_L^{1/4}}$ .

- Para placas inclinadas (superficies inferior y superior de placas frías y calientes, respectivamente) se pueden emplear las correlaciones para placas verticales sustituyendo  $g$  por  $g \cdot \cos(\theta)$  para  $0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$  ( $\theta$  se mide desde la vertical).

- Para placas horizontales se utiliza una longitud característica definida como el cociente entre el área y el perímetro de la placa:  $L_c = A_s / P$ .
- Correlaciones de convección libre para la superficie superior de una placa horizontal caliente o para la superficie inferior de una placa horizontal fría a temperatura constante:  $\overline{Nu}_L = 0,54Ra_L^{1/4}$  si  $10^4 \leq Ra_L \leq 10^7$  y  $\overline{Nu}_L = 0,15Ra_L^{1/3}$  si  $10^7 \leq Ra_L \leq 10^{11}$ . Propiedades calculadas a  $T_f$ .
- Correlaciones de convección libre para la superficie inferior de una placa horizontal caliente o para la superficie superior de una placa horizontal fría a temperatura constante:  $\overline{Nu}_L = 0,27Ra_L^{1/4}$  con  $10^5 \leq Ra_L \leq 10^{10}$ . Propiedades calculadas a  $T_f$ .
- Correlación de Churchill y Chu para la convección libre sobre un cilindro largo horizontal: 
$$\overline{Nu}_D = \frac{\bar{h}D}{k} = \left\{ 0,60 + \frac{0,387Ra_D^{1/6}}{\left[ 1 + (0,559 / Pr)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2$$
 con  $Ra_D \leq 10^{12}$ . Propiedades calculadas a  $T_f$ .
- Convección libre y forzada combinadas. Se produce cuando  $\frac{Gr_L}{Re_L^2} \approx 1$ . Se utilizan las correlaciones convenientes corregidas con la siguiente expresión:  $Nu_{combinada}^3 = Nu_{forzada}^3 \pm Nu_{libre}^3$ . El signo + se emplea cuando los dos flujos tienen el mismo sentido o son perpendiculares y el signo - se emplea cuando los dos flujos tienen sentidos opuestos.

## TEMA 9. INTRODUCCIÓN A LA RADIACIÓN

- Ángulo sólido diferencial:  $d\omega = dA_n / r^2 = \sin\theta d\theta d\phi$ . Unidad: estereorradián (sr). El ángulo sólido subtendido por el hemisferio sobre un diferencial de área  $dA_1$  vale: 
$$\int_h d\omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \sin\theta d\theta d\phi = 2\pi \text{ sr} .$$
- Intensidad espectral emitida: 
$$I_{\lambda,e}(T, \lambda, \theta, \phi) = \frac{dq_e}{dA_1 \cos\theta d\omega d\lambda} \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{sr} \cdot \mu\text{m}} \right].$$

$$E_\lambda(T, \lambda) = q''_{\lambda,e}(T, \lambda) = \frac{dq_e}{dA_1 d\lambda} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e}(T, \lambda, \theta, \phi) \cos\theta d\omega =$$
- Potencia emisiva espectral: 
$$= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e}(T, \lambda, \theta, \phi) \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \mu\text{m}} \right]$$
- Potencia emisiva total:  $E(T) = q''_{rad,emit} = \int_0^\infty E_\lambda(T, \lambda) d\lambda \text{ [W/m}^2\text{]}.$

Transferencia de Calor

Fórmulas, Tablas y Figuras

- Emisor difuso:  $I_{\lambda,e}(T, \lambda, \theta, \phi) = I_{\lambda,e}(T, \lambda) \Rightarrow E_{\lambda}(T, \lambda) = \pi I_{\lambda,e}(T, \lambda) \Rightarrow E = \pi I_e$ .
- Irradiación espectral:  $G_{\lambda}(\lambda) = q''_{\lambda,i}(\lambda) = \frac{dq_i}{dA_1 \cdot d\lambda} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi$   
[W/m<sup>2</sup>·μm].
- Irradiación total:  $G = q''_{rad,inc} = \int_0^{\infty} G_{\lambda}(\lambda) d\lambda$  [W/m<sup>2</sup>].
- Radiación incidente difusa:  $I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) = I_{\lambda,i}(\lambda) \Rightarrow G_{\lambda}(\lambda) = \pi I_{\lambda,i}(\lambda) \Rightarrow G = \pi I_i$ .
- Radiosidad espectral:  $J_{\lambda}(\lambda) = q''_{rad,emit+refl}(\lambda) = \frac{dq_{e+r}}{dA_1 \cdot d\lambda} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e+r}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi$   
[W/m<sup>2</sup>·μm].
- Radiosidad total:  $J = q''_{rad,emit+ref} = \int_0^{\infty} J_{\lambda}(\lambda) d\lambda$  [W/m<sup>2</sup>].
- Emisor y reflector difuso:  $I_{\lambda,e+r}(\lambda, \theta, \phi) = I_{\lambda,e+r}(\lambda) \Rightarrow J_{\lambda}(\lambda) = \pi I_{\lambda,e+r}(\lambda) \Rightarrow J = \pi I_{e+r}$ .
- Distribución de Planck:  $I_{\lambda,b}(\lambda, T) = \frac{2hc_0^2}{\lambda^5 [\exp(hc_0 / \lambda kT) - 1]}$ , donde  $h = 6,6256 \cdot 10^{-34}$  J·s es la constante de Planck,  $c_0 = 2,998 \cdot 10^8$  m/s es la velocidad de la luz en el vacío y  $k = 1,3805 \cdot 10^{-23}$  J/K es la constante de Boltzmann. Como el cuerpo negro es un emisor difuso:  
 $E_{\lambda,b}(\lambda, T) = \pi I_{\lambda,b}(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(C_2 / \lambda T) - 1]}$ , donde  $C_1$  y  $C_2$  son la primera y segunda constantes de radiación.
- Ley de desplazamiento de Wien:  $\frac{dE_{\lambda,b}(\lambda, T)}{d\lambda} = 0 \Rightarrow \lambda_{m\acute{a}x} T = C_3 = 2.898 \mu\text{m} \cdot \text{K}$ .
- Ley de Stefan-Boltzmann:  $E_b = \int_0^{\infty} \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(C_2 / \lambda T) - 1]} d\lambda = \sigma T^4$ , donde  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  W/m<sup>2</sup>·K<sup>4</sup> es la constante de Stefan-Boltzmann.
- Emisión de banda:  $F(0 \rightarrow \lambda) = \frac{\int_0^{\lambda} E_{\lambda,b} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{\lambda,b} d\lambda} = \frac{\int_0^{\lambda} E_{\lambda,b} d\lambda}{\sigma T^4} = \int_0^{\lambda} \frac{E_{\lambda,b}}{\sigma T^5} d(\lambda T) = f(\lambda T)$ .
- Emisividad superficial,  $\varepsilon$ : Emisividad direccional espectral (para una  $\lambda$  y dirección determinadas):  $\varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi, T) = \frac{I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi, T)}{I_{\lambda,b}(\lambda, T)}$ . Emisividad direccional total:  
 $\varepsilon_{\theta}(\theta, \phi, T) = \frac{I_e(\theta, \phi, T)}{I_b(T)}$ . Emisividad espectral (hemisférica):  $\varepsilon_{\lambda}(\lambda, T) = \frac{E_{\lambda}(\lambda, T)}{E_{\lambda,b}(\lambda, T)}$ .

Emisividad total (hemisférica):  $\varepsilon(T) = \frac{E(T)}{E_b(T)} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda(\lambda, T) E_{\lambda, b}(\lambda, T) d\lambda}{E_b(T)}$ . En un emisor difuso

la emisividad direccional es independiente de la dirección.

- Absortividad superficial,  $\alpha$ : Absortividad direccional espectral (para una  $\lambda$  y dirección determinadas):  $\alpha_{\lambda, \theta}(\lambda, \theta, \phi) = \frac{I_{\lambda, i, abs}(\lambda, \theta, \phi)}{I_{\lambda, i}(\lambda, \theta, \phi)}$ . Absortividad (hemisférica) espectral:

$$\alpha_\lambda(\lambda) = \frac{G_{\lambda, abs}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)}. \text{ Absortividad (hemisférica) total: } \alpha = \frac{G_{abs}}{G} = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda(\lambda) G_\lambda(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda) d\lambda}.$$

$$\alpha = \alpha(\lambda, \theta, \phi, \text{sup.}) \neq \alpha(T).$$

- Para radiación solar ( $T_b = 5.800 \text{ K}$ ):  $\alpha_s = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda(\lambda) E_{\lambda, b}(\lambda, 5.800 \text{ K}) d\lambda}{\int_0^\infty E_{\lambda, b}(\lambda, 5.800 \text{ K}) d\lambda}$ .
- Reflectividad superficial,  $\rho$ : Reflectividad direccional espectral (para una  $\lambda$  y dirección determinadas):  $\rho_{\lambda, \theta}(\lambda, \theta, \phi) = \frac{I_{\lambda, i, ref}(\lambda, \theta, \phi)}{I_{\lambda, i}(\lambda, \theta, \phi)}$ . Reflectividad (hemisférica) espectral:

$$\rho_\lambda(\lambda) = \frac{G_{\lambda, ref}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)}. \text{ Reflectividad (hemisférica) total: } \rho = \frac{G_{ref}}{G} = \frac{\int_0^\infty \rho_\lambda(\lambda) G_\lambda(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda) d\lambda}.$$

- $\rho_\lambda + \alpha_\lambda + \tau_\lambda = 1 \Rightarrow \rho + \alpha + \tau = 1$ .
- Ley de Kirchhoff (para superficies en el interior de un recinto):  $\frac{E_1(T_s)}{\alpha_1} = \frac{E_2(T_s)}{\alpha_2} = \dots = E_b(T_s)$ . Como  $\alpha \leq 1 \Rightarrow E(T_s) \leq E_b(T_s)$ . También se cumple:

$$\frac{\varepsilon_1}{\alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\alpha_2} = \dots = 1 \Rightarrow \varepsilon = \alpha.$$

- Superficie difusa (emisora y receptora difusa):  $\varepsilon_{\lambda, \theta}$  y  $\alpha_{\lambda, \theta}$  son independientes de la dirección ( $\theta, \phi$ )  $\Rightarrow \varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$ .
- Superficie gris:  $\varepsilon_\lambda$  y  $\alpha_\lambda$  son independientes de  $\lambda$ .
- Superficie gris difusa:  $\varepsilon_{\lambda, \theta}$  y  $\alpha_{\lambda, \theta}$  son independientes de  $\lambda$  (gris) y de la dirección (difusa)  $\Rightarrow \varepsilon = \alpha$ .

**TEMA 10. INTERCAMBIO RADIATIVO ENTRE SUPERFICIES**

- Factor de forma de radiación (también llamado de configuración, de apariencia, de visión o de vista):

$$F_{ij} = \frac{q_{i \rightarrow j}}{A_i J_i} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi R^2} dA_i dA_j \cdot F_{ji} = \frac{q_{j \rightarrow i}}{A_j J_j} = \frac{1}{A_j} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi R^2} dA_i dA_j \cdot$$

Estas dos ecuaciones son válidas para superficies emisoras y reflectoras difusas y con radiosidad uniforme.

- Relación de reciprocidad:  $A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$ .

- Regla de la suma en un recinto de  $N$  superficies:  $\sum_{j=1}^N F_{ij} = 1$ .

- Superficie plana o convexa:  $F_{ii} = 0$ .

- Para una superficie que se puede descomponer en la suma de varias,  $A_j = \sum_{k=1}^n A_k$ , se tiene que:

$$F_{i(j)} = \sum_{k=1}^n F_{ik} \text{ y } F_{(j)i} = \frac{\sum_{k=1}^n A_k F_{ki}}{\sum_{k=1}^n A_k}.$$

- Intercambio neto de radiación entre dos superficies negras:

$$q_{ij} = q_{i \rightarrow j} - q_{j \rightarrow i} = A_i F_{ij} E_{bi} - A_j F_{ji} E_{bj} = A_i F_{ij} \sigma (T_i^4 - T_j^4).$$

- Transferencia neta de radiación desde la superficie  $i$  en un recinto con  $N$  superficies negras:

$$q_i = \sum_{j=1}^N A_i F_{ij} \sigma (T_i^4 - T_j^4).$$

- Transferencia neta de radiación desde una superficie gris difusa en un recinto:

$$q_i = (J_i - G_i) A_i = (E_i - \alpha_i G_i) A_i = \frac{E_{bi} - J_i}{(1 - \epsilon_i) / \epsilon_i A_i}, \text{ siendo } (1 - \epsilon_i) / \epsilon_i A_i, \text{ la resistencia radiativa}$$

superficial.

