

**DEPARTAMENTO DE INGENIERIA
ELECTRICA Y ENERGETICA**

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

**PROCESOS TERMOSOLARES
EN BAJA, MEDIA
Y ALTA TEMPERATURA**



Pedro Fernández Díez

I.- RADIACIÓN SOLAR EN LA SUPERFICIE TERRESTRE

I.1.- LA CONSTANTE SOLAR

Desde el punto de vista energético, la masa solar que por segundo se irradia al espacio en forma de partículas de alta energía y de radiación electromagnética es aproximadamente de $5,6 \cdot 10^{35}$ GeV y de ella, la Tierra recibe en el exterior de su atmósfera un total de $1,73 \cdot 10^{14}$ kW, o sea $1,353$ kW/m², que se conoce como constante solar y cuyo valor fluctúa en un $\pm 3\%$ debido a la variación periódica de la distancia entre la Tierra y el Sol.

La atmósfera y la superficie terrestre se encuentran a temperaturas medias distintas y, por lo tanto, también radian energía; así, la longitud de onda de la radiación solar está comprendida entre, $0,05 \mu\text{m}$ y $4 \mu\text{m}$, mientras que la radiación terrestre lo está entre $3 \mu\text{m}$ y $80 \mu\text{m}$, es decir, se trata de emisiones de onda larga.

Los $1,73 \cdot 10^{14}$ kW de energía solar que inciden sobre la Tierra, se reparten en la siguiente forma,

Energía solar reflejada por la atmósfera hacia el espacio exterior, 30%, $0,52 \cdot 10^{14}$ kW

Energía solar que se utiliza en calentar la atmósfera, 47%, $0,80 \cdot 10^{14}$ kW

Energía solar que se utiliza en la evaporación de los océanos, 23%, $0,40 \cdot 10^{14}$ kW

Energía solar que se utiliza en generar perturbaciones atmosféricas, como el viento, (energía mecánica), $0,0037 \cdot 10^{14}$ kW

Energía solar utilizada en la fotosíntesis, $0,0004 \cdot 10^{14}$ kW.

De todo lo anterior, sólo el 47% de la energía solar incidente alcanza la superficie terrestre, de forma que el 31% lo hace directamente y el otro 16% después de ser difundida por el polvo, vapor de agua y moléculas de aire. El 53% de la energía restante no alcanza la superficie de la Tierra, ya que un 2% es absorbida por la estratosfera, principalmente por el ozono, el 15% por la troposfera, (agua, ozono y nubes), en total $2 + 15 = 17\%$ y por otra parte, un 23% es reflejada por las nubes, un 7% es reflejada por el suelo y el 6% restante corresponde a aquella energía difundida por la atmósfera que se dirige hacia el *cielo*, Figs I.1.2.

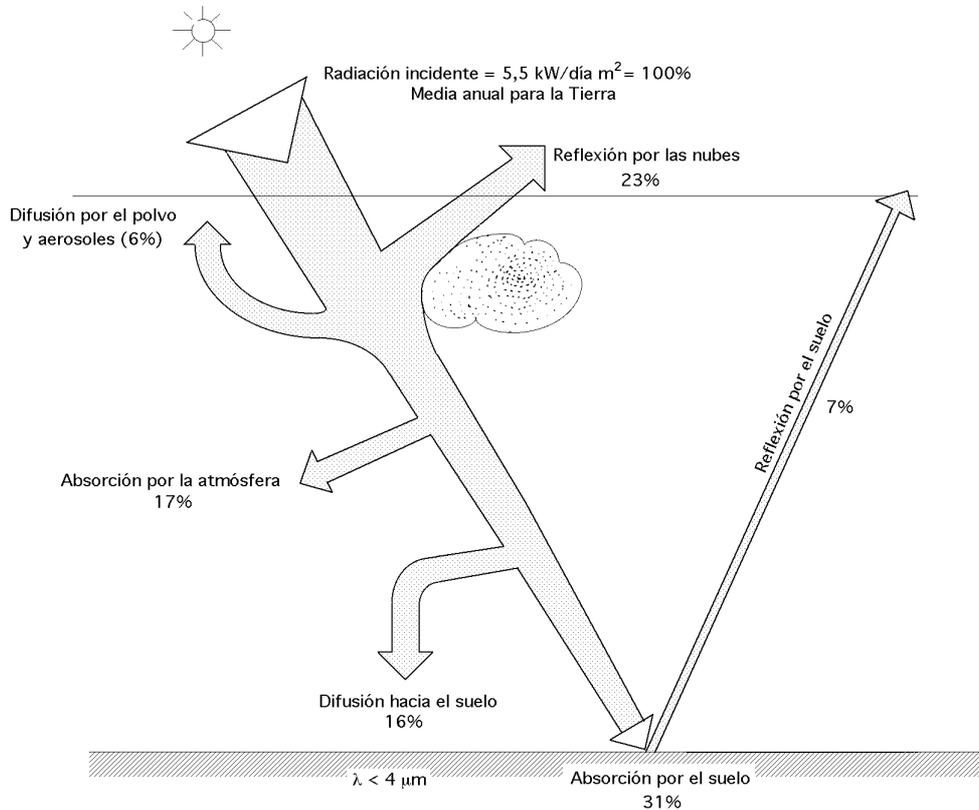


Fig I.1.- Balance de radiación solar

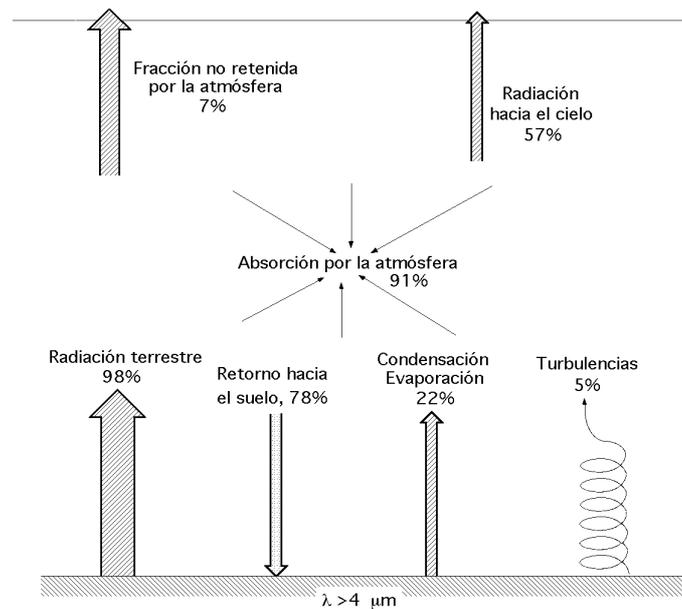


Fig I.2.- Balance de radiación terrestre

I.2.- DISTRIBUCIÓN ESPECTRAL DE LA RADIACIÓN SOLAR EXTRATERRESTRE

El Sol se puede considerar como un gigantesco reactor de fusión nuclear, constituido por diferentes gases que se encuentran retenidos en el mismo por fuerzas gravitatorias. La energía en forma de radiación electromagnética, resultado de las reacciones de fusión que tienen lugar en él, fundamentalmente en el núcleo, debe ser transferida a la superficie exterior para, desde allí, ser radiada al espacio; en este proceso de transferencia aparecen fenómenos convectivos y radiativos,

así como sucesivas capas de gases, dando lugar a un espectro de emisión continuo.

A pesar de la compleja estructura del Sol, para las aplicaciones de los procesos térmicos derivados del mismo, se puede adoptar un modelo mucho más simplificado. Así, se puede considerar al Sol como un cuerpo negro que radía energía a la temperatura de 5.762°K , ya que la distribución de energía para cada longitud de onda aprovechable por los procesos térmicos y fototérmicos, es básicamente la misma que la de dicho cuerpo negro. Para otros procesos que dependen de la longitud de onda y en los que, la distribución espectral es un factor importante, por ejemplo en los procesos fotovoltaicos o fotoquímicos, pueden resultar necesarias consideraciones más detalladas.

La Tierra, en su movimiento alrededor del Sol, describe una órbita elíptica, de escasa excentricidad, de forma que la distancia entre el Sol y la Tierra varía aproximadamente un $\pm 3\%$.

La distancia media Tierra-Sol es, $d = 149$ millones de Km

En el solsticio de verano, la Tierra está alejada una distancia del Sol máxima, $d_{\text{máx}} = 1,017 d$

En el solsticio de invierno, la Tierra se halla a la distancia mínima del Sol, $d_{\text{mín}} = 0,983 d$

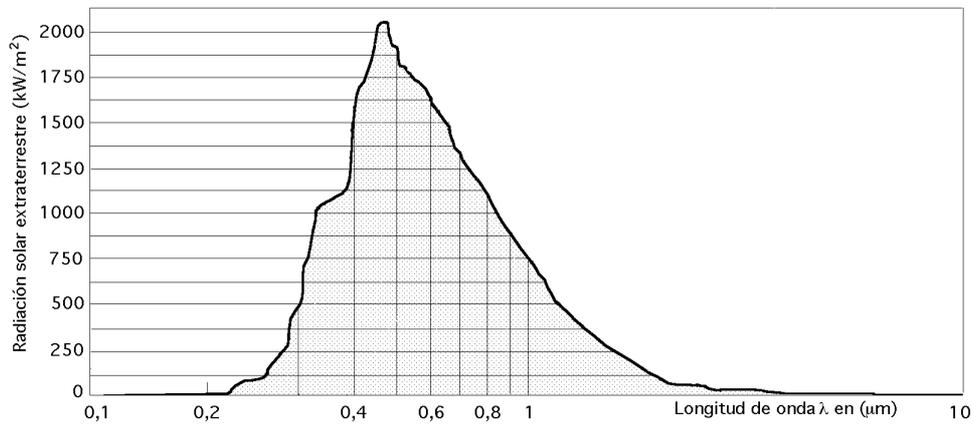
Con estos datos, un observador terrestre situado sobre un círculo en el cual el Sol ocupase el centro, vería a éste bajo un ángulo de 32 minutos.

La radiación emitida por el Sol y las relaciones espaciales con la Tierra, conducen al concepto de intensidad de radiación en el límite exterior de la atmósfera; su valor es prácticamente constante y se conoce como constante solar, definiéndose como la energía solar por unidad de tiempo recibida sobre una superficie perpendicular a la radiación, de área unidad. Esta radiación al atravesar la atmósfera, es parcialmente absorbida y difundida por ciertos componentes de la misma; en las últimas décadas, al disponer de satélites artificiales, se han podido realizar mediciones directas de la intensidad solar, libres de la influencia de la atmósfera terrestre, habiéndose dado un valor standard de la misma $I_{0(\text{ext})}$ propuesto por Thekaekara y Drummond en 1979, Fig I.3.

Resulta importante conocer la distribución espectral de la radiación solar, ya que la interacción de la misma con los distintos medios materiales va a ser función de la longitud de onda de la radiación incidente. En la Fig I.3 se puede observar el espectro de la radiación extraterrestre correspondiente a la distribución de energía que llegaría a la Tierra en ausencia de atmósfera.

La curva standard de la distribución espectral de la radiación extraterrestre, está basada en medidas hechas en el espacio exterior a gran altitud, en la que el promedio de energía para una anchura de banda de longitud de onda media λ y la energía integrada para longitudes de onda inferiores a λ vienen dadas en la Tabla I.1 (Thekaekara). En ella E_{λ} es el promedio de radiación solar comprendido sobre una pequeña banda del espectro centrada en la longitud de onda λ , $\text{W}/\text{cm}^2\mu\text{m}$, λ es el % de la constante solar asociada a longitudes de onda menores que λ .

Si a partir de estos valores se quiere calcular la fracción de la radiación solar extraterrestre y la magnitud de dicha radiación en el ultravioleta, $\lambda < 0,38 \mu\text{m}$, visible, $0,38 \mu\text{m} < \lambda < 0,78 \mu\text{m}$, e infrarrojo, $\lambda > 0,78 \mu\text{m}$, obtendremos los valores de E_{λ} correspondientes a las longitudes de onda de $0,38 \mu\text{m}$ y $0,78 \mu\text{m}$, a partir de los cuales podremos determinar la energía de la banda para $I_{0(\text{ext})} = 1,353 \text{ kW}/\text{m}^2$.



$$I_{0(\text{ext})} = 1,353 \text{ kW/m}^2 \text{ ó } 1164 \text{ Kcal/h.m}^2 ; \text{ en } \mu\text{m}$$

Fig I.3.- Curva standard de la radiación solar extraterrestre

Tabla I.1.- Radiación solar extraterrestre.- Cte Solar, $I_{0(\text{ext})} = 1,353 \text{ kW/m}^2$

0,115	0,007	0,0001	0,43	1639	12,47	0,9	891	63,37
0,14	0,03	0,0005	0,44	1810	13,73	1	748	69,49
0,16	0,23	0,0006	0,45	2006	15,14	1,2	485	78,4
0,18	1,25	0,0016	0,46	2066	16,65	1,4	337	84,33
0,2	10,7	0,0081	0,47	2033	18,17	1,6	245	88,61
0,22	57,5	0,05	0,48	2074	19,68	1,8	159	91,59
0,23	66,7	0,1	0,49	1950	21,15	2	103	93,49
0,24	68	0,14	0,5	1942	22,6	2,2	79	94,83
0,25	70,9	0,19	0,51	1882	24,01	2,4	62	95,86
0,26	130	0,27	0,52	1833	25,38	2,6	48	96,67
0,27	232	0,41	0,53	1842	26,74	2,8	39	97,31
0,28	222	0,56	0,54	1783	28,08	3	31	97,83
0,29	482	0,81	0,55	1725	29,38	3,2	22,6	98,22
0,3	514	1,21	0,56	1695	30,65	3,4	16,6	98,5
0,31	689	1,66	0,57	1712	31,91	3,6	13,5	98,72
0,32	830	2,22	0,58	1715	33,18	3,8	11,1	98,91
0,33	1059	2,93	0,59	1700	34,44	4	9,5	99,06
0,34	1074	3,72	0,6	1666	35,68	4,5	5,9	99,34
0,35	1093	4,52	0,62	1602	38,1	5	3,8	99,51
0,36	1068	5,32	0,64	1544	40,42	6	1,8	99,72
0,37	1181	6,15	0,66	1486	42,66	7	1	99,82
0,38	1120	7	0,68	1427	44,81	8	0,59	99,88
0,39	1098	7,82	0,7	1369	46,88	10	0,24	99,94
0,4	1429	8,73	0,72	1314	48,86	15	0,048	99,98
0,41	1751	9,92	0,75	1235	51,69	20	0,015	99,99
0,42	1747	11,22	0,8	1109	56,02	50	0,00039	100

E es el promedio de radiación solar, centrada en la longitud de onda λ , en $\text{W/cm}^2\mu\text{m}$
es el porcentaje de la constante solar asociada con longitudes de onda inferiores a λ . (Thekaekara, 1974)

Tabla I.2

Banda de longitud de onda (μm)	0 a 0,38	0,38 a 0,78	0,78 a
Fracción de la banda	0,07	0,4729	0,4571
Energía de la banda (W/m^2)	94,7	639,8	618,4

La radiación emitida desde el núcleo del Sol está localizada en la zona del espectro de rayos gamma y rayos X, aumentando la longitud de onda a medida que la temperatura desciende al ale-

jarnos del núcleo solar.