- Transferencia neta de radiación desde una superficie gris difusa en un recinto:

$$q_i = \sum_{j=1}^N q_{ij} = \sum_{j=1}^N \frac{J_i - J_j}{(A_i F_{ij})^{-1}}, \text{ siendo } (A_i F_{ij})^{-1} \text{ la resistencia radiativa geométrica.}$$

- Intercambio neto de radiación en un recinto de dos superficies:

$$q_1 = -q_2 = q_{12} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1 - \epsilon_1}{\epsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2 A_2}}.$$

- Intercambio neto de radiación entre dos superficies separadas por una cubierta de radiación:

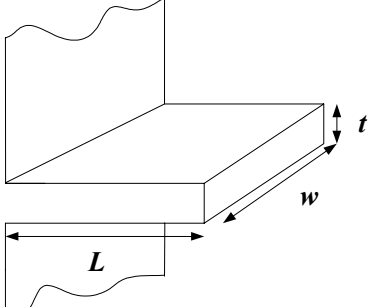
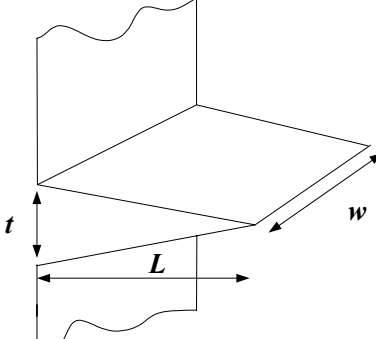
$$q_{12} = \frac{A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_{3,1}}{\varepsilon_{3,1}} + \frac{1 - \varepsilon_{3,2}}{\varepsilon_{3,2}} + \frac{1}{\varepsilon_2}}. \text{ Para el caso de } N \text{ cubiertas de radiación con } \varepsilon \text{ iguales}$$

$$\text{(incluyendo las superficies extremas): } (q_{12})_N = \frac{1}{N+1} (q_{12})_0.$$

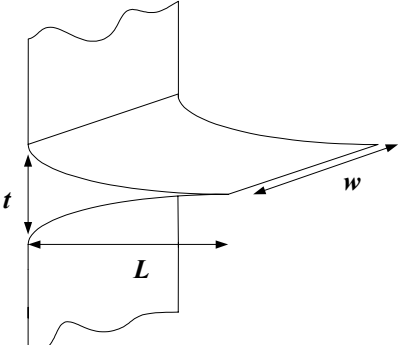
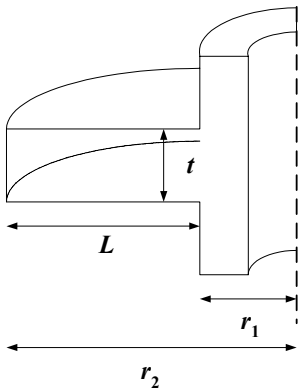
- Superficie rerradiante: superficie idealizada en la que la transferencia de calor neta por radiación es cero:  $q_i = 0 \Rightarrow J_i = G_i = E_{bi}$ .

**TEMA 2. CONDUCCIÓN UNIDIMENSIONAL EN RÉGIMEN ESTACIONARIO.**

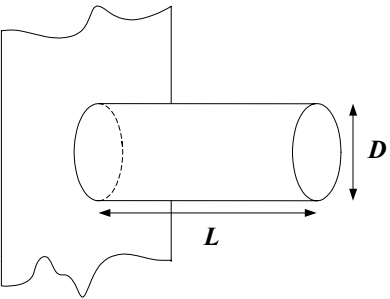
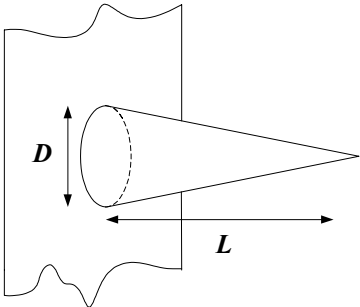
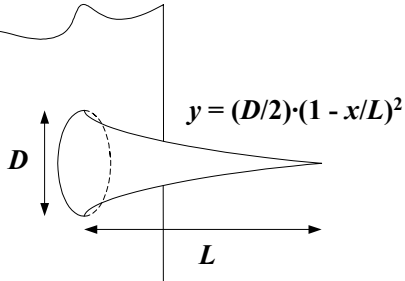
**Tabla 2.1. Eficiencia de formas comunes de aletas.**

Descripción	Esquema	Dimensiones	Eficiencia
<p><b>Aleta recta de perfil rectangular</b></p>		$A_f = 2wL_c$ $L_c = L + (t/2)$ $m = (2h/kt)^{1/2}$	$\eta_f = \frac{\tanh mL_c}{mL_c}$
<p><b>Aleta recta de perfil triangular</b></p>		$A_f = 2w[L^2 + (t/2)^2]^{1/2}$ $m = (2h/kt)^{1/2}$	$\eta_f = \frac{1}{mL} \frac{I_1(2mL)}{I_0(2mL)}$

**Tabla 2.1. Eficiencia de formas comunes de aletas (continuación).**

Descripción	Esquema	Dimensiones	Eficiencia
<p><b>Aleta recta de perfil parabólico</b></p>		$A_f = w[C_1 L^2 + (L^2 / t) \ln(t/L + C_1)]$ $C_1 = [1 + (t/L)^2]^{1/2}$ $m = (2h/kt)^{1/2}$	$\eta_f = \frac{2}{[4(mL)^2 + 1]^{1/2} + 1}$
<p><b>Aleta anular de perfil rectangular</b></p>		$A_f = 2\pi(r_{2c}^2 - r_1^2)$ $r_{2c} = r_2 + (t/2)$ $m = (2h/kt)^{1/2}$	$\eta_f = C_2 \frac{K_1(mr_1)I_1(mr_{2c}) - I_1(mr_1)K_1(mr_{2c})}{I_0(mr_1)K_1(mr_{2c}) + K_0(mr_1)I_1(mr_{2c})}$ $C_2 = \frac{(2r_1/m)}{(r_{2c}^2 - r_1^2)}$

**Tabla 2.1. Eficiencia de formas comunes de aletas (continuación).**

Descripción	Esquema	Dimensiones	Eficiencia
<b>Aleta de aguja cilíndrica</b>		$A_f = \pi D L_c$ $L_c = L + (D/4)$ $m = (4h/kD)^{1/2}$	$\eta_f = \frac{\tanh mL_c}{mL_c}$
<b>Aleta de aguja cónica</b>		$A_f = \frac{\pi D}{2} [L^2 + (D/2)^2]^{1/2}$ $m = (2h/kt)^{1/2}$	$\eta_f = \frac{2 I_2(2mL)}{mL I_1(2mL)}$
<b>Aleta de aguja parabólica</b>		$A_f = \frac{\pi L^3}{8D} \left\{ C_3 C_4 - \frac{L}{2D} \ln[(2DC_4/L) + C_3] \right\}$ $C_3 = 1 + 2(D/L)^2$ $C_4 = [1 + (D/L)^2]^{1/2}$ $m = (2h/kt)^{1/2}$	$\eta_f = \frac{2}{[4/9(mL)^2 + 1]^{1/2} + 1}$

**TEMA 3. CONDUCCIÓN BIDIMENSIONAL EN RÉGIMEN ESTACIONARIO.**

**Tabla 3.1. Factores de forma de conducción para sistemas bidimensionales seleccionados [ $q = Sk(T_1 - T_2)l$ ].**

Descripción del sistema	Esquema	Restricciones	Factor de forma
1.1. Esfera enterrada en un medio semiinfinito		$z > D/2$	$S = \frac{2\pi D}{1 - (D/4z)}$
1.2. Esfera enterrada en un medio semiinfinito con superficie aislada (Bejan pág. 115)		$z > D/2$	$S = \frac{2\pi D}{1 + (D/4z)}$
1.3. Esfera enterrada en un medio infinito (Holman pág. 55)		Ninguna	$S = 2\pi D$
1.4. Conducción entre dos esferas en un medio infinito (Bejan)		$w/D > 3$	$S = \frac{4\pi}{\frac{d}{D} \left[ 1 - \frac{(D/2w)^4}{1 - (d/2w)^2} \right] - \frac{d}{w}}$

**Tabla 3.1. Factores de forma de conducción para sistemas bidimensionales seleccionados [ $q = Sk(T_1 - T_2)$ ] (continuación).**

Descripción del sistema	Esquema	Restricciones	Factor de forma
1.5. Cavidad hemisférica en medio semiinfinito con superficie aislada (Bejan)		Ninguna	$S = \pi D$
2.1. Cilindro de longitud L enterrado en un medio semiinfinito		$L \gg D$	$S = \frac{2\pi L}{\text{arc cosh}(2z/D)}$
		$L \gg D$ $z > 3D/2$	$S = \frac{2\pi L}{\ln(4z/D)}$
2.2. Cilindro de longitud infinita enterrado en un medio semiinfinito (Rohsenow pág. 3-120)		$z \approx D$	$S = \frac{2\pi}{\text{arc cosh}(2z/D)}$
		$z > 2D$	$S = \frac{2\pi}{\ln\left((2z/D) + \sqrt{(2z/D)^2 - 1}\right)}$
		$z \gg D$	$S = \frac{2\pi}{\ln(4z/D)}$
2.3. Cilindro vertical de longitud L enterrado en un medio semiinfinito		$L \gg D$	$S = \frac{2\pi L}{\ln(4L/D)}$
2.4. Conducción entre dos cilindros paralelos de longitud L en un medio infinito		$L \gg D_1, D_2$ $L \gg w$	$S = \frac{2\pi L}{\text{arc cosh}\left(\frac{4w^2 - D^2 - d^2}{2Dd}\right)}$

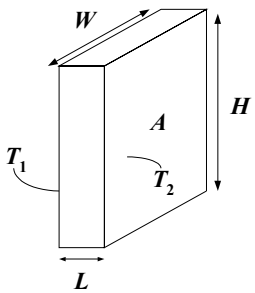
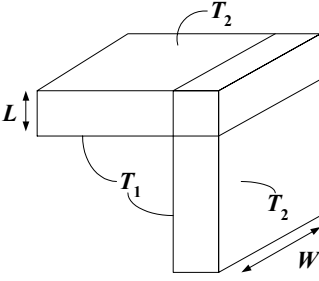
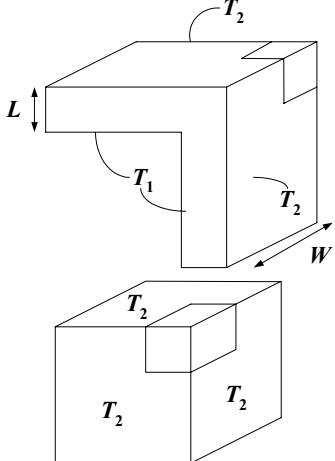
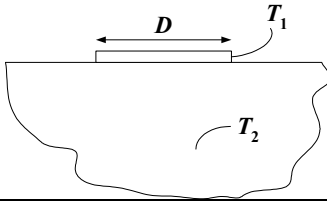
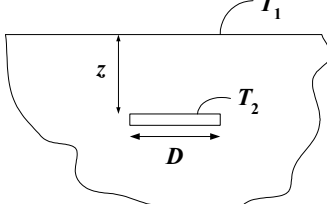
**Tabla 3.1. Factores de forma de conducción para sistemas bidimensionales seleccionados [ $q = Sk(T_1 - T_2)$ ] (continuación).**

Descripción del sistema	Esquema	Restricciones	Factor de forma
2.5. Cilindro de longitud $L$ en medio de planos paralelos de igual longitud y ancho infinito		$z \gg D/2$ $L \gg z$	$S = \frac{2\pi L}{\ln(8z/\pi D)}$
2.6. Cilindro de longitud $L$ centrado en un sólido de sección cuadrada de igual longitud		$w > D$ $L \gg w$	$S = \frac{2\pi L}{\ln(1,08w/D)}$
2.7. Cilindro excéntrico de longitud $L$ en el interior de un cilindro de igual longitud		$D > d$ $L \gg D$	$S = \frac{2\pi L}{\text{arc cosh}\left(\frac{D^2 + d^2 - 4z^2}{2Dd}\right)}$
2.8. Fila infinita de cilindros de longitud infinita en un medio semiinfinito (Rohsenow)		$z > D$	$S = \frac{2\pi}{\ln[(2L/\pi D) \cdot \text{senh}(2\pi z/L)]}$

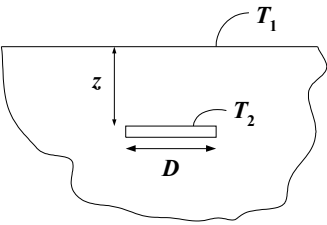
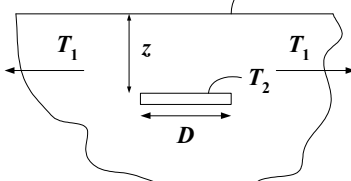
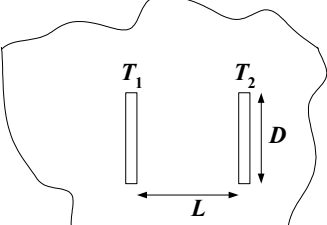
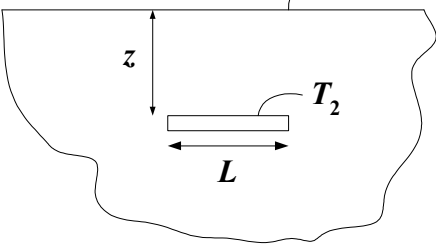
**Tabla 3.1. Factores de forma de conducción para sistemas bidimensionales seleccionados [ $q = Sk(T_1 - T_2)$ ] (continuación).**

Descripción del sistema	Esquema	Restricciones	Factor de forma
2.9. Fila infinita de cilindros de longitud infinita en el plano medio de una placa infinita (Rohsenow)		$z > D$	$S = \frac{2\pi}{\ln[(2L/\pi D) \cdot \sinh(\pi z/L)]}$
3.1. Cubo enterrado en un medio infinito (Holman)		Ninguna	$S = 8,24L$
4.1. Paralelepípedo inmerso en un medio semiinfinito (Holman)		Ninguna	$S = \frac{1,685L \left[ \log \left( 1 + \frac{b}{a} \right) \right]^{-0,59}}{\left( \frac{b}{c} \right)^{0,078}}$
4.2. Agujero rectangular en un medio semiinfinito (Rohsenow)		$a > b$	$S = \frac{\frac{a}{2b} + 5,7}{\ln \left( \frac{3,5z}{a^{0,25} b^{0,75}} \right)}$

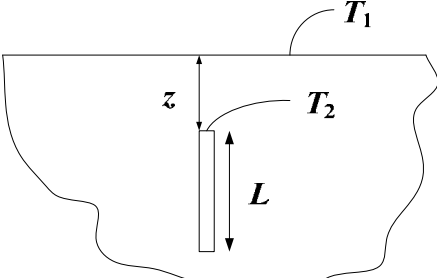
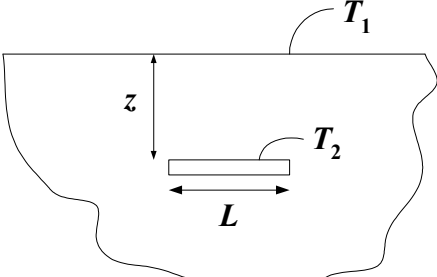
**Tabla 3.1. Factores de forma de conducción para sistemas bidimensionales seleccionados [ $q = Sk(T_1 - T_2)$ ] (continuación).**

Descripción del sistema	Esquema	Restricciones	Factor de forma
5.1. Pared plana con superficies isotermas (Bejan)		$H > L/5$ $W > L/5$	$S = \frac{WH}{L}$
5.2. Esquina de dos paredes contiguas		$W > L/5$	$S = 0,54W$
5.3. Esquina de tres paredes contiguas con diferencia de temperaturas entre las superficies interior y exterior (Bejan)		Ninguna	$S = 0,15L$
6.1. Disco delgado sobre medio semiinfinito		Ninguna	$S = 2D$
6.2. Disco delgado semiinfinito enterrado en un medio semiinfinito (Kreith pág. 112)		Ninguna	$S = \frac{4,45D}{1 - (D/5,67z)}$

**Tabla 3.1. Factores de forma de conducción para sistemas bidimensionales seleccionados [ $q = Sk(T_1 - T_2)$ ] (continuación).**

Descripción del sistema	Esquema	Restricciones	Factor de forma
6.3. Disco delgado horizontal enterrado en un medio semiinfinito (Bejan)		$z > D$	$S = \frac{2\pi D}{(\pi/2) - \arctan(D/4z)}$
6.4. Disco delgado horizontal enterrado en un medio semiinfinito con superficie aislada (Bejan)		$z > D$	$S = \frac{2\pi D}{(\pi/2) + \arctan(D/4z)}$
6.5. Dos discos paralelos coaxiales en un medio infinito (Bejan)		$L/D > 2$	$S = \frac{2\pi D}{(\pi/2) - \arctan(D/2L)}$
7.1. Placa horizontal delgada de anchura W (dimensión $\perp$ al dibujo) enterrada en un medio semiinfinito (Bejan y Holman)		$z \gg L$ $L > W$	$S = \frac{2\pi L}{\ln(4L/W)}$
		$z = 0$ $L > W$	$S = \frac{\pi L}{\ln(4L/W)}$
		$L \gg W$ $z > 2W$	$S = \frac{2\pi L}{\ln(2\pi z/W)}$

**Tabla 3.1. Factores de forma de conducción para sistemas bidimensionales seleccionados [ $q = Sk(T_1 - T_2)$ ] (continuación).**

Descripción del sistema	Esquema	Restricciones	Factor de forma
<p><b>7.2. Placa vertical delgada y larga según la dimensión <math>\perp</math> al dibujo enterrada en un medio semiinfinito (Rohsenow)</b></p>		$\frac{1}{2} < \frac{z}{L} < 12$	$S = 2,38 \cdot \left(\frac{L}{z}\right)^{0,24}$
<p><b>7.3. Placa horizontal delgada y larga según la dimensión <math>\perp</math> al dibujo enterrada en un medio semiinfinito (Rohsenow)</b></p>		$\frac{1}{2} < \frac{z}{L} < 12$	$S = 2,94 \cdot \left(\frac{L}{z}\right)^{0,32}$

**TEMA 4. CONDUCCIÓN EN RÉGIMEN TRANSITORIO.**

**Tabla 4.1. Coeficientes de la aproximación con un término de las soluciones de conducción transitoria unidimensional.**

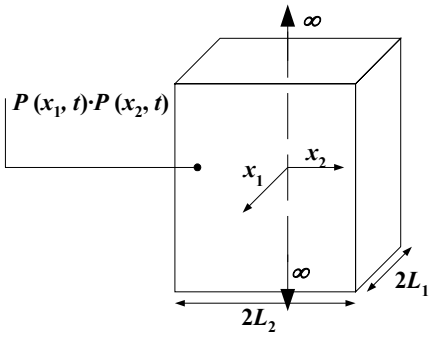
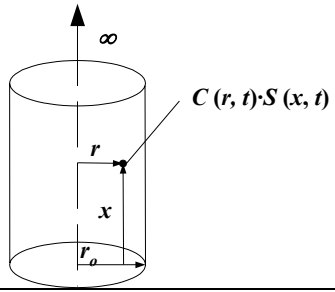
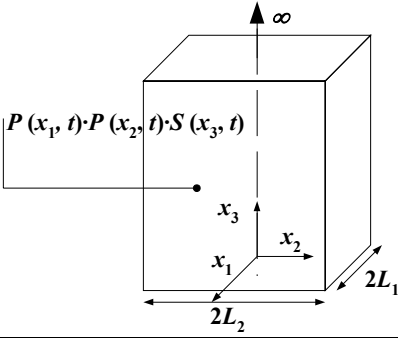
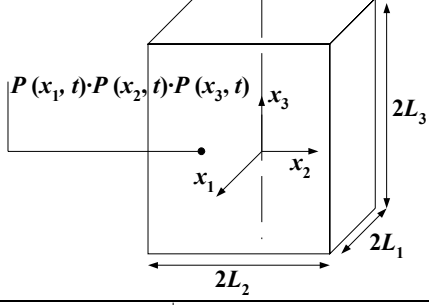
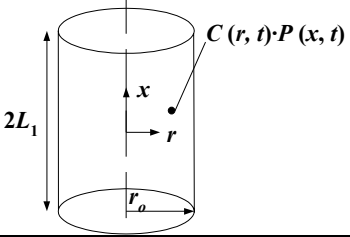
Bi	Pared plana		Cilindro infinito		Esfera	
	$\zeta_1$ (rad)	$C_1$	$\zeta_1$ (rad)	$C_1$	$\zeta_1$ (rad)	$C_1$
0,01	0,0998	1,0017	0,1412	1,0025	0,1730	1,0030
0,02	0,1410	1,0033	0,1995	1,0050	0,2445	1,0060
0,03	0,1732	1,0049	0,2439	1,0075	0,2989	1,0090
0,04	0,1987	1,0066	0,2814	1,0099	0,3450	1,0120
0,05	0,2217	1,0082	0,3142	1,0124	0,3852	1,0149
0,06	0,2425	1,0098	0,3438	1,0148	0,4217	1,0179
0,07	0,2615	1,0114	0,3708	1,0173	0,4550	1,0209
0,08	0,2791	1,0130	0,3960	1,0197	0,4860	1,0239
0,09	0,2956	1,0145	0,4195	1,0222	0,5150	1,0268
0,10	0,3111	1,0160	0,4417	1,0246	0,5423	1,0298
0,15	0,3779	1,0237	0,5376	1,0365	0,6608	1,0445
0,20	0,4328	1,0311	0,6170	1,0483	0,7593	1,0592
0,25	0,4801	1,0382	0,6856	1,0598	0,8448	1,0737
0,30	0,5218	1,0450	0,7465	1,0712	0,9208	1,0880
0,40	0,5932	1,0580	0,8516	1,0932	1,0528	1,1064
0,50	0,6533	1,0701	0,9408	1,1143	1,1656	1,1441
0,60	0,7051	1,0814	1,0185	1,1346	1,2644	1,1713
0,70	0,7506	1,0919	1,0873	1,1539	1,3225	1,1978
0,80	0,7910	1,1016	1,1490	1,1725	1,4320	1,2236
0,90	0,8274	1,1107	1,2048	1,1902	1,5044	1,2488
1,0	0,8603	1,1191	1,2558	1,2071	1,5708	1,2732
2,0	1,0769	1,1795	1,5995	1,3384	2,0288	1,4793
3,0	1,1925	1,2102	1,7887	1,4191	2,2889	1,6227
4,0	1,2646	1,2287	1,9081	1,4698	2,4556	1,7201
5,0	1,3138	1,2402	1,9898	1,5029	2,5704	1,7870
6,0	1,3496	1,2479	2,0490	1,5253	2,6537	1,8338
7,0	1,3766	1,2532	2,0937	1,5411	2,7165	1,8674
8,0	1,3978	1,2570	2,1286	1,5526	2,7654	1,8921
9,0	1,4149	1,2598	2,1566	1,5611	2,8044	1,9106
10,0	1,4289	1,2620	2,1795	1,5677	2,8363	1,9249
20,0	1,4961	1,2699	2,2881	1,5919	2,9857	1,9781
30,0	1,5202	1,2717	2,3261	1,5973	3,0372	1,9898
40,0	1,5325	1,2723	2,3455	1,5993	3,0632	1,9942
50,0	1,5400	1,2727	2,3572	1,6002	3,0788	1,9962
100,0	1,5552	1,2731	2,3809	1,6015	3,1102	1,9990
$\infty$	1,5707	1,2733	2,4050	1,6018	3,1415	2,0000

$Bi = hL/k$  para la pared plana y  $Bi = hr_o/k$  para el cilindro infinito y la esfera.