El estudio detallado de este espectro indica que el 7% de la energía, 95 W/m^2 , corresponde al intervalo de longitudes de onda inferiores a $0,038 \mu\text{m}$, el 47,3%, 640 W/m^2 , a longitudes de onda comprendidas entre $0,38$ y $0,78 \mu\text{m}$ y el 45,71% restante a longitudes de onda superiores a $0,78 \mu\text{m}$, a partir de los cuales podremos determinar la energía de la banda para $I_{0(\text{ext})} = 1,353 \text{ kW/m}^2$.

I.3.- INSTRUMENTACIÓN PARA LA OBSERVACIÓN DEL FLUJO SOLAR

Los aparatos utilizados en la medición de la radiación solar, se descomponen en tres tipos principales, según sea la medida a realizar; a continuación se describen algunos de ellos.

HELIOGRAFOS.- Los heliógrafos sirven para medir la duración de la luz solar, que se puede definir como el intervalo de tiempo durante el cual se ve el disco solar y determinan los períodos del día durante los cuales la intensidad de la radiación directa es superior a un cierto umbral, que está reconocido a nivel mundial y vale 120 W/m^2 .

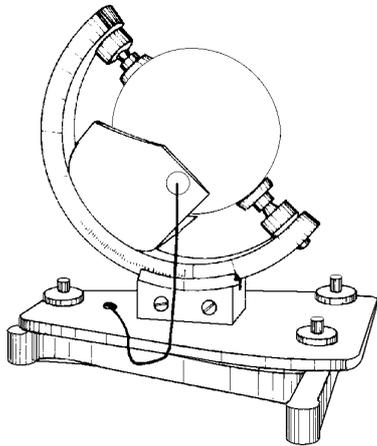


Fig I.4.- Heliógrafo de Campbell-Stokes

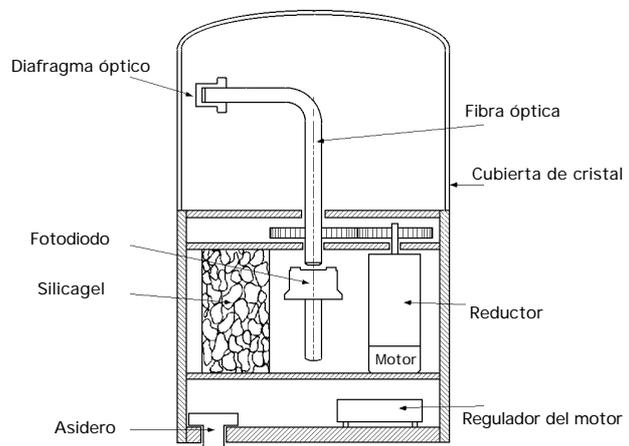


Fig I.5.- Heliógrafo de Denis-Jordan

El intervalo de tiempo transcurrido entre la salida y la puesta de Sol, define el máximo tiempo de radiación solar diaria posible, para un día concreto del año y para un lugar determinado.

Los heliógrafos no comienzan a registrar la radiación solar hasta que la radiación directa es superior a un cierto valor, variable de un tipo de aparato a otro. El registrador de referencia intermedio de luz solar (IRSR) tiene un mínimo de intensidad de 210 W/m^2 , equivalente a $1/5$ de la máxima posible; debido a las variaciones entre los instrumentos, este umbral puede oscilar entre 7 y $28 \mu\text{W/cm}^2$.

Entre los heliógrafos más utilizados podemos destacar los de Campbell-Stokes y Denis-Jordan.

En el Campbell-Stokes, Fig I.4, la radiación directa se concentra con ayuda de una lente esférica sobre un papel coloreado de textura definida; enseguida se produce una quemadura o una decoloración del papel indicando que la radiación directa es más o menos intensa, siendo la longitud de la misma proporcional a la duración de la radiación solar, efectuándose su examen bajo normas muy estrictas. El proceso es manual.

El heliógrafo de Denis-Jordan, Fig I.5, está constituido por una fibra óptica acodada 90° , accionada por un motor de corriente continua, girando a razón de una vuelta por cada $1/100$ de hora. La

extremidad de la fibra óptica recibe la radiación solar a través de un diafragma y una célula fotoeléctrica situada en el otro extremo de la fibra produce una señal cuya magnitud es proporcional a la intensidad de la radiación.

PIRHELIÓMETROS.- Los pirheliómetros sirven para medir la radiación solar directa. Tienen una abertura colimada y una cara de recepción que debe permanecer siempre normal a los rayos solares. El pirheliómetro recibe energía sólo del disco solar y de un estrecho anillo de cielo contiguo, a través de un tubo largo; este aparato está dotado de un dispositivo automático de seguimiento del Sol. El error provocado por una abertura excesiva, aumenta en proporción a la cantidad de radiación del cielo admitida.

El pirheliómetro de disco de plata de Abbot, Fig I.6, permite deducir la intensidad de la radiación

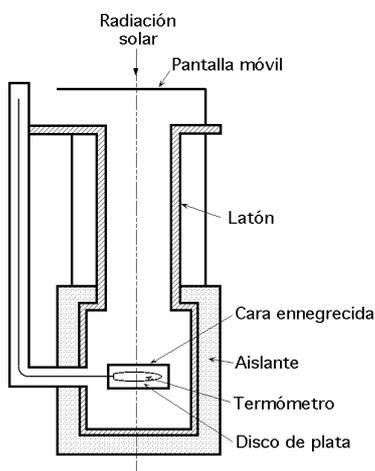


Fig I.6.- Pirheliómetro de disco de plata de Abbot

directa a partir de lecturas termométricas sucesivas, abriendo y cerrando alternativamente la entrada del aparato, estando sometido a unas normas muy estrictas, ya que el tiempo de exposición tiene que ser muy preciso.

Consiste en un disco de plata ennegrecida por una de sus caras, con un agujero ciego en el que se inserta un termómetro aislado por un manguito de madera. El disco está situado en el fondo de un tubo de latón que se puede obturar con ayuda de una pantalla móvil situada en el otro extremo; de esta forma se puede exponer el disco durante un tiempo determinado a la radiación solar, actuando el aislante como elemento refrigerante. El ángulo de abertura es de $5,7^\circ$.

El pirheliómetro de disco de plata de Abbot, Fig I.6, permite deducir la intensidad de la radiación directa a partir de lecturas termométricas sucesivas, abriendo y cerrando alternativamente la entrada del aparato, estando sometido a unas normas muy estrictas, ya que el tiempo de exposición tiene que ser muy preciso.

PIRANÓMETROS.- Los piranómetros sirven para medir la radiación global, directa y difusa, que se recibe en todas direcciones, por lo que el instrumento tiene que descansar sobre una base horizontal. La banda de frecuencias medida por el piranómetro está comprendida entre $0,3 \mu\text{m}$ y $3 \mu\text{m}$; si está protegido de la radiación directa por un anillo protector desvanecedor, entonces mide sólo la radiación difusa.

Los piranómetros más usuales se basan en la detección de la diferencia de temperaturas entre una superficie negra y una superficie blanca mediante termopilas o células fotoeléctricas, que deben estar protegidas del viento y compensadas para cambios de temperatura ambientales, mediante una doble semiesfera de vidrio, para suprimir los fenómenos de convección. Mediante un nivel se consigue la horizontalidad del aparato.

El piranómetro de Kipp y Zonen, Fig I.7, está constituido por una termopila contenida en una caja metálica cerrada en su parte superior por dos hemisferas de cristal de 3 a 5 cm de diámetro y 2 mm de espesor.

La caja está fijada sobre un zócalo metálico y la pila está protegida de la radiación difundida por el suelo por una gran corona blanca horizontal circular que actúa también como pantalla térmica.

La termopila está formada por una serie de 14 termopares, láminas planas de 10 mm de longitud, 1 de anchura y $5 \mu\text{m}$ de espesor, dispuestas en un plano horizontal, en el que las extremidades están soldadas a unas barras de cobre verticales solidarias a una placa de latón maciza.

El conjunto está protegido por un barniz negro mate especial que absorbe la radiación.

El calor emitido al nivel de la superficie negra es evacuado en parte por conducción y el resto por radiación y convección.

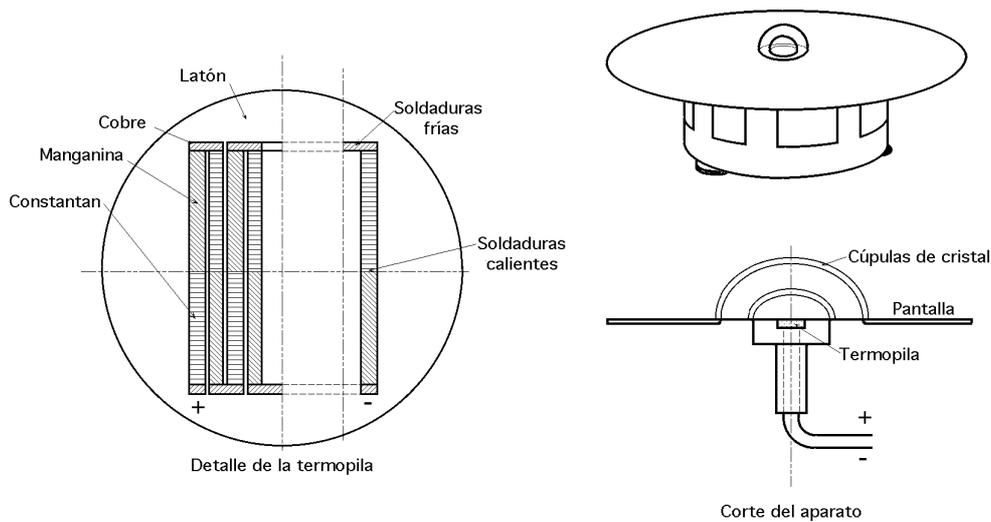


Fig 1.7.- Piranómetro de Kipp

El flujo térmico por conducción se transmite a la masa de la termopila que es buena conductora; por el contrario, las láminas son débilmente conductoras, por lo que aparece una diferencia de temperatura del orden de 20°C entre la línea mediana y las extremas y, por consiguiente, una diferencia de potencial del orden de 500 $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$. El aparato se calibra comparándole con otro ya calibrado que indica el valor I_{dir} de la radiación directa.

El piranómetro facilita el valor de la radiación global $I_{\text{T(h)}}$.

La radiación global que incide sobre una superficie horizontal es:

$$I_{\text{T(h)}} = I_{\text{dif(h)}} + I_{0(\text{h})} \cos s$$

La radiación directa se elimina poniendo el aparato a la sombra, con ayuda de una pantalla, para que la superficie sensible del piranómetro capte sólo la radiación difusa.

ALBEDÓMETRO.- Para medir la radiación difusa, o radiación del cielo, se adapta al piranómetro una pantalla destinada a ocultar la radiación solar directa sin esconder, sin embargo, una parte importante del cielo. Se puede utilizar un disco móvil dotado de un movimiento ecuatorial, en el que la sombra se proyecta permanentemente sobre la superficie sensible del piranómetro, o también se puede adaptar una banda parasol que se desplaza manualmente a lo largo del año. Se necesita una corrección para tener en cuenta la radiación difusa interceptada, Fig I.8.

PIRRADIÓMETRO DIFERENCIAL O BILANMETRO.- Estos aparatos, muy delicados, miden la diferencia entre las radiaciones dirigidas hacia el suelo y hacia el espacio y permiten establecer dos balances radiativos. Poseen una doble superficie sensible, una vuelta hacia arriba y la otra hacia abajo. Están destinados a medir radiaciones de longitud de onda comprendidas entre 0,3 μm y 100 μm , mediante detectores térmicos (termopilas de doble cara) protegidos por una cúpula de polietileno especial, transparente hasta 15 μm y barridos por una corriente de nitrógeno para evitar las

condensaciones que falsearían las medidas a causa de la absorción de radiación infrarroja por el agua, Fig I.9.

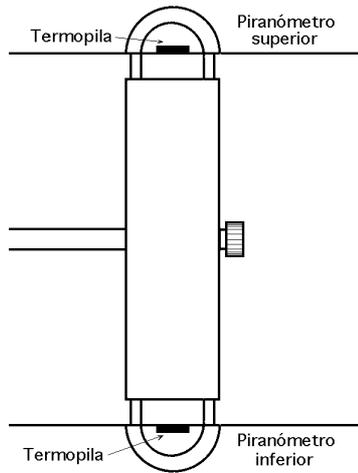


Fig I.8.- Albedómetro

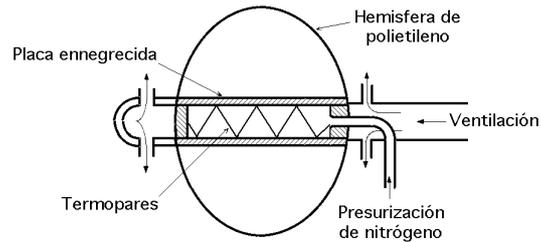


Fig I.9.- Bilanmetro ventilado de Gier y Dunkle

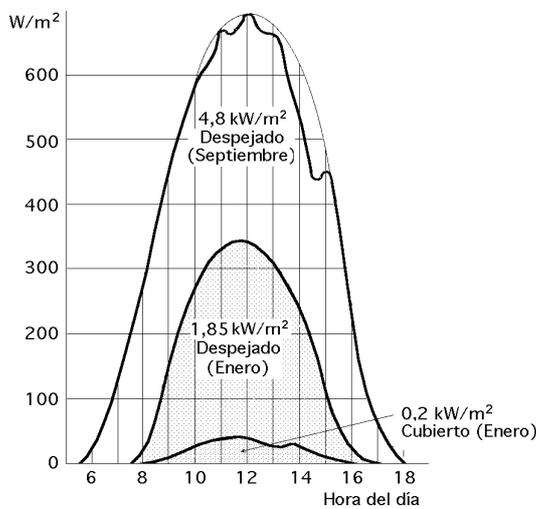


Fig I.10.- Medidas piranométricas

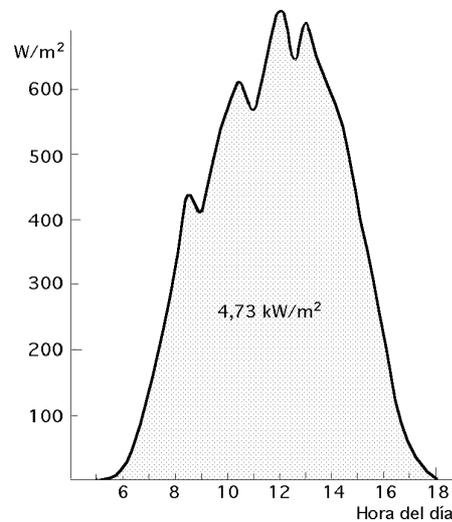


Fig I.11.- Medidas piranométricas en un día soleado en septiembre, con pasos de nubes

I.4.- CONCEPTO DE MASA ATMOSFÉRICA

La radiación procedente del Sol que llega a la superficie terrestre tiene que atravesar la capa atmosférica que envuelve la Tierra, cuyo espesor aproximado es de unos 9 Km en condiciones normales, contados desde el nivel del mar hasta el nivel más alto de la vertical de la misma. Dicha radiación es difundida y absorbida, cuando no reflejada, por las moléculas gaseosas en suspensión dentro de la atmósfera, tanto más, cuanto mayor sea el número de partículas en suspensión.

No obstante hay una cierta cantidad de radiación solar que no ha encontrado obstáculo y ésta es la *radiación directa* que llega del Sol, es decir, la radiación solar recibida desde el Sol sin cambio de dirección. La *radiación difusa* se define como la radiación solar recibida desde el Sol después de que la reflexión y la difusión por la atmósfera hayan modificado su dirección. El camino óptico recorrido por la radiación solar es diferente según sea la altura cenital del Sol y ello conduce a la introducción del concepto de masa de aire m , o *masa atmosférica* atravesada por la radiación.

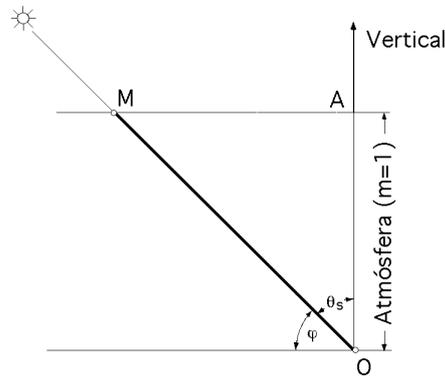


Fig I.12.- Masa de aire atmosférico

Se considera el paso vertical a través de la atmósfera a nivel del mar como $m=1$, es decir, Sol en la vertical del lugar y como la presión media a nivel del mar es de 760 mm de mercurio, el valor de la masa de aire atmosférico vale, siendo p la presión atmosférica del lugar:

$$m = OA = \frac{p}{760}$$

Si la presión p del medio es diferente de 760 mm de mercurio se multiplica la masa atmosférica por $\frac{p}{760}$; para una dirección de la radiación solar directa que forme un ángulo con la horizontal, el camino (OM) recorrido por la misma en función de la presión atmosférica p es:

$$OM = \frac{OA}{\text{sen}} = \frac{p}{760 \text{ sen}}$$

Tabla I.3.- Determinación de la masa atmosférica en función de la altura aparente del Sol, para una presión de 760 mm de Hg

Ángulo	Masa atmosférica $m = \frac{1}{\text{sen}}$	Masa verdadera
90	1	1
80	1,02	1,015
70	1,06	1,064
60	1,16	1,154
50	1,31	1,304
40	1,56	1,553
30	2	1,995
20	2,92	2,904
15	3,86	3,816
12	4,81	4,716
10	5,76	5,6
6	9,57	8,9

En la Tabla I.3 se muestra el valor del camino recorrido obtenido a partir de la fórmula y el camino real, en donde se han tenido en cuenta la curvatura de la Tierra y la refracción de los rayos solares al atravesar la atmósfera.

I.5.- ATENUACIÓN DE LA RADIACIÓN DIRECTA

La radiación incidente normal recibida del Sol, sobre la superficie terrestre, está sujeta a variaciones debidas fundamentalmente a:

a) Variaciones de la distancia Tierra-Sol.

b) Variaciones de la difusión, debidas a las moléculas de aire, vapor de agua y polvo.

c) Variaciones en la absorción atmosférica por el O₃, H₂O y el CO₂

La radiación solar normal incidente en la atmósfera terrestre tiene la distribución espectral indicada en la Fig I.13.

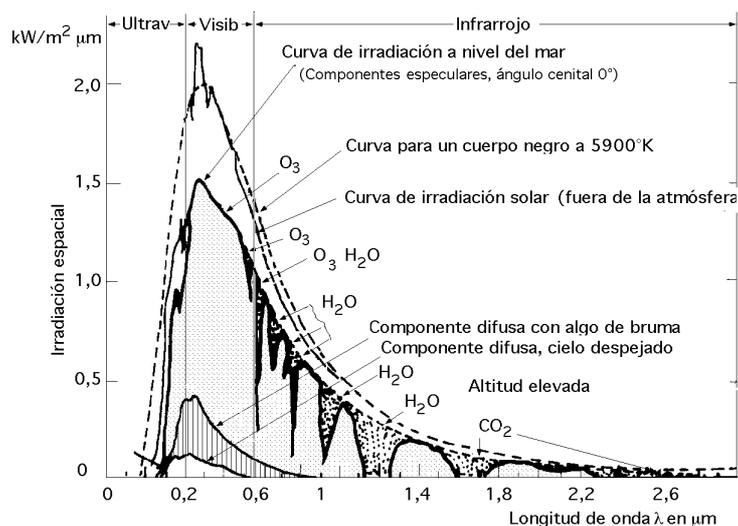


Fig I.13.- Distribución espectral de la radiación solar

Los rayos X y otras radiaciones de onda corta del espectro solar, son absorbidos en gran proporción en la ionosfera por el N₂, O₂ y otros componentes atmosféricos. La mayor parte del ultravioleta queda absorbido por el O₃.

Para longitudes de onda superiores a 2,5 μm se produce la radiación terrestre y una fuerte absorción por el CO₂ y el H₂O de la atmósfera, por lo que al suelo llega muy poca energía.

En consecuencia, y desde el punto de vista de las aplicaciones terrestres de la energía solar, solamente interesan las radiaciones comprendidas en las longitudes de onda de 0,29 μm hasta 2,5 μm, que son las que a su paso a través de la atmósfera van a sufrir las variaciones debidas a la difusión y a la absorción.

DIFUSIÓN.- Las moléculas de aire son muy pequeñas, en comparación con las longitudes de onda de la radiación más significativas en el espectro de la energía solar. La difusión de ésta radiación por las moléculas del aire se puede estudiar por la teoría de Rayleigh, según la cual, el coeficiente de difusión varía aproximadamente como la inversa de la cuarta potencia de la longitud de onda de la radiación λ^{-4} ; ésto se ha verificado experimentalmente y a partir de los datos obtenidos se ha propuesto como factor de transmisión monocromática asociado a la difusión atmosférica, el dado por la expresión:

$$F_{\text{(moléculas aire)}} = 10^{-0,00389 \lambda^{-4}}$$

en la que λ viene dada en micras, $m = 1$, y la presión atmosférica es de 760 mm de mercurio.

La difusión por partículas de polvo, que por supuesto tienen un tamaño mucho mayor que las

moléculas que componen el aire y que además varían de tamaño y concentración según el lugar, la altura y el momento, es mucho más difícil de determinar. Moon desarrolló un factor de transmisión similar al utilizado para las moléculas de aire, de la forma:

$$F_{(\text{polvo})} = 10^{-0,0353 \cdot m - 0,75}$$

en la que $m = 1$, siendo el término medio de la concentración de partículas de polvo de 800 por cm^3 a nivel del suelo.

La difusión debida al vapor de agua contenido en la atmósfera, con el Sol en su cenit y con una presión de saturación (presión parcial promediada del vapor de agua en la atmósfera) de 26 mbars, se representa en la forma:

$$F_{(\text{vapor de agua})} = 10^{-0,0075 \cdot m^2}$$

por lo que el efecto total de la difusión sobre la radiación se puede expresar aproximadamente por:

$$F_{\text{total}} = \left\{ F_{(\text{moléculas aire})} \frac{p}{760} F_{(\text{polvo})} \frac{r}{800} F_{(\text{vapor de agua})} \frac{w}{26} \right\}^m$$

siendo:

F_{total} es la transmitancia atmosférica monocromática para la radiación directa

p es la presión total de la atmósfera en mm de mercurio

r es la concentración de partículas de polvo, a nivel del suelo, (partículas por cm^3)

w es la cantidad de agua precipitable en la atmósfera, por encima del lugar de observación, en mm de Hg

m es la masa de aire

La difusión molecular, en la práctica, sólo es función de la presión atmosférica a nivel del suelo y de la posición del Sol, valores que se pueden medir y calcular, midiéndose el coeficiente de turbidez con un pirheliómetro.

ABSORCIÓN.- La absorción de la radiación solar a su paso por la atmósfera terrestre es debida fundamentalmente al ozono en el ultravioleta, $< 0,3 \mu\text{m}$, y un poco para, $0,5 < \lambda < 0,6 \mu\text{m}$, y al vapor de agua confinado en las capas bajas de la atmósfera en la banda del infrarrojo, $> 0,7 \mu\text{m}$; más allá de $2,3 \mu\text{m}$ la transmisión a través de la atmósfera es muy baja, debido a la absorción por el H_2O y CO_2 , por lo que en el espectro de energía solar extraterrestre, la energía es inferior al 5% de la total del espectro solar, siendo pequeña la energía recibida a nivel del suelo.

Las transmitancias por absorción se deben combinar de la misma manera que por difusión y la transmitancia monocromática resultante para la radiación directa se puede escribir como:

$$F = F_{(s)} F_{(abs)} = F_{(s)} F_{(abs. \text{ ozono})} F_{(abs. \text{ vapor de agua})}$$

haciendo notar que, por lo menos, uno de los factores de absorción, bien el del ozono o el del vapor de agua, es la unidad, puesto que las bandas de absorción correspondientes al O_3 y H_2O no solapan entre sí.

Un modelo presentado por Unsworth y Monteith que se ha examinado y comprobado en diferentes lugares de Inglaterra y del Sudán, contempla un *coeficiente de turbidez* mediante el cual se pueden relacionar la irradiancia solar normal directa I_{s0} con la irradiancia normal directa en el aire limpio I_0 (o flujo solar entrante en la atmósfera), mediante la ecuación:

$$I_{s0} = I_0 e^{-m}$$

siendo I_0 la irradiancia normal de la radiación solar para una atmósfera limpia que contiene CO_2 , O_3 y H_2O , como elementos que absorben y emiten radiación.

La relación $\frac{I_{s0}}{I_0}$ representa la fracción de la potencia transmitida.

La fracción extinguida s que es absorbida por la atmósfera es, $s = \frac{I_0 - I_{s0}}{I_0}$

I.6.- CARACTERISTICAS DE LA RADIACIÓN DIRECTA

MOVIMIENTO DE LA TIERRA.- El movimiento de la Tierra alrededor del Sol se llama traslación y lo hace describiendo una órbita elíptica de muy poca excentricidad llamada Eclíptica, estando el Sol situado en uno de sus focos. La duración del recorrido es de 365 días, 5 horas y 48 minutos a una velocidad de 108.000 Km/hora, aproximadamente. Esta órbita está inclinada con respecto al plano del Ecuador un ángulo de $23^{\circ}45'$ y ello hace que sobre un punto determinado de la Tierra los rayos del Sol caigan unas veces más perpendicularmente que en otros y, por lo tanto, que la radiación incidente I_0 sobre la misma sea diferente, Fig I.14.

Por otra parte, la Tierra tiene un movimiento de rotación alrededor de su eje en el que emplea 24 horas. Ahora bien, debido a la inclinación del eje de rotación y del movimiento orbital de la Tierra, la duración del día y de la noche varían según la latitud del lugar. Así, en el Ecuador terrestre el día y la noche son iguales, es decir, de doce horas, pero esa igualdad se va perdiendo a medida que se pasa del Ecuador hacia los Polos, ya que progresivamente van apareciendo los inviernos de noches más largas en contraposición con los veranos de noches más cortas, incluso hasta en las regiones polares en donde duran medio año.

DEFINICIÓN DE PARÁMETROS.- Para calcular la radiación solar incidente sobre una superficie que tiene una determinada inclinación y orientación, es necesario definir algunos términos, cuya representación se ha hecho en las Figuras I.14, 13, 14 y 15.

-El ángulo cenital solar θ_s , es el ángulo que forma la radiación directa del Sol y la vertical del lugar, en un punto cualquiera de la Tierra. Este ángulo varía continuamente a lo largo del día y depende también de la latitud del lugar y de la declinación.

-El ángulo acimutal del Sol ϕ_s , es el ángulo que forma la componente horizontal de la radiación solar directa, con la dirección Norte-Sur, en el hemisferio norte. Se mide sobre el plano horizontal que pase por el lugar.