**Tabla 4.2. Soluciones de conducción transitoria de sistemas multidimensionales expresadas como producto de soluciones de sistemas unidimensionales.**

Sistema	Esquema	Solución
<b>Sólido semiinfinito</b>		$S(x,t) = \frac{T(x,t) - T_{\infty}}{T_{ini} - T_{\infty}} \Big _{\text{sólido semiinfinito}}$
<b>Pared plana</b>		$P(x,t) = \frac{T(x,t) - T_{\infty}}{T_{ini} - T_{\infty}} \Big _{\text{pared plana}}$
<b>Cilindro infinito</b>		$C(r,t) = \frac{T(r,t) - T_{\infty}}{T_{ini} - T_{\infty}} \Big _{\text{cilindro infinito}}$
<b>Placa semiinfinita</b>		$S(x_1,t) \cdot P(x_2,t)$

**Tabla 4.2. Soluciones de conducción transitoria de sistemas multidimensionales expresadas como producto de soluciones de sistemas unidimensionales (continuación).**

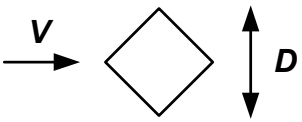
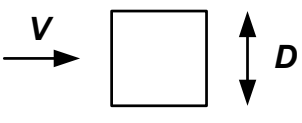
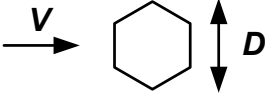
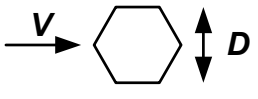
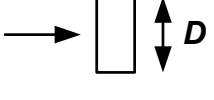
Sistema	Esquema	Solución
Barra rectangular infinita		$P(x_1, t) \cdot P(x_2, t)$
Cilindro semiinfinito		$C(r, t) \cdot S(x, t)$
Barra rectangular semiinfinita		$S(x_3, t) \cdot P(x_1, t) \cdot P(x_2, t)$
Paralelepípedo rectangular		$P(x_1, t) \cdot P(x_2, t) \cdot P(x_3, t)$
Cilindro corto		$C(r, t) \cdot P(x, t)$

**TEMA 6. CONVECCIÓN FORZADA EN FLUJO EXTERNO**

**Tabla 6.1. Coeficientes de la correlación de Hilpert para flujo cruzado sobre un cilindro.**

$Re_D$	$C$	$m$
0,4 - 4	1,103	0,330
4 - 40	1,016	0,385
40 - 4.000	0,762	0,466
4.000 - 40.000	0,215	0,618
40.000 - 400.000	0,030	0,805

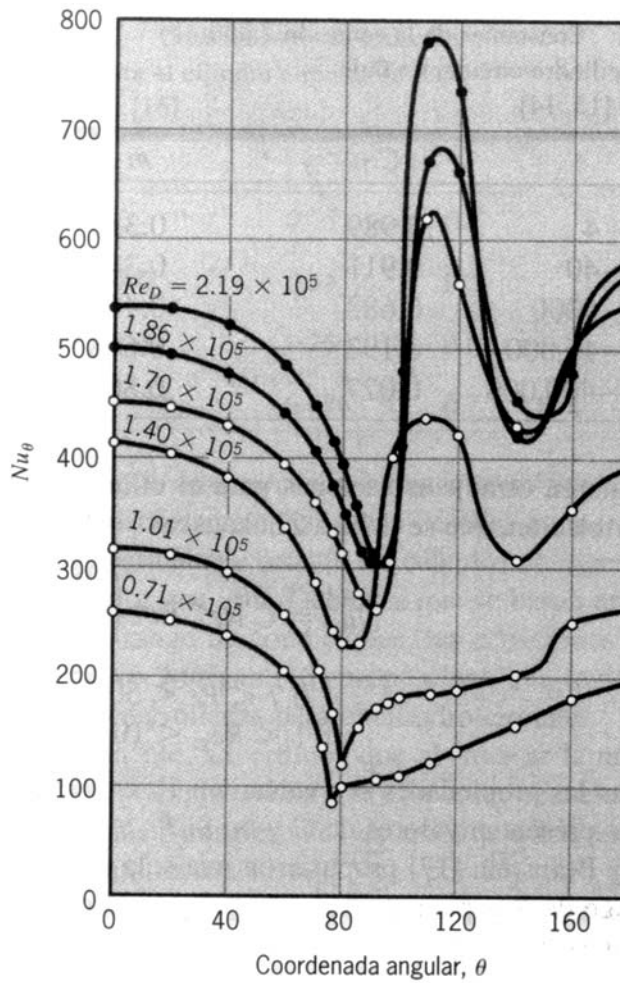
**Tabla 6.2. Coeficientes de la correlación de Hilpert para flujo de aire cruzado sobre un paralelepípedo.**

Geometría	Dibujo	$Re_D$	$C$	$m$
Cuadrado en diagonal		$5 \cdot 10^3 - 10^5$	0,246	0,588
Cuadrado recto		$5 \cdot 10^3 - 10^5$	0,102	0,675
Hexágono recto		$5 \cdot 10^3 - 1,95 \cdot 10^4$	0,160	0,638
		$1,95 \cdot 10^4 - 10^5$	0,0385	0,782
Hexágono en diagonal		$5 \cdot 10^3 - 10^5$	0,153	0,638
Placa vertical		$4 \cdot 10^3 - 1,5 \cdot 10^4$	0,228	0,731

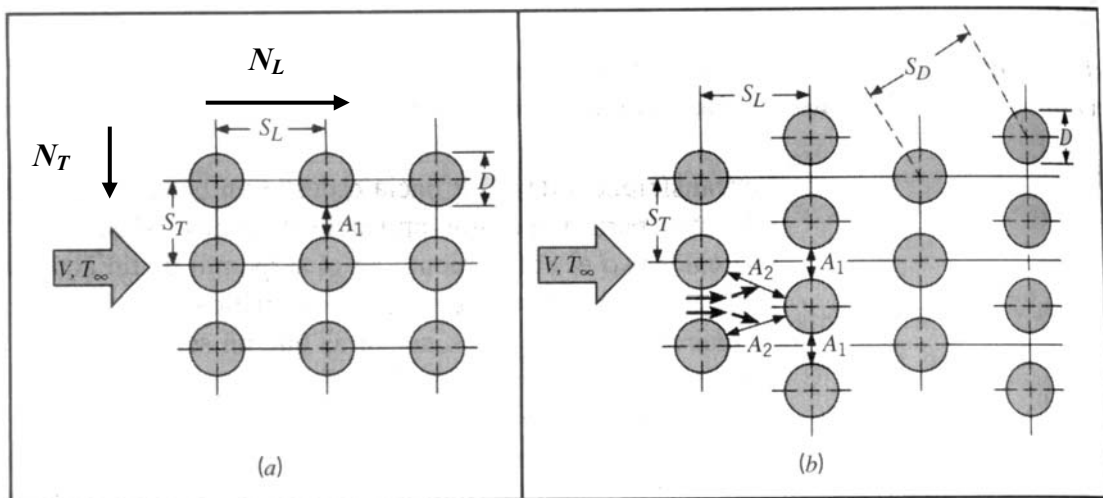
**Tabla 6.3. Coeficientes de la correlación de Zhukauskas para flujo de aire cruzado sobre un cilindro.**

$Re_D$	$C$	$m$
1 - 40	0,75	0,4
40 - 1.000	0,51	0,5
$10^3 - 2 \cdot 10^5$	0,26	0,6
$2 \cdot 10^5 - 10^6$	0,076	0,7

**Figura 6.1.  $Nu$  local para flujo de aire cruzado sobre un cilindro.**



**Figura 6.2. Disposición de los tubos en configuración alineada y escalonada en un banco de tubos.**



**FIGURA 7.11** Arreglos de tubos en un banco. (a) Alineados. (b) Escalonados.

**Tabla 6.4. Coeficientes de la correlación de Zhukauskas para el flujo cruzado sobre un banco de tubos.**

Configuración	$Re_{D,máx}$	$C$	$m$
Alineado	$10 - 10^2$	0,80	0,40
Escalonado	$10 - 10^2$	0,90	0,40
Alineado	$10^2 - 10^3$	Se aproxima como un cilindro único	
Escalonado	$10^2 - 10^3$	Se aproxima como un cilindro único	
Alineado ( $S_T / S_L > 0,7$ )	$10^3 - 2 \cdot 10^5$	0,27	0,63
Escalonado ( $S_T / S_L < 2$ )	$10^3 - 2 \cdot 10^5$	$0,35(S_T / S_L)^{1/5}$	0,60
Escalonado ( $S_T / S_L > 2$ )	$10^3 - 2 \cdot 10^5$	0,40	0,60
Alineado	$2 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^6$	0,021	0,84
Escalonado	$2 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^6$	0,022	0,84

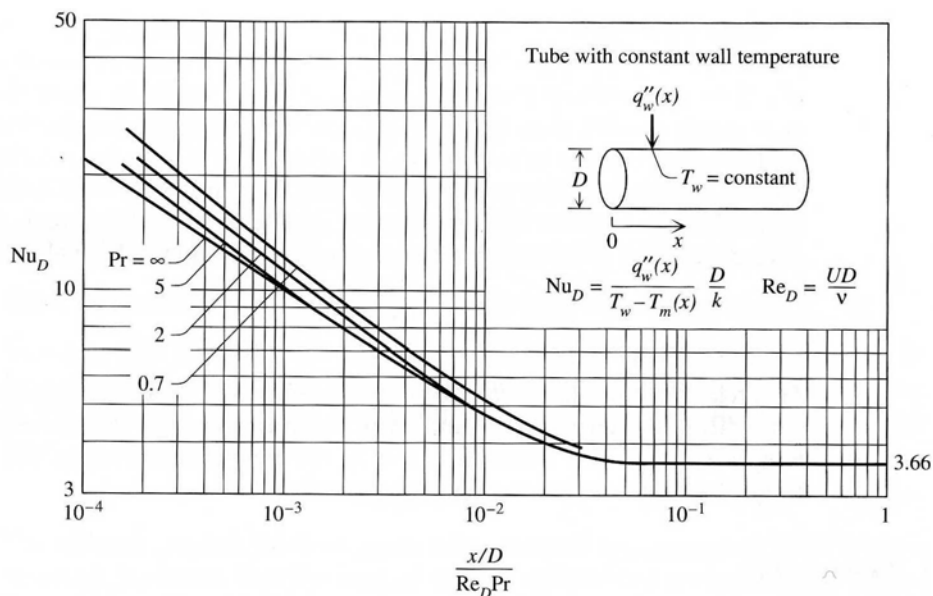
Para  $S_T / S_L < 0,7$ , la transferencia de calor es ineficiente y los tubos alineados no se deben usar.