-La declinación δ , que es la posición angular del Sol al mediodía solar, respecto al plano del Ecuador terrestre; el valor de este ángulo se suele tomar cada día al mediodía solar. Esto es debido a que el eje de rota-

ción de la Tierra está inclinado un ángulo de $23^{\circ}45'$ respecto al eje del plano que contiene la órbita que describe alrededor del Sol y de ahí que el valor de la declinación varíe entre $\pm 23^{\circ}45'$ a lo largo del año. La declinación al Norte del Ecuador se considera positiva.

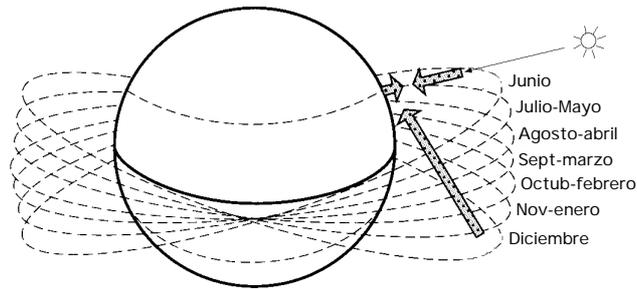


Fig I.14.- Posiciones del Sol a lo largo del año

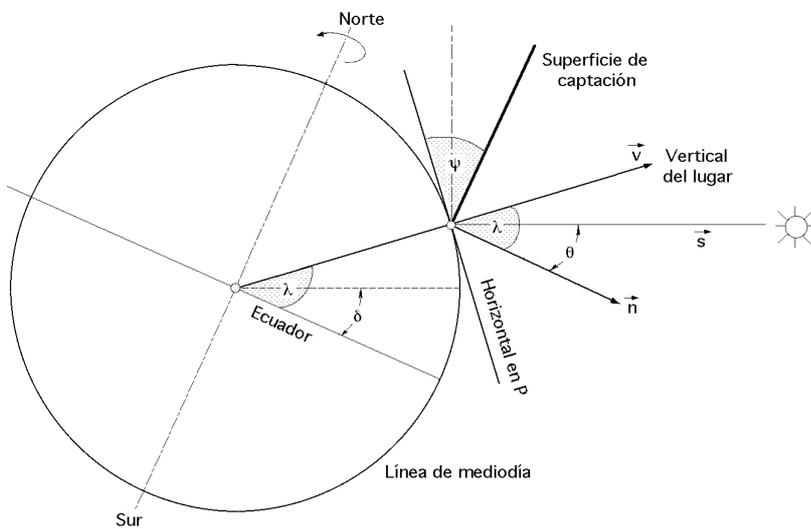


Fig I.15.- Situación espacial de diversos ángulos

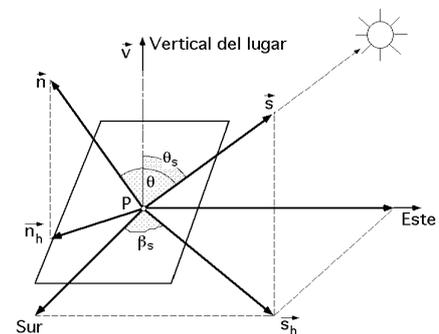


Fig I.16

-El ángulo horario es el desplazamiento angular del Sol, respecto al mediodía, que es el instante en que el Sol se encuentra más alto en el cielo y se corresponde con un ángulo cenital solar mínimo, es decir, con un ángulo horario igual a 0. Cada hora es igual a 15° de longitud, tomando un valor (+) por las mañanas y (-) por las tardes.

- La latitud de un lugar cualquiera sobre la superficie de la Tierra, es su desplazamiento angular por encima o por debajo del Ecuador, medido desde el centro de la Tierra. Se considera positiva al N del Ecuador.

-La longitud del lugar L es el ángulo que forma el semiplano que pasa por los polos en un lugar de la superficie de la Tierra y el semiplano que pasa por Greenwich. Este semiplano es un cero arbitrario y la línea que corta sobre la superficie terrestre se denomina meridiano de Greenwich. La longitud y la latitud son coordenadas que localizan un punto cualquiera sobre la superficie de la Tierra.

-Otro ángulo que se debe tener en cuenta es el que forma el terreno,(o la superficie que se considere), con la horizontal del lugar y que llamaremos ψ ; éste es el ángulo cenital de la superficie y, por lo tanto, el ángulo que forma la normal a la superficie con la vertical del lugar.

La altura solar o ángulo de elevación del Sol por encima del horizonte es importante por dos

razones. En primer lugar, a mayores alturas solares, la radiación recorre una distancia más corta al atravesar la atmósfera, mientras que para alturas solares más bajas, la radiación procedente del Sol es forzada a recorrer una masa de aire mucho mayor, $m > 1$. Los efectos atenuantes de la masa de aire implicados reducen la radiación solar y las mayores alturas solares proporcionan más horas de luz, lo que permite mejores insolaciones.

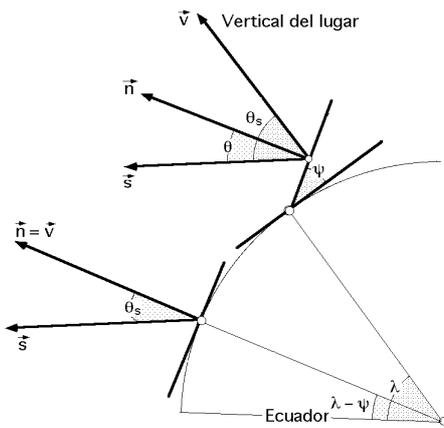


Fig I.17

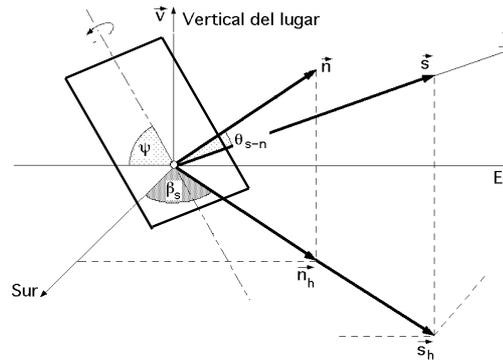


Fig I.18

RELACIONES TRIGONOMÉTRICAS.- Las relaciones trigonométricas existentes entre la posición de un plano orientado en cualquier forma y en cualquier momento, respecto a la dirección de la componente directa de la radiación solar incidente, se puede expresar mediante la expresión (Benford y Book) de la forma:

$$\cos \theta_s = \sin \psi \cos \theta_s - \sin \psi \cos \theta_s + \cos \psi \cos \theta_s \cos \theta_s + \cos \psi \sin \theta_s \cos \theta_s + \cos \psi \sin \theta_s \sin \theta_s$$

en la que ψ es el ángulo que forma el terreno con la horizontal del lugar.

Cuando el plano del terreno coincide con el horizontal, $\psi = 0$, por lo que el *ángulo cenital de la radiación solar directa* $\theta_s = \theta_s$, Fig I.17, es:

$$\cos \theta_s = \sin \theta_s \cos \theta_s + \cos \theta_s \cos \theta_s$$

que define el ángulo cenital solar en función de la latitud del lugar θ_s , del día del año definido por su declinación media θ_s y la hora del día definida por el ángulo horario θ_s .

El *ángulo acimutal solar* viene dado por la expresión:

$$\cotg \theta_s = \frac{\tg \theta_s \cos \theta_s - \sin \theta_s \cos \theta_s}{\sin \theta_s}$$

Mediante la ecuación del ángulo cenital solar se puede determinar *el ángulo horario* θ_s de salida o puesta del Sol, haciendo $\theta_s = 90^\circ$:

$$\cos \delta_s = - \frac{\sin \phi \sin \delta}{\cos \phi \cos \delta} = - \tan \phi \tan \delta$$

Para la *declinación* tomaremos el valor medio diario, al mediodía, dado por la ecuación:

$$\delta_s = 23,45 \sin \left(360 \frac{284 + Z}{365} \right)$$

en la que Z es el día del año considerado, contado a partir del 1 de Enero.

FLUJO ENERGÉTICO SOLAR SOBRE LA SUPERFICIE TERRESTRE.- La cantidad de energía solar dq por unidad de superficie, recibida en el punto P de la superficie terrestre, durante el tiempo dt, viene dada por:

$$dq = I_0 \cos \delta_s dt$$

siendo I_0 la intensidad efectiva de la componente directa de la radiación solar medida en el punto P, y es una energía por unidad de superficie y de tiempo.

Si se define la velocidad aparente del Sol, como la velocidad angular de la Tierra respecto al Sol, en la forma:

$$v_s = \frac{d}{dt}$$

que sabemos es de 15° por hora, el valor de dq queda es:

$$dq = \frac{I_0 (\sin \phi \sin \delta_s + \cos \phi \cos \delta_s \cos \alpha_s) d}{v_s}$$

Para obtener la energía q recibida por unidad de superficie en el curso del día, se integrará la anterior considerando valores medios de I_0 y de α_s , entre los valores $\pm \delta_s$, obteniéndose:

$$q = \frac{2 I_0 (\delta_s \sin \phi \sin \delta_s + \cos \phi \cos \delta_s \sin \alpha_s)}{v_s} = \frac{2 I_0 \sin \phi \sin \delta_s (\delta_s - \tan \phi \tan \delta_s)}{v_s}$$

en función del ángulo de salida y puesta del Sol α_s .

1.7.- CALCULO DE VALORES MEDIOS DE RADIACIÓN SOLAR

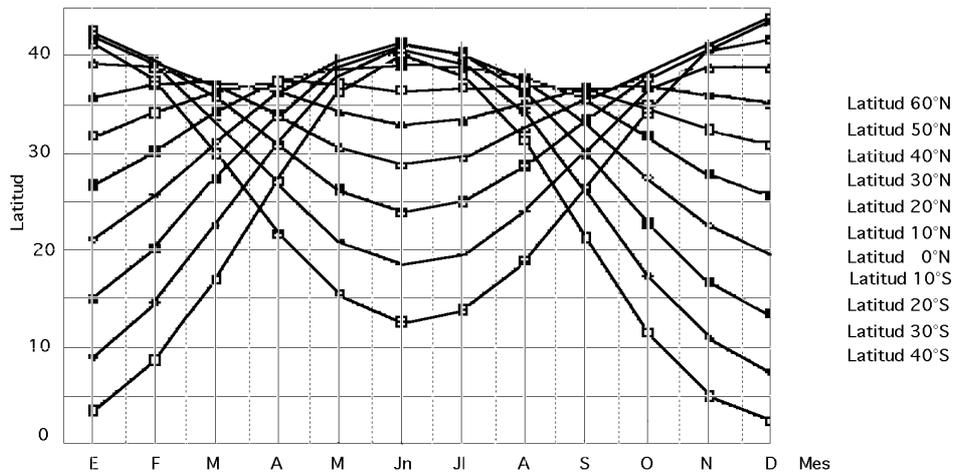
Además de los datos de radiación solar, hay otras medidas meteorológicas que se relacionan con la misma y que en ausencia de datos sobre radiación se pueden usar para su determinación.

Entre éstos destacan, por ejemplo, los datos sobre horas de radiación solar que se pueden conseguir en la mayoría de las estaciones meteorológicas, así como los datos sobre nubosidad que son también fácilmente disponibles.

Los datos sobre radiación constituyen la mejor fuente de información; sin embargo, a falta de éstos se pueden utilizar algunas relaciones empíricas que permiten calcular la radiación solar a partir del número de horas de Sol, o porcentajes de posibles horas de Sol o de nubosidad.

Otra alternativa consiste en realizar los cálculos para una localidad determinada, utilizando datos de otras localidades de similar latitud, topografía y clima.

Existen tablas en las que se puede observar el promedio de horas de radiación solar hecho durante diez años en algunas capitales españolas, Tabla I.12.



Una ecuación que relaciona el promedio de radiación con las radiaciones de un día claro, correspondientes a la localidad en cuestión y una fracción media de las posibles horas de radiación solar, es:

$$I_{\text{promedio}}(h) = I_{0(h)} \left(a + b \frac{n_{\text{mensual}}}{N_{\text{diario}}} \right)$$

en la que:

- $I_{\text{promedio}}(h)$ es el promedio de radiación horizontal para un determinado período (1 mes, 1 día, etc).
- $I_{0(h)}$ es la radiación con cielo despejado para el mismo período
- n es el promedio de horas diarias de Sol brillante para el mismo período

$\frac{n}{N_{\text{diario}}}$, se conoce como el porcentaje posible de Sol brillante

- N_{diario} es el máximo de horas diarias de Sol brillante, para el mismo periodo, entre la salida y puesta del Sol. Se puede calcular mediante las siguientes ecuaciones:

$$N_{\text{diario}} = \frac{2}{15} \arccos(-\tan \phi \tan \delta)$$

$$N_{\text{diario}} = 12 + \frac{360}{365} z$$

en la que z es el día del año contado a partir del 21 de marzo y ϕ un coeficiente que se mide con un heliógrafo Campbell-Stokes y depende de la latitud ; sus valores se recogen en la Tabla I.4.

Tabla I.4.- Valores de ϕ según la latitud

	55	52	50	48	46	44	42	40
	5,1	4,5	4,1	3,8	3,6	3,3	3,1	2,8

Para una región de $\phi = 46^\circ\text{N}$ resulta $n = 3,6$ por lo que la duración del día el 22 de junio es de 15,6 horas (máximo) y el 22 de diciembre de 8,4 horas (mínimo).

Los diversos valores de los parámetros a y b han sido obtenidos estadísticamente por un cierto número de estaciones meteorológicas situadas en distintas partes del mundo, en las que se resumen diversos tipos de clasificaciones climáticas y de vegetación.

CLASIFICACIÓN CLIMÁTICA BASADA EN EL MAPA DE CLIMA DE TREWARTHA (1954, 1961)

TIPOS DE CLIMA	
Af	Clima de bosque tropical, constantemente húmedo, lluvia en todas las épocas del año
Am	Clima de bosque tropical, lluvia monzónica; temporada seca corta, pero con un total de lluvia suficiente para mantener un bosque de tipo de lluvia
Aw	Clima de bosque tropical, temporada seca en invierno
BS	Estepa o clima semi-árido
BW	Clima árido o de desierto
Cf	Clima de bosque mesotérmico; constantemente húmedo; lluvia en todas las épocas del año
Cs	Clima de bosque mesotérmico; temporada seca en invierno

CLASIFICACIÓN DE LA VEGETACIÓN BASADA EN EL MAPA DE KÜCHLER

TIPOS DE VEGETACIÓN	
B	Arboles perennes de hoja ancha
Bzi	Arboles perennes de hoja ancha, tipo arbusto, altura mínima 1 metro, creciendo solos o en grupos diseminados
D	Arboles de hoja caduca ancha
Dsi	Arboles de hoja caduca ancha tipo arbusto, altura mínima 1 metro; las plantas con suficiente separación para que en su mayor parte no se toquen
Dsp	Arboles de hoja ancha caduca, tipo arbusto, altura mínima 1 metro creciendo solos o en grupos esparcidos
E	Arboles perennes de hoja tipo aguja
G	Hierba y otras plantas herbáceas
GD	Hierba y otras plantas herbáceas; árboles de hoja ancha caduca
GDsp	Hierba y otras plantas herbáceas; árboles de hoja ancha caduca, tipo arbusto, altura mínima 1 metro, creciendo solos o en grupos esparcidos
M	Mezclado; árboles de hoja ancha caduca y árboles perennes de hoja tipo aguja
S	Arboles semicaducos; de hoja perenne ancha y caduca

Los valores promedios de la radiación están también tabulados, como se indica en la Tabla I.6 para algunas regiones, en función de su latitud ϕ y de su altura sobre el nivel del mar.

El valor promediado $I_{0(\text{diario})}$ para un día cualquiera del año, se puede hallar analíticamente a partir de la ecuación:

$$I_{0(\text{diario})} = \frac{24}{365} I_{\text{extrat}} \left(1 + 0,033 \cos \frac{360 Z}{365} \right) \left(\cos \phi \cos \delta + \frac{2}{360} \sin \phi \sin \delta \right)$$

siendo I_{extrat} la constante solar extraterrestre.

Se han establecido algunos modelos estadísticos que permiten determinar diversos valores de I_0 definidos por las siguientes ecuaciones:

$$I_{0(\text{media})} = 1230 e^{\frac{-1}{3,8 \cos(\phi - 1,6)}}, \text{ en condiciones normales}$$

$$I_{0(\text{máxima})} = 1220 e^{\frac{-1}{6 \cos(s-1)}}, \text{ con el cielo muy puro}$$

$$I_{0(\text{mínimo})} = 1260 e^{\frac{-1}{2,3 \cos(s-3)}}, \text{ en zona industrial}$$

$$I_{0(\text{media})} = 1230 e^{\frac{-1}{3,8 \cos(30-1,6)}} = 912 \frac{W}{m^2}$$

Para, $s = 30^\circ$, resulta, $I_{0(\text{máxima})} = 1220 e^{\frac{-1}{6 \cos(30-1)}} = 1006 \frac{W}{m^2}$

$$I_{0(\text{mínimo})} = 1260 e^{\frac{-1}{2,3 \cos(30-3)}} = 773 \frac{W}{m^2}$$

observándose que la variación puede ser considerable.

Tabla I.5.- Constantes climáticas y horas de Sol posibles en %
Las constantes climáticas a y b dependen de la localidad

Localidad	Clima*	Vegetación**	Horas de Sol posibles		a	b
			Margen	Promedio		
Albuquerque, New México	BS-BW	E	68-85	78	0,41	0,37
Atlanta, (USA).	Cf	M	45-71	59	0,38	0,26
Blue Hill, Mass.	Df	D	42-60	52	0,22	0,5
Brownsville, Tex.	BS	GDsp	47-80	62	0,35	0,31
Buenos Aires, Argentina	Cf	G	47-68	59	0,26	0,5
Charleston, S.C.	Cf	E	60-75	67	0,48	0,09
Darien, Manchuria	Dw	D	55-81	67	0,36	0,23
El Paso, Texas	BW	Dsi	78-88	84	0,54	0,2
Ely, Nevada	BW	Bzi	61-89	77	0,54	0,18
Hamburgo, Alemania	Cf	D	11-49	36	0,22	0,57
Honolulu, Hawai	Af	G	57-77	65	0,14	0,73
Madison, Wisconsin	Df	M	40-72	58	0,3	0,34
Malange, Angola	Aw Bs	GD	41-84	58	0,34	0,34
Miami, Florida	Aw	E-GD	56-71	65	0,42	0,22
Niza, Francia	Cs	SE	49-76	61	0,17	0,63
Poona, India	Am	S	25-49	37	0,3	0,51
Poona, India (Monzón Seco)	65-89	81	41	34		
Stanleyville Congo	Af	B	34-56	48	0,28	0,39
Tamanrasset, Argelia	BW	Dsp	76-88	82	0,3	0,43

Tabla I.6.- Algunos promedios mensuales de horas de Sol por día

Estación	Latitud	Alt. (m)	Anual	Enero	Febrer	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Sept.	Oct.	Nov.	Dic.
Hong Kong	22°N	1	5,3	4,7	3,5	3,1	3,8	5	5,3	6,7	6,4	6,6	6,8	6,4	5,6
Paris	48°N	50	5,1	2,1	2,8	4,9	7,4	7,1	7,6	8	6,8	5,6	4,5	2,3	1,6
Bombay	19°N	1	7,4	9	9,3	9	9,1	9,3	5	3,1	2,5	5,4	7,7	9,7	9,6
Sokoto (Nigeria)	13°N	107	8,8	9,9	9,6	8,8	8,9	8,4	9,5	7	6	7,9	9,6	10	9,8
Perth (Australia)	32°S	20	7,8	10,4	9,8	8,8	7,5	5,7	4,8	5,4	6	7,2	8,1	9,6	10,4
Madison	43°N	63	7,3	4,5	5,7	6,9	7,5	9,1	10,1	9,8	10	8,6	7,2	4,2	3,9

I.8.- RADIACIÓN SOLAR SOBRE SUPERFICIES INCLINADAS.

Para poder diseñar instalaciones de aprovechamiento solar, conviene convertir datos de radiación sobre una superficie horizontal, en datos de radiación sobre una superficie inclinada. Esto se puede llevar a cabo, tanto para la componente directa de la radiación, como para la difusa.

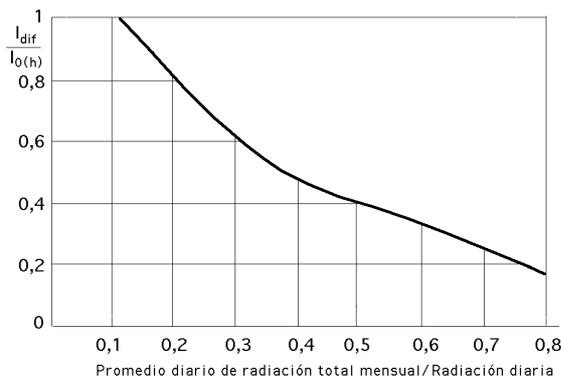


Fig I.20.- Promedios mensuales de radiación difusa diaria y diaria total, como una función del índice promedio mensual de nubosidad (Liu y Jordan 1960)

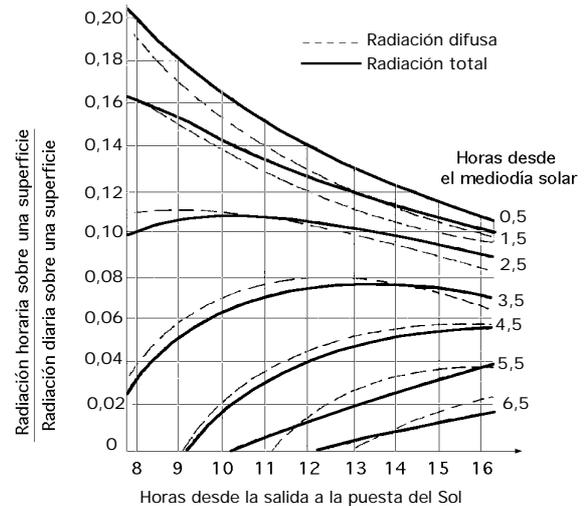


Fig. I.21.- Relación entre la radiación horaria y la diaria, ambas sobre una superficie horizontal

Si se supone que el Sol brilla uniformemente, de manera que tengamos una distribución igual durante el día y si adoptamos una curva standard de radiación para la irradiancia directa, que nos relacione la irradiancia normal directa con la altura cenital solar, se puede estimar, mediante cálculos trigonométricos y posterior integración numérica, la relación existente entre la radiación directa mensual sobre cualquier superficie plana inclinada y la correspondiente radiación directa media mensual sobre un plano horizontal.

En la Fig I.20 se ha hecho una representación, con datos de cuatro localidades, de la relación entre los promedios mensuales de radiación difusa diaria y radiación total diaria, como una función del índice promedio mensual de nubosidad.

En la Fig I.21 se ha hecho la representación gráfica correspondiente a la radiación horaria respecto a la diaria, ambas sobre una superficie horizontal, para diversos intervalos horarios entre la salida y puesta del Sol.

El proceso se puede simplificar aplicando la formulación trigonométrica que permite seguir el movimiento aparente del Sol, junto con la curva de radiación standard elegida, obteniéndose de esta forma los valores instantáneos de radiación sobre distintas superficies, en determinados intervalos de tiempo, en cualquier época del año y en distintos lugares; de esta forma se obtienen los gráficos de datos sobre irradiancia directa con el cielo sin nubes y el Sol brillante.

Se puede obtener una aproximación más sofisticada teniendo en cuenta los efectos de la turbidez de la atmósfera y su efecto sobre la radiación solar.

COMPONENTE DIRECTA.- Analicemos en primer lugar la componente directa de la radiación. Sobre una superficie horizontal, la dirección de la radiación directa I_0 forma un ángulo θ_s con la vertical, siendo $I_{0(h)}$ su proyección sobre la misma.

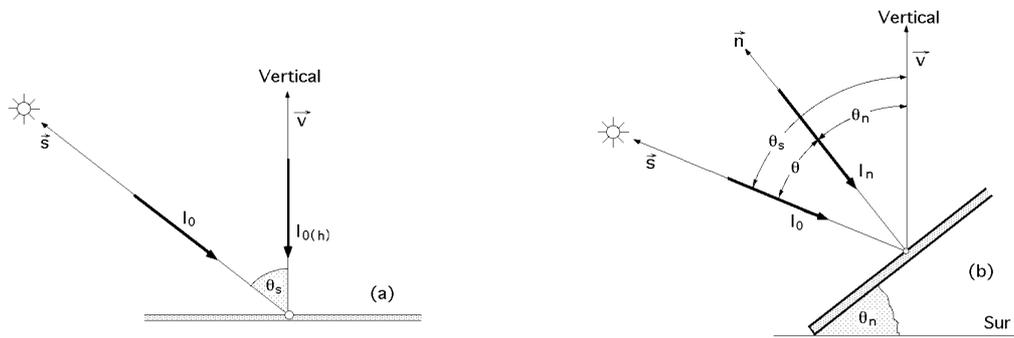


Fig I.22.a.b.- Radiación directa solar sobre superficies inclinadas

La normal a la superficie inclinada forma un ángulo con la vertical del lugar que llamaremos θ_n que es a su vez el ángulo que la superficie forma con el plano horizontal; la proyección de la radiación directa I_0 sobre la normal a la superficie es I_n . Hay que suponer que en el hemisferio Norte la superficie inclinada está orientada al Sur.

De acuerdo con las Fig.I.22.a,b se tiene:

$$I_{0(h)} = I_0 \cos \theta_s$$

$$I_n = I_0 \cos(\theta_s - \theta_n) = I_0 \cos \theta_{s-n}$$

La relación D entre la radiación directa sobre la superficie inclinada I_n y la de la superficie horizontal $I_{0(h)}$, viene dada en la siguiente forma:

$$D = \frac{I_n}{I_{0(h)}} = \frac{\cos \theta_{s-n}}{\cos \theta_s} = \frac{\sin \theta_s \sin(\theta_n - \theta_s) + \cos \theta_s \cos(\theta_n - \theta_s) \cos \theta_n}{\sin \theta_s \sin \theta_s + \cos \theta_s \cos \theta_s \cos \theta_n} =$$

$$= \frac{\cos \theta_s \cos \theta_n + \sin \theta_s \sin \theta_n}{\cos \theta_s} = \cos \theta_n + \sin \theta_n \operatorname{tg} \theta_s$$

COMPONENTE DIFUSA.- Si la componente difusa de la radiación solar se extiende uniformemente por el cielo (nubosidad uniforme, días de bruma,...), resulta que la radiación difusa sobre una superficie inclinada va a depender de la parte de cielo que se vea desde esta superficie. Si además se supone que las propiedades del suelo y demás superficies vistas desde ella reflejan la radiación solar, constituyen una nueva fuente de radiación difusa (albedo), equivalente a la del cielo, por lo que la superficie inclinada recibirá la misma radiación difusa, sin que influya su orientación, por lo que el factor de corrección de la radiación difusa será siempre la unidad.

En estas condiciones, para determinar la radiación difusa recibida sobre la superficie inclinada un ángulo θ_n con el cielo cubierto uniformemente, éste se puede representar por un plano horizontal indefinido A_1 que radia difusamente sobre el plano oblicuo de inclinación θ_n que contiene a la superficie A_2 , Fig I.23.