**Tabla 6.5. Coeficiente de corrección  $C_2$  de la correlación de Zhukauskas para el flujo cruzado sobre un banco de tubos para  $N_L < 20$  y  $Re_D > 10^3$ .**

$N_L$	1	2	3	4	5	7	10	13	16
Alineado	0,70	0,80	0,86	0,90	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99
Escalonado	0,64	0,76	0,84	0,89	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99

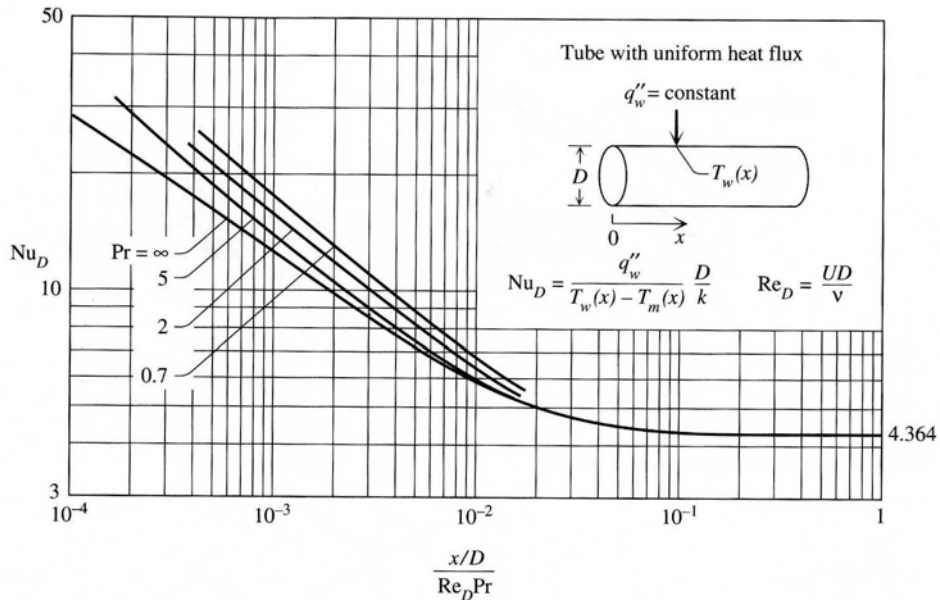
**TEMA 7. CONVECCIÓN FORZADA EN FLUJO INTERNO**

**Figura 7.1. Número de Nusselt local en la región de entrada para flujo laminar en el interior de un tubo circular con temperatura superficial uniforme.**



**Figure 6.10** The Nusselt number for laminar flow through a tube with constant wall temperature.

**Figura 7.2. Número de Nusselt local en la región de entrada para flujo laminar en el interior de un tubo circular con flujo de calor superficial uniforme.**

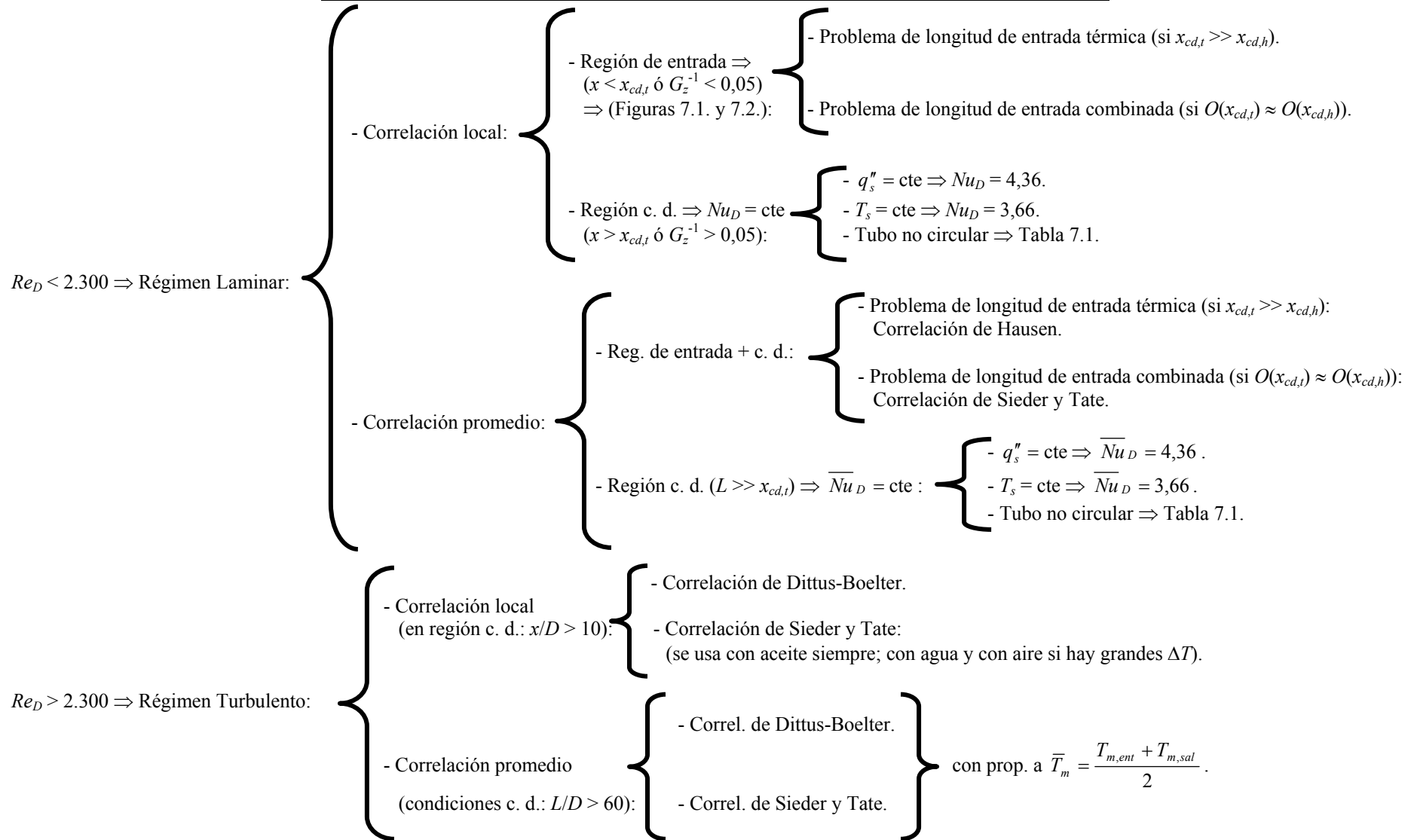


**Figure 6.8** The Nusselt number for laminar flow through a tube with uniform wall heat flux.

**Tabla 7.1. Números de Nusselt para flujo laminar completamente desarrollado en tubos de diferente sección transversal.**

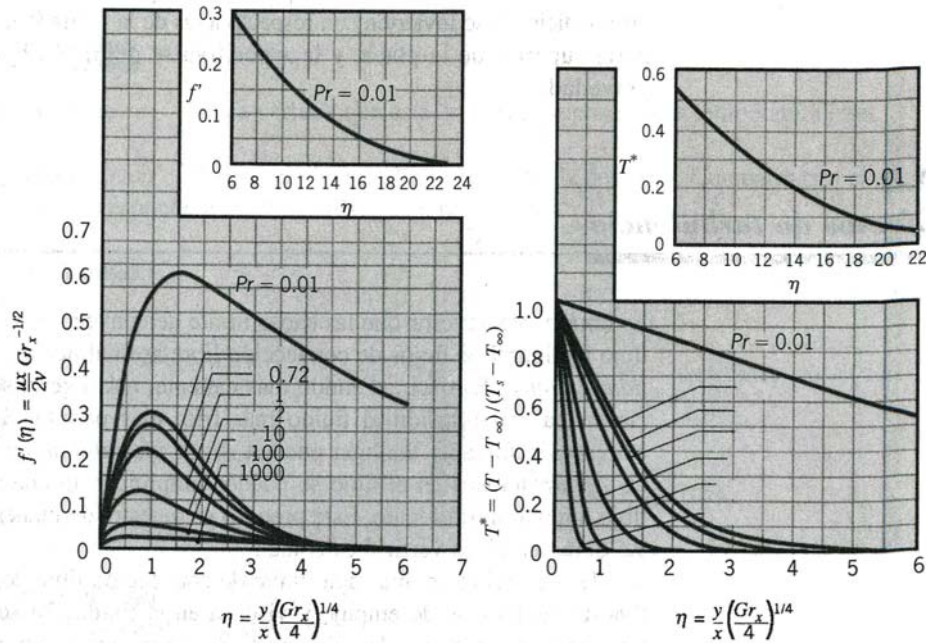
Sección transversal	$\frac{b}{a}$	$Nu_D = \frac{hD_h}{k}$	
		$q''_s$ uniforme	$T_s$ uniforme
Circular	-	4,36	3,66
Rectangular (a = altura, b =base)	1,0	3,61	2,98
Rectangular (a = altura, b =base)	1,43	3,73	3,08
Rectangular (a = altura, b =base)	2,0	4,12	3,39
Rectangular (a = altura, b =base)	3,0	4,79	3,96
Rectangular (a = altura, b =base)	4,0	5,33	4,44
Rectangular (a = altura, b =base)	8,0	6,49	5,60
Rectangular (a = altura, b =base)	$\infty$	8,23	7,54
Triangular	-	3,11	2,47

**CORRELACIONES DE CONVECCIÓN FORZADA EN FLUJO INTERNO**



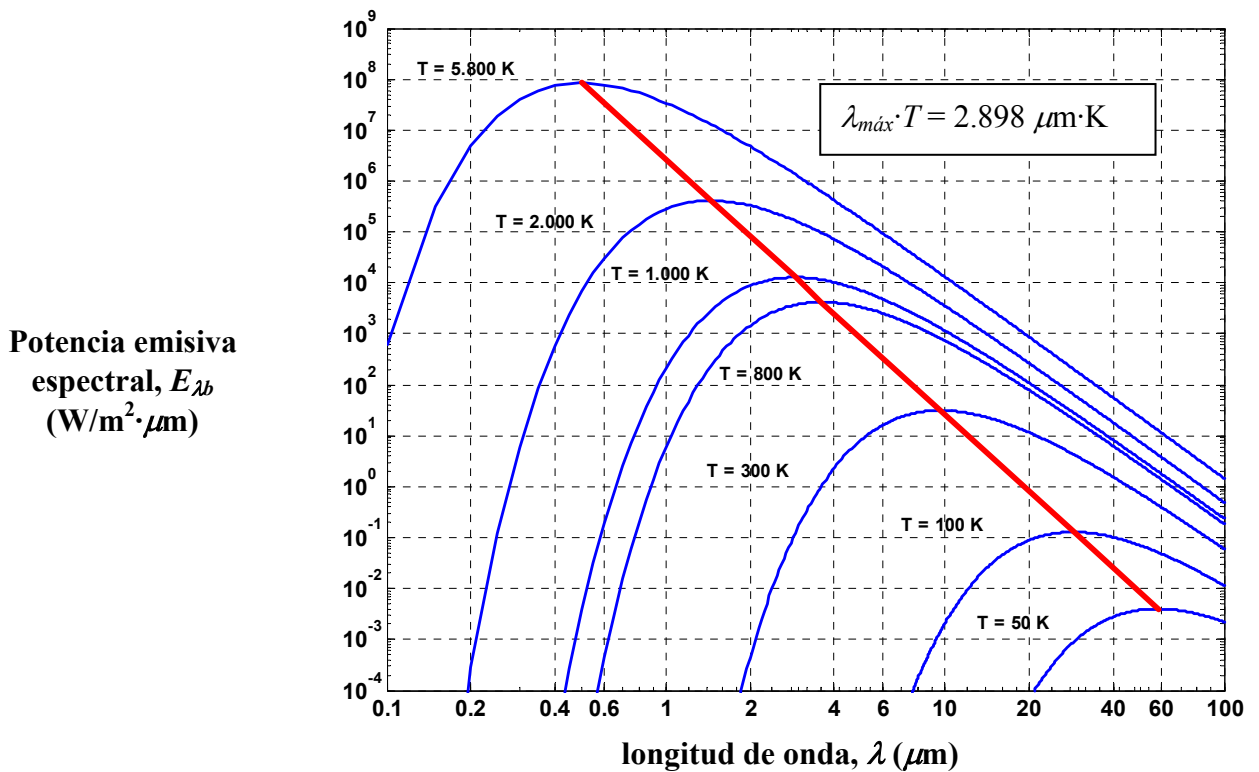
**TEMA 8. CONVECCIÓN LIBRE O NATURAL**

**Figura 8.1. Perfiles de velocidad y de temperatura para la capa límite laminar de convección libre sobre una superficie vertical isoterma.**