Sobre el plano A_1 se elige un origen de coordenadas O y direcciones (x,y) ; este plano se puede descomponer en una serie de bandas difusoras rectangulares uniformes e iguales, de anchura dx , y se va a determinar la influencia que cada una de ellas ejerce sobre una porción del plano horizontal que contiene a la superficie A_2 distante a del plano A_1 , suponiendo que los puntos de referencia A y

O están en la misma vertical. La banda considerada se descompone en franjas infinitesimales de anchura dy ; si consideramos la franja situada en B de superficie dA_1 , de ordenada y y distancia $(BA) = r$, la radiación difusa que llega a A_2 procedente de dA_1 es:

$$dI_{\text{dif}(dA_1 \rightarrow A_2)} = \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2 A_2 dA_1}{r^2} = \left| \frac{y}{r^2 = a^2 + y^2}; dA_1 = dx dy \right| = \frac{\cos^2 \theta_1 dx dy A_2}{a^2 + y^2}$$

y la que envía la banda de anchura dx y que llega a A_2 es:

$$I_{\text{dif}(dx \rightarrow A_2)} = \int \frac{\cos^2 \theta_1 dx A_2}{a^2 + y^2} dy = \left| \begin{array}{l} \text{tg } \theta_1 = \frac{y}{a} \\ dy = \frac{a d \theta_1}{\cos^2 \theta_1} \end{array} \right| = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{a dx A_2}{a^2 (1 + \text{tg}^2 \theta_1)} d \theta_1 = \frac{A_2}{2 a} dx$$

Si a continuación se supone que los puntos O y A no están en la misma vertical, la radiación difusa que envía la banda de anchura dx y que llega a A_2 es:

$$I_{\text{dif}(dx \rightarrow A_2)} = \frac{A_2}{2 r} \cos^2 \theta_1 dx$$

y si el plano A_2 está inclinado un ángulo θ_n ,

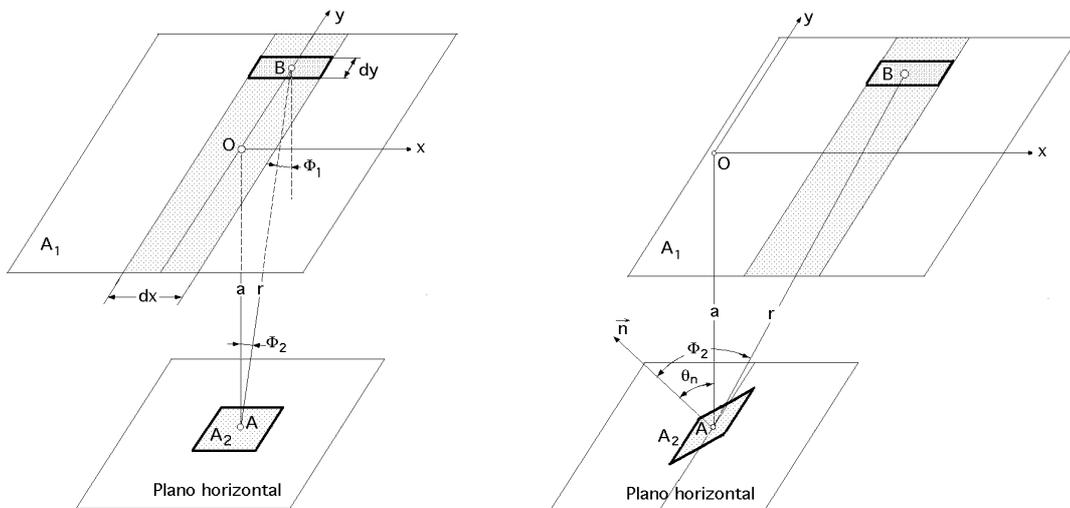


Fig 1.23.- Cálculo de la radiación difusa recibida por un plano de inclinación θ_n

$$I_{\text{dif}(dx \rightarrow A_2)} = \frac{A_2}{2 r} \cos \theta_1 \cos \theta_2 dx = \left| \frac{y}{dx \cos \theta_1} = r d \theta_1 \right| = \frac{A_2}{2} \cos (\theta_1 + \theta_n) d \theta_1$$

$$I_{\text{dif}(A_1 \rightarrow A_2)} = \int \frac{A_2}{2} \cos^2 \theta_1 \cos (\theta_1 + \theta_n) d \theta_1 = \dots = \frac{A_2}{2} (1 + \cos \theta_n)$$

que es la radiación difusa que procedente del cielo llega a una superficie inclinada un ángulo θ_n .

Para $\theta_n = 0$, (superficie horizontal), la radiación difusa que del cielo llega a la superficie A_2 es:

$$I_{\text{dif}}(h) = A_2$$

por lo que:

$$I_{\text{dif}}(\text{cielo}-A_2) = I_{\text{dif}}(h) \frac{1 + \cos \theta_n}{2}$$

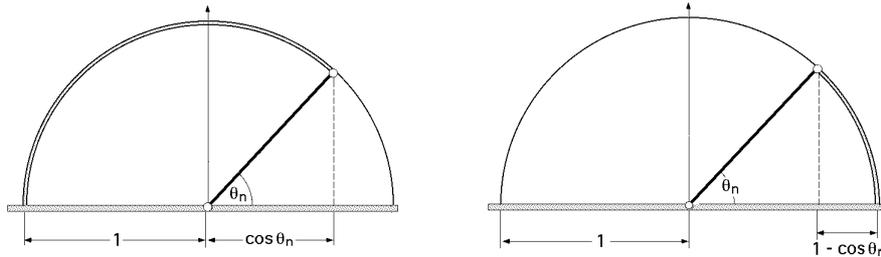


Fig I.24.- Modelo para determinar la radiación total, difusa y albedo

que es lo mismo que decir que una superficie inclinada un ángulo θ_n respecto a la horizontal ve una parte de la bóveda celeste, Fig I.24, dada por:

$$\frac{1 + \cos \theta_n}{2}$$

en la que el 2 se puede considerar también es consecuencia de que sólo se ve la mitad de la bóveda celeste, hacia arriba; si la radiación solar difusa está distribuida uniformemente en el cielo, éste será también el factor de conversión para la radiación difusa incidente desde arriba.

En la práctica se puede considerar que la radiación difusa sobre un plano horizontal es la tercera parte de la radiación directa sobre el mismo plano.

ALBEDO.- Haciendo consideraciones semejantes a las de la radiación difusa, se puede suponer que el plano A_2 recoge también la radiación reflejada por el suelo, ya que la superficie inclinada ve una porción del mismo o de sus alrededores, y si el coeficiente de reflexión para la radiación difusa en ese entorno es ρ , la radiación reflejada por el suelo sobre la superficie inclinada, procedente del total de la radiación solar, será la radiación global $(I_0 + H_{\text{difusa}})_h$ sobre el plano horizontal, multiplicada por el albedo del suelo:

$$I_{\text{albedo}}(\text{suelo}-A_2) = (I_0 + I_{\text{difusa}})_h \frac{1 - \cos \theta_n}{2}$$

en la que $\frac{1 - \cos \theta_n}{2}$ es el albedo del suelo.

Las expresiones encontradas son teóricas porque la radiación difundida por el cielo no es isótropa, ya que varía con la altura del Sol. Si la turbidez de la atmósfera es grande, el máximo de radiación difusa se nota en las proximidades del Sol.

En las proximidades del mar hay que tener en cuenta la reflexión sobre la superficie del agua.

La radiación solar no se absorbe por completo por el suelo, en el que los diferentes colores indican reflexiones selectivas y difusas. La fracción de radiación absorbida varía con la longitud de onda; en una pradera es de 0,94 para $\lambda > 0,55 \mu\text{m}$ y de 0,78 para $\lambda < 0,55 \mu\text{m}$.

El albedo es la fracción de energía incidente difundida por un cuerpo luminoso.

- Para un cuerpo negro el albedo es 0
- Para la nieve fresca vale 0,9
- Para la nieve vieja vale 0,6
- Para suelo cubierto de nieve 0,7
- Para el suelo sin nieve vale 0,2
- Para el suelo mojado vale 0,17
- Para el suelo limpio varía entre 0,15 y 0,25
- Para una pradera varía entre 0,25 y 0,75
- Para césped o hierba verde vale 0,26
- Para el suelo cubierto de hojas vale 0,3
- Para el mar vale 0,05 en verano y 0,1 en invierno

En consecuencia, la componente difusa suma de los dos efectos es:

$$I_{\text{dif}} = I_{\text{dif}(h)} + I_{\text{albedo}} = I_{\text{dif}(h)} \frac{1 + \cos n}{2} + (I_0 + I_{\text{dif}})_{(h)} \frac{1 - \cos n}{2}$$

RADIACIÓN TOTAL. - La radiación total sobre una superficie inclinada que incluye el albedo, es:

$$\begin{aligned} I_{T(i)} &= I_{0(i)} + I_{\text{dif}(h)} + I_{\text{albedo}} = I_{0(h)} D + I_{\text{dif}(h)} + I_{\text{albedo}} = \\ &= I_{0(h)} D + I_{\text{dif}(h)} \frac{1 + \cos n}{2} + (I_{0(i)} + I_{\text{dif}(h)}) \frac{1 - \cos n}{2} \end{aligned}$$

definiéndose el factor eficaz de energía solar en la superficie inclinada respecto a la total horizontal, en la forma:

$$\text{eficaz} = \frac{I_{0(h)}}{I_{T(h)}} D + \frac{I_{\text{dif}(h)}}{I_{T(h)}} \frac{1 + \cos n}{2} + \frac{1 - \cos n}{2}$$

A medida que aumenta n , el sumando del albedo se va haciendo más importante.

Ninguna de estas aproximaciones es muy satisfactoria; un colector solar proporciona la fracción mayor de su aportación total de energía durante los períodos de tiempo de mayor radiación, argumento que resulta válido cuando se trabaja con colectores funcionando a temperaturas elevadas, estando previsto que no se produzca una captación útil de energía durante los largos períodos de nubosidad.

Para una superficie vertical la radiación difusa es igual a la suma de la mitad de la radiación difusa del cielo y de la mitad de la radiación global difundida por el suelo:

$$I_{\text{dif}(v)} = \frac{I_{\text{dif}(h)}}{2} + \frac{I_{0(h)} + I_{\text{dif}(h)}}{2}$$

En realidad, esta formulación es teórica por cuanto la radiación reflejada difusa se difunde en la atmósfera que, a su vez, la vuelve a difundir parcialmente hacia el suelo, es decir, la radiación difundida por el cielo no es isótropa. Para una nubosidad media, esta redifusión es del orden del 10% y la radiación total teórica aumenta otro tanto.



Fig I.25.- Radiación total recibida por una superficie horizontal en función del ángulo cenital solar en condiciones medias y extremas de turbidez, para cielo claro sin nubes

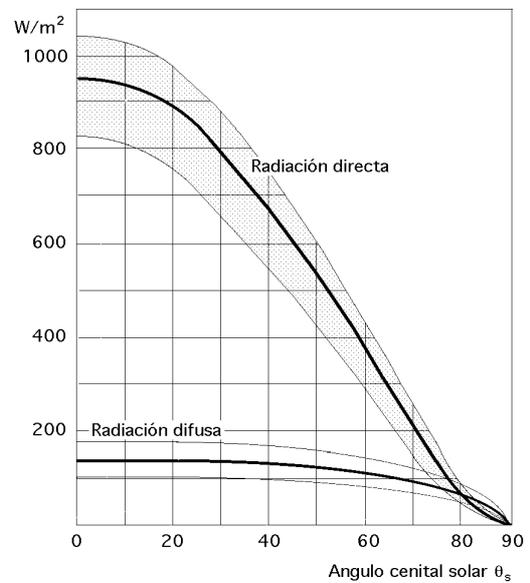


Fig I.26.- Valores de la radiación directa y difusa recibidas por una superficie horizontal en función del ángulo cenital solar en condiciones medias y extremas de turbidez, para cielo claro sin nubes

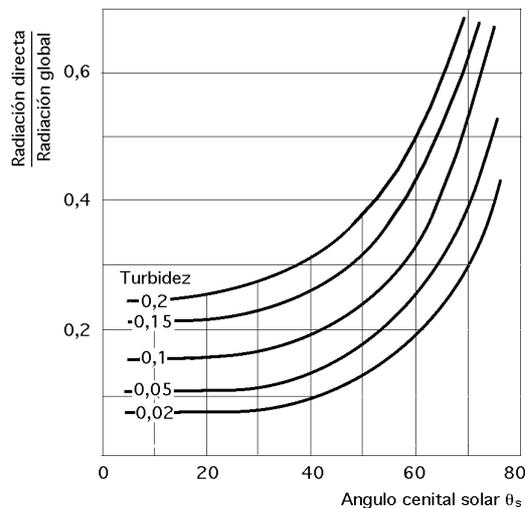


Fig I.27.- Variación de la relación (Radiación directa/Radiación global) recibida por una superficie horizontal en función del ángulo cenital solar, para diversos valores de la turbidez atmosférica

RADIACIÓN TOTAL SOBRE UNA SUPERFICIE HORIZONTAL.- Unas expresiones empíricas que permiten evaluar la radiación total $I_{T(h)}$ son:

$$\text{Radiación global máxima} = I_{T(h) \text{ máxima}} = 1130 (\cos \theta_s)^{1,15} , \text{ para cielo muy limpio}$$

$$\text{Radiación global mínima} = I_{T(h) \text{ mínima}} = 995 (\cos \theta_s)^{1,25} , \text{ para zona industrial}$$

$$\text{Radiación global media} = I_{T(h) \text{ media}} = 1080 (\cos \theta_s)^{1,22}$$

La relación $\frac{\text{Radiación difusa}}{\text{Radiación total}}$ es muy sensible al coeficiente de turbidez, Fig I.27.

ENERGÍA TOTAL RECIBIDA DURANTE UN DÍA DE CIELO CLARO.- Se puede admitir un reparto energético senoidal de la radiación total en función del tiempo.

Si la radiación energética máxima al mediodía es $I_{T(máx)}$ t es la duración del día y t es el tiempo, la energía recibida sobre una superficie a lo largo del día es:

$$H_{\text{dia}} = I_{T(máx)} \int_0^t \text{sen} \frac{t}{t} dt = \frac{2}{t} I_{T(máx)} t$$

I.9.- EFECTO DE LA ORIENTACIÓN Y MOVIMIENTO DE LA SUPERFICIE RECEPTORA

La mayoría de los datos disponibles sobre radiación solar lo son para superficies horizontales, pero casi siempre es necesario conocer los efectos que origina la orientación de la superficie receptora; los métodos vistos anteriormente indican cómo se pueden calcular los efectos de la orientación de la superficie para períodos cortos. Para períodos largos, en localidades en las que no existen datos sobre las variaciones estacionales de las condiciones atmosféricas, los cálculos sobre efectos de la radiación hay que basarlos en cálculos relativos a la radiación directa.