**TEMA 9. INTRODUCCIÓN A LA RADIACIÓN**

**Figura 9.1. Distribución de Planck. Potencia Emisiva espectral del cuerpo negro.**



**Tabla 9.1. Funciones de radiación de cuerpo negro.**

$\lambda T$ ( $\mu\text{m}\cdot\text{K}$ )	$F_{(0\rightarrow\lambda)}$	$\frac{I_{\lambda,b}(\lambda,T)}{\sigma T^5}$ ( $\mu\text{m}\cdot\text{K}\cdot\text{sr}$ ) <sup>-1</sup>	$\frac{I_{\lambda,b}(\lambda,T)}{I_{\lambda,b}(\lambda_{\text{máx}},T)}$
200	0,000000	$0,3750\cdot 10^{-27}$	0,000000
400	0,000000	$0,4903\cdot 10^{-13}$	0,000000
600	0,000000	$0,1040\cdot 10^{-8}$	0,000014
800	0,000016	$0,9911\cdot 10^{-7}$	0,001372
1.000	0,000321	$0,1185\cdot 10^{-5}$	0,016406
1.200	0,002134	$0,5239\cdot 10^{-5}$	0,072534
1.400	0,007790	$0,1344\cdot 10^{-4}$	0,18608
1.600	0,019718	$0,2491\cdot 10^{-4}$	0,3449
1.800	0,03934	$0,3756\cdot 10^{-4}$	0,5199
2.000	0,06673	$0,4934\cdot 10^{-4}$	0,6831
2.200	0,10089	$0,5896\cdot 10^{-4}$	0,8163
2.400	0,14026	$0,6589\cdot 10^{-4}$	0,9122
2.600	0,1831	$0,7013\cdot 10^{-4}$	0,9709
2.800	0,2279	$0,7202\cdot 10^{-4}$	0,9971
2.898	0,250108	$0,7223\cdot 10^{-4}$	1,000000
3.000	0,2732	$0,7203\cdot 10^{-4}$	0,9971
3.200	0,3181	$0,7060\cdot 10^{-4}$	0,9774
3.400	0,3617	$0,6815\cdot 10^{-4}$	0,9436
3.600	0,4036	$0,6504\cdot 10^{-4}$	0,9004
3.800	0,4434	$0,6152\cdot 10^{-4}$	0,8517
4.000	0,4809	$0,5781\cdot 10^{-4}$	0,8003
4.200	0,5160	$0,5404\cdot 10^{-4}$	0,7481
4.400	0,5488	$0,5033\cdot 10^{-4}$	0,6967
4.600	0,5793	$0,4673\cdot 10^{-4}$	0,6470
4.800	0,6076	$0,4331\cdot 10^{-4}$	0,5996
5.000	0,6337	$0,4008\cdot 10^{-4}$	0,5549
5.200	0,6590	$0,3706\cdot 10^{-4}$	0,5130
5.400	0,6804	$0,3424\cdot 10^{-4}$	0,4741
5.600	0,7010	$0,3164\cdot 10^{-4}$	0,4380
5.800	0,7202	$0,2923\cdot 10^{-4}$	0,4047
6.000	0,7378	$0,2701\cdot 10^{-4}$	0,3740
6.200	0,7541	$0,2497\cdot 10^{-4}$	0,3457
6.400	0,7692	$0,2310\cdot 10^{-4}$	0,3198
6.600	0,7832	$0,2138\cdot 10^{-4}$	0,2960
6.800	0,7961	$0,1980\cdot 10^{-4}$	0,2741
7.000	0,8081	$0,1835\cdot 10^{-4}$	0,2541
7.200	0,8192	$0,1703\cdot 10^{-4}$	0,2357
7.400	0,8295	$0,1581\cdot 10^{-4}$	0,2188
7.600	0,8391	$0,1469\cdot 10^{-4}$	0,2034
7.800	0,8480	$0,1366\cdot 10^{-4}$	0,1891

**Tabla 9.1. Funciones de radiación de cuerpo negro (continuación).**

$\lambda T$ ( $\mu\text{m}\cdot\text{K}$ )	$F_{(0\rightarrow\lambda)}$	$\frac{I_{\lambda,b}(\lambda, T)}{\sigma T^5}$ ( $\mu\text{m}\cdot\text{K}\cdot\text{sr}$ ) <sup>-1</sup>	$\frac{I_{\lambda,b}(\lambda, T)}{I_{\lambda,b}(\lambda_{\text{máx}}, T)}$
8.000	0,8563	$0,1272\cdot 10^{-4}$	0,1761
8.500	0,8746	$0,1068\cdot 10^{-4}$	0,1478
9.000	0,8900	$0,9015\cdot 10^{-5}$	0,1248
9.500	0,9031	$0,7653\cdot 10^{-5}$	0,1060
10.000	0,9142	$0,6533\cdot 10^{-5}$	0,09044
10.500	0,9237	$0,5605\cdot 10^{-5}$	0,077600
11.000	0,9319	$0,4833\cdot 10^{-5}$	0,066913
11.500	0,9400	$0,4187\cdot 10^{-5}$	0,057970
12.000	0,9451	$0,3644\cdot 10^{-5}$	0,050448
13.000	0,9551	$0,2795\cdot 10^{-5}$	0,038689
14.000	0,9629	$0,2176\cdot 10^{-5}$	0,030131
15.000	0,9700	$0,1719\cdot 10^{-5}$	0,023794
16.000	0,9738	$0,1374\cdot 10^{-5}$	0,019026
18.000	0,9809	$0,9082\cdot 10^{-6}$	0,012574
20.000	0,9856	$0,6233\cdot 10^{-6}$	0,008629
25.000	0,9922	$0,2765\cdot 10^{-6}$	0,003828
30.000	0,9953	$0,1405\cdot 10^{-6}$	0,001945
40.000	0,9980	$0,4739\cdot 10^{-7}$	0,000656
50.000	0,9990	$0,2016\cdot 10^{-7}$	0,000279
75.000	0,9997	$0,4186\cdot 10^{-8}$	0,000058
100.000	0,999905	$0,1358\cdot 10^{-8}$	0,000019

**TEMA 10. INTERCAMBIO RADIATIVO ENTRE SUPERFICIES**

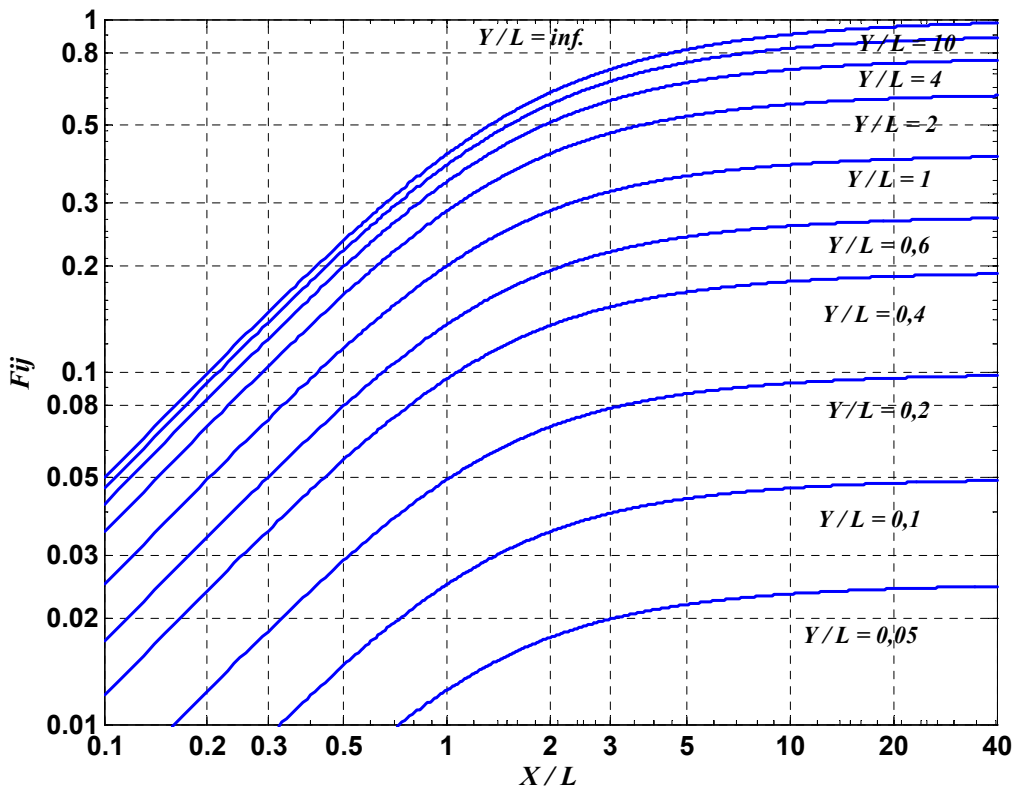
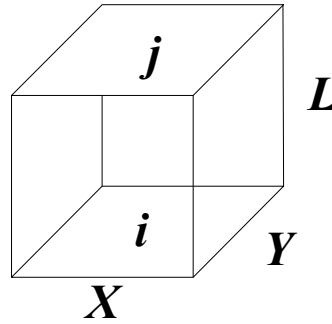
**Tabla 10.1. Factores de forma radiativos para geometrías bidimensionales.**

Geometría	Esquema	Factor de forma
Placas paralelas centradas		$F_{ij} = \frac{[(W_i + W_j)^2 + 4]^{1/2}}{2W_i} - \frac{[(W_j - W_i)^2 + 4]^{1/2}}{2W_i}$ $W_i = w_i / L \quad W_j = w_j / L$
Placas paralelas inclinadas de igual anchura y una arista en común		$F_{ij} = 1 - \text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

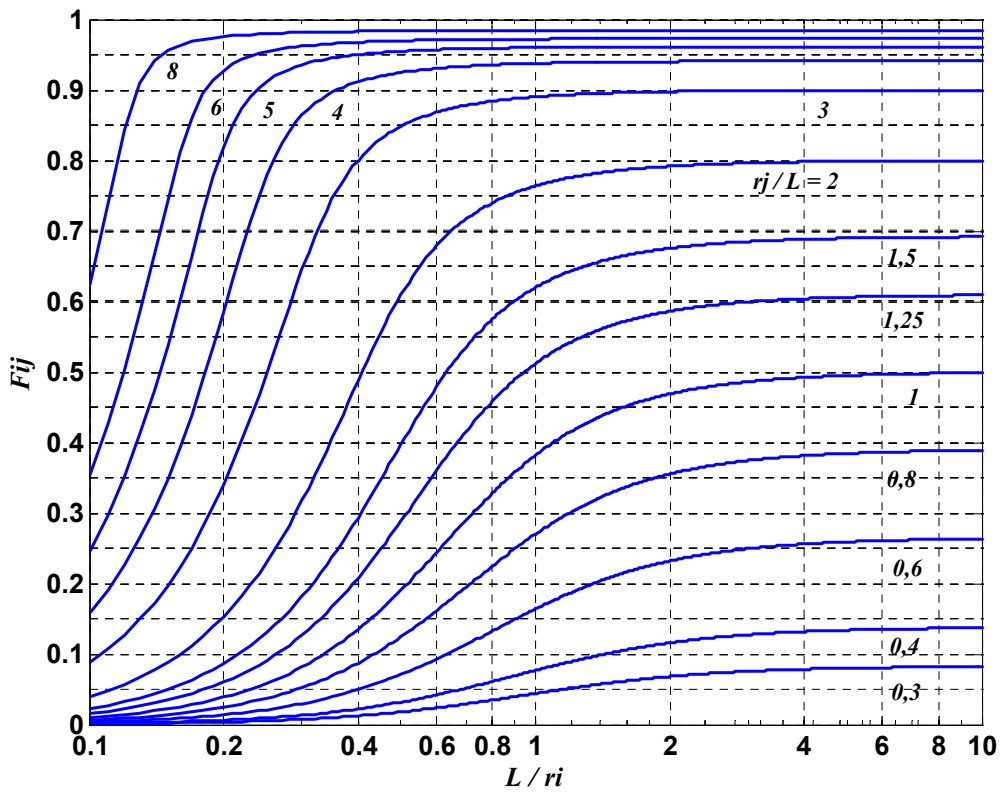
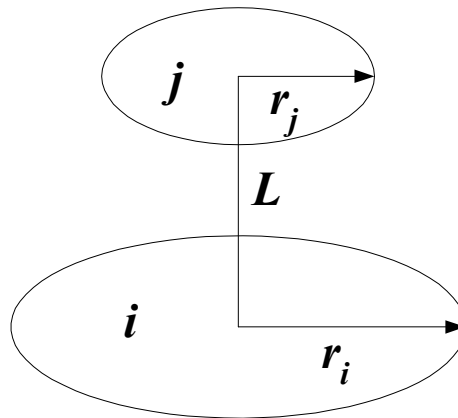
**Tabla 10.1. Factores de forma radiativos para geometrías bidimensionales (continuación).**

Geometría	Esquema	Factor de forma
Placas perpendiculares con una arista en común		$F_{ij} = \frac{1 + (w_j / w_i) - \left[1 + (w_j / w_i)^2\right]^{1/2}}{2}$
Recinto de tres lados		$F_{ij} = \frac{w_i + w_j - w_k}{2w_i}$
Cilindros paralelos de radios diferentes		$F_{ij} = \frac{1}{2\pi} \left\{ \pi + \left[ C^2 - (R+1)^2 \right]^{1/2} - \left[ C^2 - (R-1)^2 \right]^{1/2} + (R-1) \frac{\pi}{180^\circ} \cos^{-1} \left( \frac{R}{C} - \frac{1}{C} \right) - (R+1) \frac{\pi}{180^\circ} \cos^{-1} \left( \frac{R}{C} + \frac{1}{C} \right) \right\}$ $R = r_j / r_i \quad S = s / r_i \quad C = 1 + R + S$
Cilindro y placa paralelos		$F_{ij} = \frac{r}{s_1 - s_2} \frac{\pi}{180^\circ} \left[ \tan^{-1} \frac{s_1}{L} - \tan^{-1} \frac{s_2}{L} \right]$
Plano infinito y fila de cilindros		$F_{ij} = 1 - \left[ 1 - \left( \frac{D}{s} \right)^2 \right]^{1/2} + \left( \frac{D}{s} \right) \frac{\pi}{180^\circ} \tan^{-1} \left( \frac{s^2 - D^2}{D^2} \right)^{1/2}$

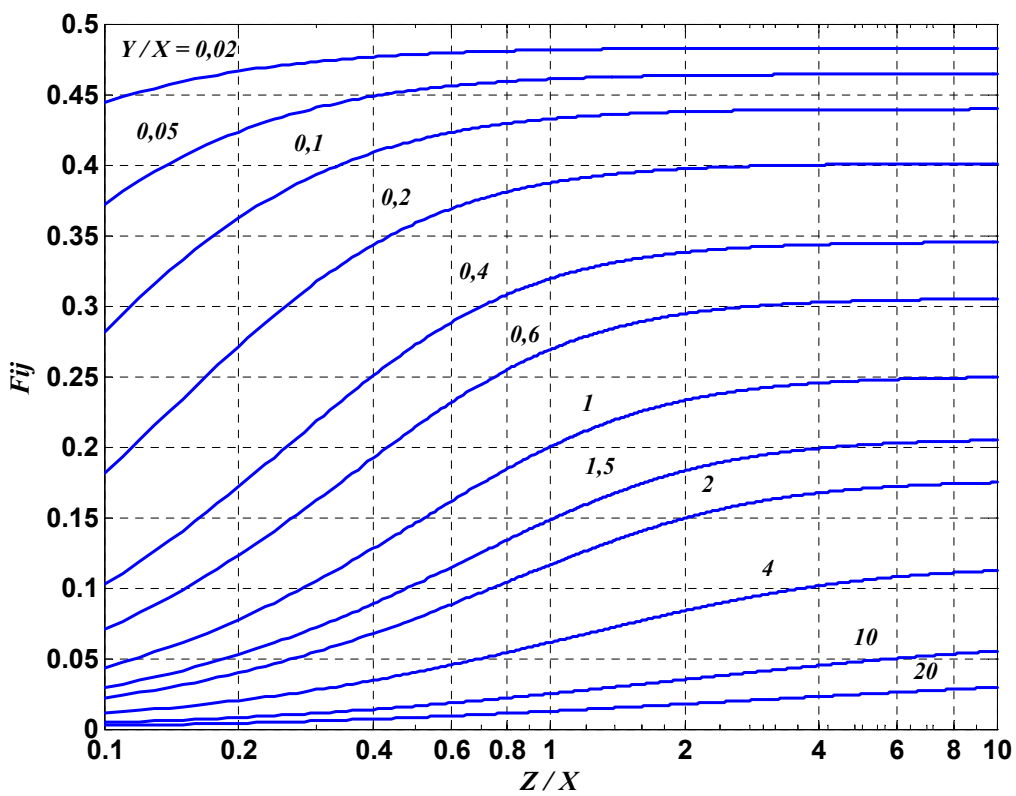
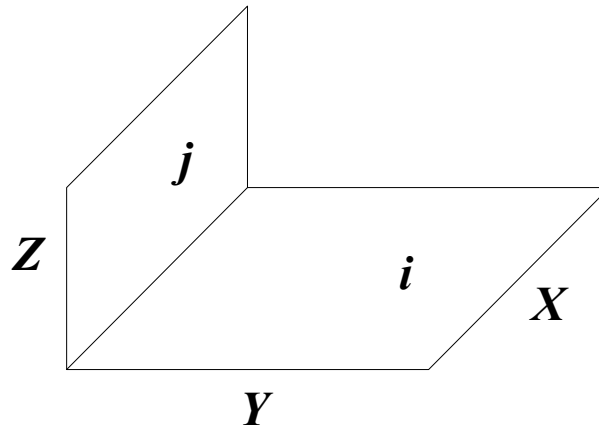
**Figura 10.1. Factor de forma radiativo para dos rectángulos paralelos alineados.**



**Figura 10.2. Factor de forma radiativo para dos discos paralelos coaxiales.**



**Figura 10.3. Factor de forma radiativo para dos rectángulos perpendiculares con una arista en común.**



**Tabla 10.2. Intercambio neto de radiación en recintos especiales de dos superficies grises y difusas.**

Geometría	Esquema	Condiciones	Intercambio de radiación
Planos paralelos grandes (infinitos)		$A_1 = A_2 = A$ $F_{12} = 1$	$q_{12} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$
Cilindros concéntricos largos (infinitos)		$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1}{r_2}$ $F_{12} = 1$	$q_{12} = \frac{A_1\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \frac{r_1}{r_2}}$
Esferas concéntricas		$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$ $F_{12} = 1$	$q_{12} = \frac{A_1\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}$
Objeto convexo pequeño en una cavidad grande		$\frac{A_1}{A_2} \approx 0$ $F_{12} = 1$	$q_{12} = A_1 \varepsilon_1 \sigma(T_1^4 - T_2^4)$

**TABLAS DE PROPIEDADES TERMOFÍSICAS Y DE FUNCIONES MATEMÁTICAS**

**Tabla A. Propiedades termofísicas del aire a presión atmosférica.**

<i>T</i> (K)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$c_p$ (J/kg·K)	$\mu \cdot 10^7$ (N·s/m <sup>2</sup> )	$\nu \cdot 10^6$ (m <sup>2</sup> /s)	$k \cdot 10^3$ (W/m·K)	$\alpha \cdot 10^6$ (m <sup>2</sup> /s)	<i>Pr</i>
100	3,5562	1.032	71,1	2,00	9,34	2,54	0,786
150	2,3364	1.012	103,4	4,426	13,8	5,84	0,758
200	1,7548	1.007	132,5	7,590	18,1	10,3	0,737
250	1,3947	1.006	159,6	11,44	22,3	15,9	0,720
300	1,1614	1.007	184,6	15,89	26,3	22,5	0,707
350	0,9950	1.009	208,2	20,92	30,0	29,9	0,700
400	0,8711	1.014	230,1	26,41	33,8	38,3	0,690
450	0,7740	1.021	250,7	32,39	37,3	47,2	0,686
500	0,6964	1.030	270,1	38,79	40,7	56,7	0,684
550	0,6329	1.040	288,4	45,57	43,9	66,7	0,683
600	0,5804	1.051	305,8	52,69	46,9	76,9	0,685
650	0,5356	1.063	322,5	60,21	49,7	87,3	0,690
700	0,4975	1.075	338,8	68,10	52,4	98,0	0,695
750	0,4643	1.087	354,6	76,37	54,9	109	0,702
800	0,4354	1.099	369,8	84,93	57,3	120	0,709
850	0,4097	1.110	384,3	93,80	59,6	131	0,716
900	0,3868	1.121	398,1	102,9	62,0	143	0,720
950	0,3666	1.131	411,3	112,2	64,3	155	0,723
1.000	0,3482	1.141	424,4	121,9	66,7	168	0,726
1.100	0,3166	1.159	449,0	141,8	71,5	195	0,728
1.200	0,2902	1.175	473,0	162,9	76,3	224	0,728
1.300	0,2679	1.189	496,0	185,1	82	238	0,719
1.400	0,2488	1.207	530	213	91	303	0,703
1.500	0,2322	1.230	557	240	100	350	0,685

**Tabla B. Propiedades termofísicas del aceite de motor a presión atmosférica.**

$T$ (K)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$c_p$ (J/kg·K)	$\mu \cdot 10^2$ (N·s/m <sup>2</sup> )	$\nu \cdot 10^6$ (m <sup>2</sup> /s)	$k \cdot 10^3$ (W/m·K)	$\alpha \cdot 10^7$ (m <sup>2</sup> /s)	$Pr$	$\beta \cdot 10^3$ (K <sup>-1</sup> )
273	899,1	1.796	385	4.280	147	0,910	47.000	0,70
280	895,3	1.827	217	2.430	144	0,880	27.500	0,70
290	890,0	1.868	99,9	1.120	145	0,872	12.900	0,70
300	884,1	1.909	48,6	550	145	0,859	6.400	0,70
310	877,9	1.951	25,3	288	145	0,847	3.400	0,70
320	871,8	1.993	14,1	161	143	0,823	1.965	0,70
330	865,8	2.035	8,36	96,6	141	0,800	1.205	0,70
340	859,9	2.076	5,31	61,7	139	0,779	793	0,70
350	853,9	2.118	3,56	41,7	138	0,763	546	0,70
360	847,8	2.161	2,52	29,7	138	0,753	395	0,70
370	841,8	2.206	1,86	22,0	137	0,738	300	0,70
380	836,0	2.250	1,41	16,9	136	0,723	233	0,70
390	830,6	2.294	1,10	13,3	135	0,709	187	0,70
400	825,1	2.337	0,874	10,6	134	0,695	152	0,70
410	818,9	2.381	0,698	8,52	133	0,682	125	0,70
420	812,1	2.427	0,564	6,94	133	0,675	103	0,70
430	806,5	2.471	0,470	5,83	132	0,662	88	0,70

**Tabla C. Propiedades termofísicas del agua saturada.**

$T$ (K)	$P$ (bar)	$1/\rho \cdot 10^3$ (m <sup>3</sup> /kg)	$h_{fg}$ (kJ/kg)	$c_p$ (J/kg·K)	$\mu \cdot 10^6$ (N·s/m <sup>2</sup> )	$k \cdot 10^3$ (W/m·K)	$Pr$	$\beta \cdot 10^6$ (K <sup>-1</sup> )
273,15	0,00611	1,000	2.502	4.217	1.750	569	12,99	-68,05
275	0,00697	1,000	2.497	4.211	1.652	574	12,22	-32,74
280	0,00990	1,000	2.485	4.198	1.422	582	10,26	46,04
285	0,01387	1,000	2.473	4.189	1.225	590	8,81	114,1
290	0,01917	1,001	2.461	4.184	1.080	598	7,56	174,0
295	0,02617	1,002	2.449	4.181	959	606	6,62	227,5
300	0,03531	1,003	2.438	4.179	855	613	5,83	276,1
305	0,04712	1,005	2.426	4.178	769	620	5,20	320,6
310	0,06221	1,007	2.414	4.178	695	628	4,62	361,9
315	0,08132	1,009	2.402	4.179	631	634	4,16	400,4
320	0,1053	1,011	2.390	4.180	577	640	3,77	436,7
325	0,1351	1,013	2.378	4.182	528	645	3,42	471,2
330	0,1719	1,016	2.366	4.184	489	650	3,15	504,0
335	0,2167	1,018	2.354	4.186	453	656	2,88	535,5
340	0,2713	1,021	2.342	4.188	420	660	2,66	566,0
345	0,3372	1,024	2.329	4.191	389	668	2,45	595,4
350	0,4163	1,027	2.317	4.195	365	668	2,29	624,2
355	0,5100	1,030	2.304	4.199	343	671	2,14	652,3
360	0,6209	1,034	2.291	4.203	324	674	2,02	697,9
365	0,7514	1,038	2.278	4.209	306	677	1,91	707,1
370	0,9040	1,041	2.265	4.214	289	679	1,80	728,7
373,15	1,0133	1,044	2.257	4.217	279	680	1,76	750,1
375	1,0815	1,045	2.252	4.220	274	681	1,70	761
380	1,2869	1,049	2.239	4.226	260	683	1,61	788
385	1,5233	1,053	2.225	4.232	248	685	1,53	814
390	1,794	1,058	2.212	4.239	237	686	1,47	841
400	2,455	1,067	2.183	4.256	217	688	1,34	896
410	3,302	1,077	2.153	4.278	200	688	1,24	852
420	4,370	1,088	2.123	4.302	185	688	1,16	1.010
430	5,699	1,099	2.091	4.331	173	685	1,09	
440	7,333	1,110	2.059	4.360	162	682	1,04	
450	9,319	1,123	2.024	4.400	152	678	0,99	
460	11,71	1,137	1.989	4.440	143	673	0,95	
470	14,55	1,152	1.951	4.480	136	667	0,92	
480	17,90	1,167	1.912	4.530	129	660	0,89	
490	21,83	1,184	1.870	4.590	124	651	0,87	
500	26,40	1,203	1.825	4.660	118	642	0,86	