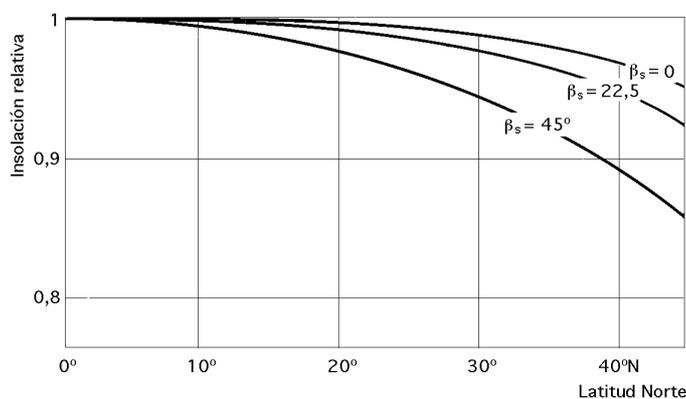


Fig I.28.- Radiación solar anual relativa sobre superficies fijas, inclinación $\beta = 0,9$, con orientación Sur, desviadas al sureste un ángulo β_s

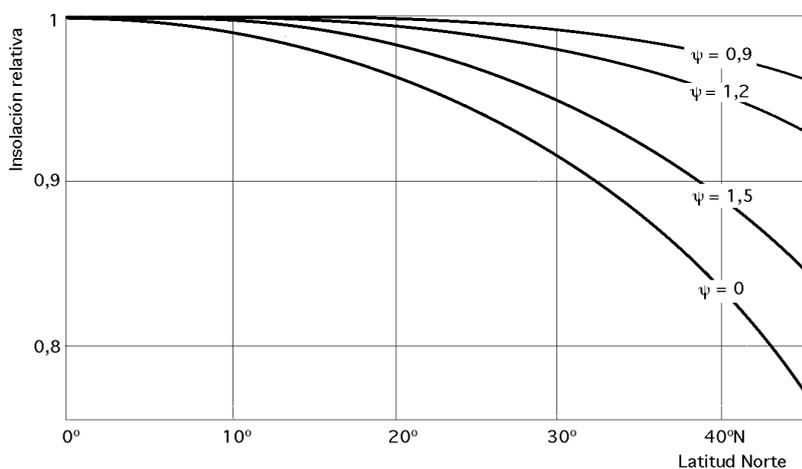


Fig I.29.- Radiación solar anual relativa sobre superficies fijas, con orientación hacia el Ecuador un ángulo ψ , $\beta_s = 0$

Para que un receptor realice una absorción de energía máxima anual deberá estar orientado al Sur, con una inclinación aproximadamente igual a la latitud del lugar, $\alpha_n = \phi$.

Para optimizar la captación en invierno, la inclinación hacia el Sur debe ser igual a $\phi + 10^\circ$ y en el verano, $\phi - 10^\circ$.

En la Fig I.28 se ha hecho una representación de la radiación solar relativa anual sobre superficies fijas, con una inclinación $\beta = 0,9$ y orientación Sur, desviadas un ángulo acimutal α_s al Suresste. En la Fig I.29 se ha representado la radiación solar anual relativa sobre superficies fijas inclinadas un ángulo β con orientación hacia el Ecuador, $\alpha_s = 0$.

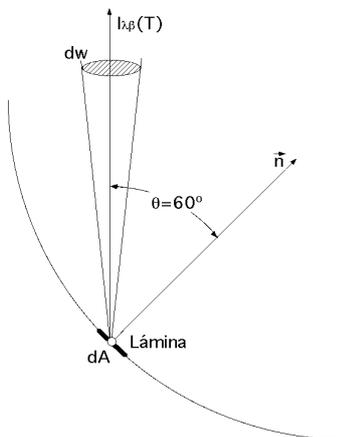
TABLAS DE RADIACIÓN E INSOLACIÓN.- Las tablas de radiación proporcionan una información lo suficientemente representativa del valor de la radiación solar en un determinado periodo de tiempo. Constituyen el método de consulta más efectivo cuando no se conocen datos de radiación instantánea; son datos recopilados por las estaciones meteorológicas, utilizando una instrumentación adecuada.

Las tablas que se muestran están confeccionadas a base de medidas efectuadas con piranómetros y dan el promedio de radiación mensual diario para diferentes inclinaciones de superficies receptoras. También se incluyen tablas solares que dan la posición del Sol en coordenadas horizontales, o sea, referidas al plano del horizonte, azimut y altura solar, para diferentes horas del día en sus latitudes respectivas. Estas tablas son muy útiles a la hora de diseñar una instalación solar de paneles dispuestos sobre un campo concentrador y colector de energía sola.

I.10.- APLICACIONES NUMÉRICAS

Ejemplo I.1.- Una lámina de área $dA = 2 \text{ m}^2$ está colocada sobre una cavidad esférica que se encuentra a 800°K . Determinar:

- a) La energía radiativa que atraviesa la lámina
- b) La energía radiativa por unidad de ángulo sólido en la dirección que forma un ángulo de 60° con la normal a la superficie.



a) **Energía radiativa que atraviesa la lámina**

La radiación se puede aproximar a la emitida por un cuerpo negro a 800°K

$$Q = dA T_1^4 = (5,67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}) \times 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \times 800^4 \text{ K}^4 = 4,64 \text{ W}$$

b) **Energía radiativa por unidad de ángulo sólido en la dirección que forma un ángulo de 60° con la normal a la superficie.**

$$Q = I_b(T) dA \cos \theta = E_b = T^4 = I_b(T) = \frac{T^4}{\pi} dA \cos \theta =$$

$$= \frac{(5,67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}) \times 800^4 \text{ K}^4}{\pi} \times 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \times \cos 60^\circ = 0,74 \text{ W}$$

Ejemplo I.2.- Si se supone que el Sol se comporta como un cuerpo negro a 6000°K , Determinar

- a) La longitud de onda en que se da el máximo de potencia emisiva monocromática

b) La energía de esta fuente a 6000°K que se corresponde con el espectro visible, $0,38 \mu\text{m} < \lambda < 0,76 \mu\text{m}$?

c) La longitud de onda en que se da el máximo de potencia emisiva monocromática

El valor de λ en que se da la máxima potencia emisiva monocromática es (Ley de Wien, $2897,6 \mu\text{m}^\circ\text{K}$), luego la longitud de onda deseada es,

$$= \frac{2897,6 \mu\text{m} \cdot ^\circ\text{K}}{6000 ^\circ\text{K}} = 0,483 \mu\text{m}$$

Energía de esta fuente a 6000°K que se corresponde con el espectro visible, $0,38 \mu\text{m} < \lambda < 0,76 \mu\text{m}$

De la Tabla de funciones de radiación se obtiene,

Fracción de energía entre 0 y $(\lambda = 0,76 \times 6000 = 4560 \mu\text{m} \cdot ^\circ\text{K})$	<table style="border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding: 2px 10px;">4400</td><td style="padding: 2px 10px;">0,548830</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">4600</td><td style="padding: 2px 10px;">0,579316</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">4560</td><td style="padding: 2px 10px;">0,571600</td></tr> </table>	4400	0,548830	4600	0,579316	4560	0,571600	= 57,16%
4400	0,548830							
4600	0,579316							
4560	0,571600							
Fracción de energía entre 0 y $(\lambda = 0,38 \times 6000 = 2280 \mu\text{m} \cdot ^\circ\text{K})$	<table style="border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding: 2px 10px;">2200</td><td style="padding: 2px 10px;">0,100897</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">2400</td><td style="padding: 2px 10px;">0,140268</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">2280</td><td style="padding: 2px 10px;">0,116645</td></tr> </table>	2200	0,100897	2400	0,140268	2280	0,116645	= 11,66%
2200	0,100897							
2400	0,140268							
2280	0,116645							

La fracción de energía en el espectro visible será la diferencia: $57,16 - 11,66 = \span style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">45,5%$

Ejemplo I.3.- La emisión de la radiación desde una superficie se puede aproximar por la radiación de un cuerpo negro a $T=1000^\circ\text{K}$

Determinar,

a) La fracción de la energía total emitida por debajo de $\lambda = 5 \mu\text{m}$

b) ¿Cuál es la longitud de onda si la emisión de energía por debajo de ella es un 10,5% de la emisión total a 1000°K ?

c) ¿Cuál es la longitud de onda para la que se produce la emisión espectral máxima a 1000°K ?

a) Fracción de la energía total emitida por debajo de $\lambda = 5 \mu\text{m}$

De la Tabla de Funciones de radiación para $(\lambda = 5 \times 1000 = 5000)$ se obtiene,

$$f_{(0 \rightarrow \lambda)}(T) = \frac{E_b(0 \rightarrow \lambda, T)}{T^4} = 0,6337 \quad \text{que el } 63,37\% \text{ de la emisión total sucede por debajo de } (\lambda = 5 \mu\text{m})$$

$$E_b(0 \rightarrow \lambda, T) = 0,6337 \cdot T^4 = 0,6337 \times 5,67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{K}^4} \times (1000)^4 \cdot ^\circ\text{K}^4 = 35.935 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

b) Longitud de onda si la emisión de energía por debajo de ella es un 10,5% de la emisión total a 1000°K

$$\text{Para: } f_{(0 \rightarrow \lambda)}(T) = \frac{E_b(0 \rightarrow \lambda, T) - E_b(0 \rightarrow \lambda_2, T)}{T^4} = 0,105$$

$$0,6337 - \frac{E_b(0 \rightarrow \lambda_2, T)}{T^4} = 0,105 \quad ; \quad \frac{E_b(0 \rightarrow \lambda_2, T)}{T^4} = 0,5287 \quad T \text{ (m} \cdot ^\circ\text{K} \cdot 10^3) = 4,2777$$

$$= \frac{4,2777}{1000 \times 10^3} = 4,27 \times 10^{-6} \text{ m} = 4,27 \mu\text{m}$$

c) Longitud de onda para la que se produce la emisión espectral máxima a 1000°K

Teniendo en cuenta la Ley de Desplazamiento de Wien: $\lambda_{\text{máx}} T = 2,8976 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot ^\circ\text{K}$

$$\text{luego para: } T = 1000^\circ\text{K}, \text{ se tiene: } \lambda_{\text{máx}} = \frac{2,8976 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot ^\circ\text{K}}{1000 ^\circ\text{K}} = 2,898 \times 10^{-6} \text{ m} = 2,89 \mu\text{m}$$

Ejemplo I.4.- Una pequeña superficie de área $A=5 \text{ cm}^2$ está sometida a una radiación de intensidad constante, $I=1,8 \times 10^4 \text{ W/m}^2$, sobre el ángulo sólido subtendido por, $0 < \theta < 2$ y $0 < \phi < \pi/6$. Calcular la radiación incidente sobre la superficie.

La radiación incidente sobre la superficie a través del ángulo sólido, $d\omega = \sin \theta \, d\theta \, d\phi$, viene dada por,

$$q_i = A I \cos \theta \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

La energía total incidente Q_i sobre la superficie viene determinada por integración entre los ángulos θ y ϕ ,

$$Q_i = A I \int_0^{\pi/6} \cos \theta \sin \theta \, d\theta \int_0^{2\pi} d\phi = \dots = \frac{1}{4} A I = \frac{1}{4} (5 \times 10^{-4}) (1,8 \times 10^4) = 7,07 \text{ W}$$

Ejemplo I.5.- Una superficie es irradiada uniformemente en todas direcciones en el espacio hemisférico; la distribución espectral de la intensidad de la radiación incidente es,

$$(0 < \lambda < 1) \mu\text{m} \quad I^i = 0$$

$$(1 < \lambda < 2) \mu\text{m} \quad I^i = 2000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \mu\text{m}}$$

$$(2 < \lambda < 4) \mu\text{m} \quad I^i = 8000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \mu\text{m}}$$

$$(4 < \lambda < 8) \mu\text{m} \quad I^i = 4000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \mu\text{m}}$$

$$(\lambda > 8) \mu\text{m} \quad I^i = 0$$

Calcular el flujo de radiación incidente sobre la superficie

Puesto que la intensidad de la radiación incidente es independiente de la dirección, el flujo q_i de la radiación incidente se calcula en la forma,

$$q_i = \int_{\omega=0}^{\omega=\pi/2} I^i \, d\omega \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right) = \left(\int_1^2 2000 \, d\lambda + \int_2^4 8000 \, d\lambda + \int_4^8 4000 \, d\lambda \right) = \{2000(2-1) + 8000(4-2) + 4000(8-4)\} = 34 \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right)$$

Ejemplo I.6.- Una superficie de $A=2 \text{ cm}^2$ emite radiación como un cuerpo negro a $T = 1000^\circ\text{K}$.

a) Calcular la radiación emitida dentro del ángulo sólido subtendido por, $0 < \theta < 2$ y $0 < \phi < \pi/6$

b) ¿Qué fracción de la energía emitida se corresponde con el espacio hemisférico entero?

a) Radiación emitida dentro del ángulo sólido subtendido por, $0 < \theta < 2$ y $0 < \phi < \pi/6$

La radiación emitida por una superficie A a través de un ángulo sólido $d\omega$, de la forma,

$$d\omega = \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

en cualquier dirección, es,

$$q = A I_b(T) \cos \theta \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

La energía en el ángulo sólido subtendido por los ángulos, $0 < \theta < 2$ y $0 < \phi < \pi/6$, se obtiene por integración de,

$$Q = A I_b(T) \int_0^2 d\theta \int_0^{\pi/6} \cos \theta \sin \theta \, d\theta = \dots = \frac{A I_b(T)}{4} = \frac{A T^4}{4} = \frac{1}{4} \times (2 \cdot 10^{-4}) \times (5,67 \times 10^{-8}) \times 1000^4 = 2,835 \text{ W}$$

Mes	$I_{0(h)}$ kJ/m ² día	Declinación	N horas	n/N	$I_{\text{Promedio (h)}} = I_{0(h)} (0,3 + 0,34 \frac{n}{N_{\text{diario}}})$ kJ/m ² día
Enero	13000	-21,3	9,2	0,489	6100
Febrero	18400	-13,3	10,3	0,553	9000
Marzo	25400	-2,8	11,7	0,59	12700
Abril	33400	9,4	13,2	0,568	16500
Mayo	39000	18,8	14,5	0,628	20000
Junio	41400	23,3	15,2	0,665	21800
Julio	40300	21,5	14,9	0,658	21100
Agosto	35700	13,8	13,8	0,725	19500
Septiembre	28500	2,2	12,3	0,7	15300
Octubre	20700	-9,6	10,8	0,667	10900
Noviembre	14300	-19,2	9,5	0,442	6400
Diciembre	11600	-23,3	8,8	0,443	5200

b) Fracción de la energía emitida que se corresponde con el espacio hemisférico

$$Q_0 = A T^4 = A I_b(T)$$

luego el porcentaje de la energía total emitida dentro del ángulo sólido considerado es,

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{\frac{1}{4} A T^4}{A T^4} = \frac{1}{4} \quad \boxed{25\%}$$

Ejemplo I.7.- Determinar los promedios mensuales de radiación solar total sobre una superficie horizontal para Santander, latitud 43°N, tomando como base el promedio de duración de horas de Sol presentado en la Tabla anterior.