**Tabla D. Funciones hiperbólicas.**

x	senh x	cosh x	tanh x		x	senh x	cosh x	tanh x
0,00	0,0000	1,0000	0,00000		2,00	3,6269	3,7622	0,96403
0,10	0,1002	1,0050	0,09967		2,10	4,0219	4,1443	0,97045
0,20	0,2013	1,0201	0,19738		2,20	4,4571	4,5679	0,97574
0,30	0,3045	1,0453	0,29131		2,30	4,9370	5,0372	0,98010
0,40	0,4108	1,0811	0,37995		2,40	5,4662	5,5569	0,98367
0,50	0,5211	1,1276	0,46212		2,50	6,0502	6,1323	0,98661
0,60	0,6367	1,1855	0,53705		2,60	6,6947	6,7690	0,98903
0,70	0,7586	1,2552	0,60437		2,70	7,4063	7,4735	0,99101
0,80	0,8881	1,3374	0,66404		2,80	8,1919	8,2527	0,99263
0,90	1,0265	1,4331	0,71630		2,90	9,0596	9,1146	0,99396
1,00	1,1752	1,5431	0,76159		3,00	10,018	10,068	0,99505
1,10	1,3356	1,6685	0,80050		3,50	16,543	16,573	0,99818
1,20	1,5095	1,8107	0,83365		4,00	27,290	27,308	0,99933
1,30	1,6984	1,9709	0,86172		4,50	45,003	45,014	0,99975
1,40	1,9043	2,1509	0,88535		5,00	74,203	74,210	0,99991
1,50	2,1293	2,3524	0,90515		6,00	201,71	201,72	0,99999
1,60	2,3756	2,5775	0,92167		7,00	548,32	548,32	1,0000
1,70	2,6456	2,8283	0,93541		8,00	1.490,5	1.490,5	1,0000
1,80	2,9422	3,1075	0,94681		9,00	4.051,5	4.051,5	1,0000
1,90	3,2682	3,4177	0,95624		10,00	11.013	11.013	1,0000

**Tabla E. Función gaussiana de error.**

x	erf (x)		x	erf (x)		x	erf (x)
0,00	0,00000		0,36	0,38933		1,04	0,85865
0,02	0,02256		0,38	0,40901		1,08	0,87333
0,04	0,04511		0,40	0,42839		1,12	0,88679
0,06	0,06762		0,44	0,46623		1,16	0,89910
0,08	0,09008		0,48	0,50275		1,20	0,91031
0,10	0,11246		0,52	0,53790		1,30	0,93401
0,12	0,13476		0,56	0,57162		1,40	0,95229
0,14	0,15695		0,60	0,60386		1,50	0,96611
0,16	0,17901		0,64	0,63459		1,60	0,97635
0,18	0,20094		0,68	0,66378		1,70	0,98379
0,20	0,22270		0,72	0,69143		1,80	0,98909
0,22	0,24430		0,76	0,71754		1,90	0,99279
0,24	0,26570		0,80	0,74210		2,00	0,99532
0,26	0,28690		0,84	0,76514		2,20	0,99814
0,28	0,30788		0,88	0,78669		2,40	0,99931
0,30	0,32863		0,92	0,80677		2,60	0,99976
0,32	0,34913		0,96	0,82542		2,80	0,99992
0,34	0,36936		1,00	0,84270		3,00	0,99998

$$\text{erf } w = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^w e^{-u^2} du$$

$$\text{erfc } w = 1 - \text{erf } w$$

**Tabla F. Primeras cuatro raíces de la ecuación trascendental,  $\xi_n \cdot \tan(\xi_n) = Bi$ , para conducción transitoria en una pared plana.**

$Bi = \frac{hL}{k}$	$\xi_1$	$\xi_2$	$\xi_3$	$\xi_4$
0	0,0000	3,1416	6,2832	9,4248
0,001	0,0316	3,1419	6,2833	9,4249
0,002	0,0447	3,1422	6,2835	9,4250
0,004	0,0632	3,1429	6,2838	9,4252
0,006	0,0774	3,1435	6,2841	9,4254
0,008	0,0893	3,1441	6,2845	9,4256
0,01	0,0998	3,1448	6,2848	9,4258
0,02	0,1410	3,1479	6,2864	9,4269
0,04	0,1987	3,1543	6,2895	9,4290
0,06	0,2425	3,1606	6,2927	9,4311
0,08	0,2791	3,1668	6,2959	9,4333
0,1	0,3111	3,1731	6,2991	9,4354
0,2	0,4328	3,2039	6,3148	9,4459
0,3	0,5218	3,2341	6,3305	9,4565
0,4	0,5932	3,2636	6,3461	9,4670
0,5	0,6533	3,2923	6,3616	9,4775
0,6	0,7051	3,3204	6,3770	9,4879
0,7	0,7506	3,3477	6,3923	9,4983
0,8	0,7910	3,3744	6,4074	9,5087
0,9	0,8274	3,4003	6,4224	9,5190
1,0	0,8603	3,4256	6,4373	9,5293
1,5	0,9882	3,5422	6,5097	9,5801
2,0	1,0769	3,6436	6,5783	9,6296
3,0	1,1925	3,8088	6,7040	9,7240
4,0	1,2646	3,9352	6,8140	9,8119
5,0	1,3138	4,0336	6,9096	9,8928
6,0	1,3496	4,1116	6,9924	9,9667
7,0	1,3766	4,1746	7,0640	10,0339
8,0	1,3978	4,2264	7,1263	10,0949
9,0	1,4149	4,2694	7,1806	10,1502
10,0	1,4289	4,3058	7,2281	10,2003
15,0	1,4729	4,4255	7,3959	10,3898
20,0	1,4961	4,4915	7,4954	10,5117
30,0	1,5202	4,5615	7,6057	10,6543
40,0	1,5325	4,5979	7,6647	10,7334
50,0	1,5400	4,6202	7,7012	10,7832
60,0	1,5451	4,6353	7,7259	10,8172
80,0	1,5514	4,6543	7,7573	10,8606
100,0	1,5552	4,6658	7,7764	10,8871
$\infty$	1,5708	4,7124	7,8540	10,9956

**Tabla G. Funciones de Bessel de primera clase.**

$x$	$J_0(x)$	$J_1(x)$
0,0	1,0000	0,0000
0,1	0,9975	0,0499
0,2	0,9900	0,0995
0,3	0,9776	0,1483
0,4	0,9604	0,1960
0,5	0,9385	0,2423
0,6	0,9120	0,2867
0,7	0,8812	0,3290
0,8	0,8463	0,3688
0,9	0,8075	0,4059
1,0	0,7652	0,4401
1,1	0,7196	0,4709
1,2	0,6711	0,4983
1,3	0,6201	0,5220
1,4	0,5669	0,5419
1,5	0,5118	0,5579
1,6	0,4554	0,5699
1,7	0,3980	0,5778
1,8	0,3400	0,5815
1,9	0,2818	0,5812
2,0	0,2239	0,5767
2,1	0,1666	0,5683
2,2	0,1104	0,5560
2,3	0,0555	0,5399
2,4	0,0025	0,5202

**Tabla H. Funciones de Bessel modificadas de primera y segunda clase.**

$x$	$e^{-x} \cdot I_0(x)$	$e^{-x} \cdot I_1(x)$	$e^x \cdot K_0(x)$	$e^x \cdot K_1(x)$
0,0	1,0000	0,0000	$\infty$	$\infty$
0,2	0,8269	0,0823	2,1408	5,8334
0,4	0,6974	0,1368	1,6627	3,2587
0,6	0,5993	0,1722	1,4167	2,3739
0,8	0,5241	0,1945	1,2582	1,9179
1,0	0,4658	0,2079	1,1445	1,6362
1,2	0,4198	0,2153	1,0575	1,4429
1,4	0,3831	0,2185	0,9881	1,3011
1,6	0,3533	0,2190	0,9309	1,1919
1,8	0,3289	0,2177	0,8828	1,1048
2,0	0,3085	0,2153	0,8416	1,0335
2,2	0,2913	0,2121	0,8057	0,9738
2,4	0,2766	0,2085	0,7740	0,9229
2,6	0,2639	0,2047	0,7459	0,8790
2,8	0,2528	0,2007	0,7206	0,8405
3,0	0,2430	0,1968	0,6978	0,8066
3,2	0,2343	0,1930	0,6770	0,7763
3,4	0,2264	0,1892	0,6580	0,7491
3,6	0,2193	0,1856	0,6405	0,7245
3,8	0,2129	0,1821	0,6243	0,7021
4,0	0,2070	0,1788	0,6093	0,6816
4,2	0,2016	0,1755	0,5953	0,6627
4,4	0,1966	0,1725	0,5823	0,6454
4,6	0,1919	0,1695	0,5701	0,6292
4,8	0,1876	0,1667	0,5586	0,6143
5,0	0,1835	0,1640	0,5478	0,6003
5,2	0,1797	0,1614	0,5376	0,5872
5,4	0,1762	0,1589	0,5280	0,5749
5,6	0,1728	0,1565	0,5188	0,5634
5,8	0,1697	0,1542	0,5101	0,5525
6,0	0,1667	0,1521	0,5019	0,5422
6,4	0,1611	0,1479	0,4865	0,5232
6,8	0,1561	0,1441	0,4724	0,5060
7,2	0,1515	0,1405	0,4595	0,4905
7,6	0,1473	0,1372	0,4476	0,4762
8,0	0,1434	0,1341	0,4366	0,4631
8,4	0,1399	0,1312	0,4264	0,4511
8,8	0,1365	0,1285	0,4168	0,4399
9,2	0,1334	0,1260	0,4079	0,4295
9,4	0,1305	0,1235	0,3995	0,4198
9,6	0,1278	0,1213	0,3916	0,4108
10,0	1,0000	0,0000		

$$I_{n+1}(x) = I_{n-1}(x) - (2n/x)I_n(x)$$

**ALFABETO GRIEGO**

<b><u>Mayúsculas</u></b>	<b><u>Minúsculas</u></b>	<b><u>Nombre</u></b>
A	α	alfa
B	β	beta
Γ	γ	gamma
Δ	δ	delta
E	ε	épsilon
Z	ζ	seta o zeta
H	η	eta
Θ	θ	zeta o theta
I	ι	iota
K	κ	kappa o cappa
Λ	λ	lambda
M	μ	my o mu
N	ν	ny o nu
E	ξ	xi
O	ο	ómicron
Π	π	pi
P	ρ	ro o rho
Σ	σ, ς	sigma
T	τ	tau
Υ	υ	ípsilon
Φ	φ	fi o phi
X	χ	ji
Ψ	ψ	psi
Ω	ω	omega