Los cálculos se realizan en base a la ecuación

$$I_{\text{Promedio (h)}} = I_{0(h)} \left(a + b \frac{n}{N_{\text{diario}}} \right) = \left| \begin{array}{l} a = 0,3 \\ b = 0,34 \end{array} \right| = I_{0(h)} \left(0,3 + 0,34 \frac{n}{N_{\text{diario}}} \right)$$

Determinar el promedio de radiación difusa y de radiación total para las horas comprendidas en los intervalos (10-11) horas ó (13-14) horas, siendo la radiación extraterrestre para el mes de Junio en la vertical de Santander de 41400 kJ/m²día.

El promedio de radiación solar total para el mes de junio en Santander, sobre un plano horizontal es de 21800 kJ/m²día; el n° de horas de duración media del día es de 15,2 horas.

$$\frac{I_{0(h)}}{I_{\text{extrat.}}} = \frac{21800}{41400} = 0,5265$$

De la Fig I.20: $\frac{I_{\text{dif}}}{I_{0(h)}} = 0,33$

Promedio de radiación difusa diaria: $0,33 \times 21800 = 7194 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^2 \text{ día}}$

Entrando en la Fig I.21, para el intervalo horario (10-11) horas ó (13-14) horas, (10,5 horas de la mañana, ó 13,5 horas de la tarde, 1,5 horas hasta las doce), para la curva de trazos se obtiene

$$\frac{\text{Promedio de radiación difusa horaria}}{\text{Promedio de radiación difusa diaria}} = 0,098$$

y la radiación difusa promediada para dicho intervalo horario es de, $0,098 \times 7194 = 705 \text{ kJ/m}^2$

Para la curva continua,

$$\frac{\text{Promedio de radiación total horaria}}{\text{Promedio de radiación total diaria}} = 0,108$$

y la radiación total promediada para dicho intervalo horario es de, $0,108 \times 21800 = 2355 \text{ kJ/m}^2$

$$\frac{I_{0(h)}}{I_{T(h)}} = \frac{2355 - 705}{2355} = 0,7$$

$$\frac{I_{\text{dif}(h)}}{I_{T(h)}} = \frac{705}{2355} = 0,3$$

Ejemplo I.8.- Determinar la relación D a las 9,30 horas del 5 de enero para un captador inclinado un ángulo de 30° , orientado al Sur, instalado en Santander, $\phi = 43^\circ\text{N}$.

$$= 23,45 \text{ sen} \left(360 \frac{284 + 5}{365} \right) = -22,53^\circ$$

$$= (12 - 9,5) \times 15^\circ = 37,5^\circ$$

$$- \alpha_n = 43 - 30 = 13^\circ$$

$$D = \frac{\text{sen} \alpha \text{ sen}(\alpha - \alpha_n) + \cos \alpha \cos(\alpha - \alpha_n) \cos \beta}{\text{sen} \alpha \text{ sen} \alpha + \cos \alpha \cos \alpha \cos \beta} =$$

$$= \frac{\text{sen}(-22,53) \text{ sen}(43 - 30) + \cos(-22,53) \cos(43 - 30) \cos 37,5}{\text{sen}(-22,53) \text{ sen} 43 + \cos(-22,53) \cos 43 \cos 37,5} = 2,286$$

Ejemplo I.9.- Determinar el factor eficaz de energía e_{eficaz} para las condiciones del ejemplo 1, supuesto el suelo cubierto de nieve.

$$e_{\text{eficaz}} = \frac{I_{0(h)}}{I_{T(h)}} D + \frac{I_{\text{dif}(h)}}{I_{T(h)}} \frac{1 + \cos \alpha_n}{2} + \frac{1 - \cos \alpha_n}{2}$$

Para suelo nevado, $e_{\text{eficaz}} = 0,7$

$$e_{\text{eficaz}} = (0,7 \times 2,286) + (0,3) \frac{1 + \cos 30}{2} + \frac{1 - \cos 30}{2} \times 0,7 = 1,927$$

Ejemplo I.10.- Cálculo de la energía recibida sobre una fachada vertical, orientada al Sur, en una zona de latitud $\phi = 46^\circ\text{N}$, el día 5 de enero.

$$\text{Declinación media el día 5 de enero: } = 23,45 \text{ sen} \left(360 \frac{284 + 5}{365} \right) = -22,53^\circ$$

$$\cos \alpha_s = \text{sen}(-22,64) \text{ sen} 46 + \cos(-22,64) \cos 46 \cos 0 = 0,3641 ; \alpha_s = 68,5^\circ$$

Duración del día,

$$N_{\text{diario}} = 12 + 3,6 \text{ sen} \frac{360 (360 - 75)}{365} = 8,5 \text{ horas}$$

ó

$$N_{\text{diario}} = \frac{2}{15} \text{ arc cos} (-\text{tg} \alpha_s \text{ tg} \alpha) = \left| \begin{array}{l} = -22,64^\circ \\ = 46 \end{array} \right| = \frac{2}{15} \text{ arc cos} \{-\text{tg} (-22,64) \times \text{tg} (46)\} = 8,6 \text{ horas}$$

a) Con cielo despejado

La radiación total registrada al mediodía, medida con un piranómetro (sobre una superficie horizontal), es ,

$$I_{T(h)} = (I_{0(h)} + I_{dif(h)}) = 342 \text{ W/m}^2$$

También, aproximadamente, se podía haber calculado con la gráfica I.25, para $\alpha_s = 68,5^\circ$

Haciendo uso de la gráfica I.26 se determinan las radiaciones directa y difusa sobre una superficie horizontal, para $\alpha_s = 68,5^\circ$

$$\text{Radiación difusa, } I_{dif(h)} = 100 \text{ W/m}^2$$

$$\text{Radiación directa: } I_{0(h)} = I_{T(h)} - I_{dif(h)} = 342 - 100 = 242 \text{ W/m}^2$$

Comprobándose que la radiación difusa viene a ser del orden de un 30% de la radiación total

$$\text{Radiación directa recibida sobre la fachada: } I_{0(v)} = I_{0(h)} \operatorname{tg} \alpha_s = 242 \operatorname{tg} 68,5 = 614,35 \text{ W/m}^2$$

$$I_{dif(v)} = I_{0(h)} \frac{1 + \cos \alpha_n}{2} + I_{T(h)} \frac{1 - \cos \alpha_n}{2} = \frac{I_{0(h)}}{2} + \frac{I_{T(h)}}{2} = \left| \text{Albedo} \right| = \frac{100}{2} + \frac{342}{2} \times 0,3 = 101,3 \text{ W/m}^2$$

$$I_{T(v)} = 614,35 + 101,3 = 715,65 \text{ W/m}^2$$

Energía total recibida en el día sobre la fachada vertical

$$H_{día(v)} = \frac{2}{15} I_{T(v)} N_{diario} = \frac{2}{15} \times 715,65 \times 8,5 = 3872,5 \text{ W/m}^2$$

observándose que es del orden del doble de lo que recibiría una superficie horizontal (1850 W/m²) en las mismas condiciones

b) Con cielo nuboso (condiciones medias) (Turbidez 0,5)

$$I_{T(v) \text{ máxima}} = I_{T(v)} (0,33 + 0,7 \tau) = 715,65 \{0,33 + (0,7 \times 0,5)\} = 486,64 \text{ W/m}^2$$

$$H_{día(v)} = \frac{2}{15} I_{T(v)} N_{diario} = \frac{2}{15} \times 486,64 \times 8,5 = 2633,4 \text{ W/m}^2$$

Ejemplo I.11.- Cálculo de la energía recibida sobre una fachada vertical $\alpha_n = 60^\circ$, orientada al Sur $\alpha = 0$, en una zona de latitud $\phi = 43^\circ N$, el día 4 de febrero, al mediodía.

a) Con cielo despejado

La radiación total registrada al mediodía, medida con un piranómetro (sobre una superficie horizontal), es ,

$$I_{T(h)} = I_{0(h)} + I_{dif(h)} = 465 \text{ W/m}^2$$

Declinación media el 4 de febrero,

$$= 23,45 \operatorname{sen} \left(360 \frac{284 + 35}{365} \right) = -16,7^\circ$$

Ángulo cenital solar al mediodía

$$\cos \alpha_s = \operatorname{sen}(-16,7) \operatorname{sen} 43 + \cos(-16,7) \cos 43 \cos 0 = 0,5045 ; \alpha_s = 59,7^\circ \quad 60^\circ$$

Duración del día,

$$N_{diario} = \frac{2}{15} \operatorname{arc} \cos (-\operatorname{tg} \alpha_s \operatorname{tg} \phi) = \frac{2}{15} \operatorname{arc} \cos \{-\operatorname{tg}(-16,7) \operatorname{tg} 43\} = 9,83 \text{ horas}$$

$$H_{día(h)} = \frac{2}{15} I_{T(h)} N_{diario} = \frac{2}{15} \times 465 \times 9,83 = 2910 \text{ W/m}^2$$

Haciendo uso de la gráfica I.26 se determinan las radiaciones directa y difusa sobre una superficie horizontal, para $\alpha_s = 59,7^\circ$

$$I_{dif(h)} = 115 \text{ W/m}^2$$

$$I_{0(h)} = I_{T(h)} - I_{dif(h)} = 465 - 115 = 350 \text{ W/m}^2$$

$$D = \frac{I_n}{I_{0(h)}} = \frac{\cos s_n}{\cos s} = \frac{\cos s \cos n + \sin s \sin n}{\cos s} = \frac{\cos 60 \cos 60 + \sin 60 \sin 60}{\cos 60} = \frac{1}{\cos 60} = 2$$

$$I_{inclinada (n = 60^\circ)} = 2 I_{0(h)} = 2 \times 350 = 700 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$I_{dif (n = 60^\circ)} = I_{0(h)} \frac{1 + \cos n}{2} + I_{T(h)} \frac{1 - \cos n}{2} = \left| \text{Albedo} \right| = 0,3$$

$$= 350 \frac{1 + \cos 60^\circ}{2} + 465 \frac{1 - \cos 60^\circ}{2} \times 0,3 = 297,4 \text{ W/m}^2$$

$$I_{T (n = 60^\circ)} = I_{0(h)} + I_{dif(h)} = 700 + 297,4 = 997,4 \text{ W/m}^2$$

b) Con cielo nuboso (condiciones medias)

$$I_{T (n = 60^\circ; \tau = 0,35)} = I_{T (n = 60^\circ)} (0,33 + 0,7 \tau) = 997,4 \{0,33 + (0,7 \times 0,35)\} = 573,5 \text{ W/m}^2$$

$$H_{\text{día} (n = 60^\circ; \tau = 0,35)} = \frac{2}{24} I_{T (n = 60^\circ; \tau = 0,35)} N_{\text{diario}} = \frac{2}{24} \times 573,5 \times 9,83 = 3590 \text{ W/m}^2$$

Tabla I.7.- Datos de Radiación Solar, (cal/cm² día), sobre una superficie horizontal; PROMEDIOS MENSUALES

		Alt (m)	Anual	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Sept.	Octub.	Nov.	Dic.
Madison	43°N	270	337	144	208	302	368	507	537	551	462	398	277	168	119
Cancanea (Brasil)	25°S	10	352	549	501	370	293	241	204	227	269	252	332	507	481
Calcuta	22°N	0	681	532	617	701	781	784	817	816	800	645	624	557	501
Tokio	36°N	0	261	190	231	274	312	343	303	336	338	254	202	185	169
Yangambi (Congo)	1°N	140	410	409	450	458	446	438	396	352	361	408	410	423	373
Dakar	15°N	0	522	460	538	633	627	619	580	512	456	464	449	452	470
Pretoria	26°S	1418	475	610	520	490	410	360	340	360	430	500	530	570	580
Canberra	34°S	177	424	619	546	443	344	264	205	228	303	426	505	594	637
Atenas	38°N	0	385	186	264	341	459	477	590	624	554	468	287	200	166
Lisboa	39°N	0	445	204	290	398	538	606	698	719	643	491	341	231	186
Bruselas	51°N	0	238	56	108	206	346	406	441	406	354	251	158	76	47
Estocolmo	59°N	0	241	29	78	201	308	467	517	500	392	243	112	32	18

Tabla I.8.- Promedio de Radiación Horizontal por horas y mensual en una ciudad cuya latitud y clima son similares a Santander. Radiación en Langleys {1 lang = 4,186 Joules/cm² = 1 cal/cm²}, durante la hora que termina a las,

Mes	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7
Enero			1	7	15	21	25	25	23	16	9	2		
Febrero			4	13	21	28	32	34	31	24	15	6	1	
Marzo		2	12	23	33	40	43	43	39	32	21	11	3	
Abril	1	8	17	27	36	43	47	44	41	33	26	17	2	
Mayo	5	15	27	39	49	55	58	58	54	45	35	25	14	5
Junio	7	17	29	42	65	59	63	61	58	51	41	31	19	8
Julio	7	18	31	43	54	61	64	63	58	52	43	31	18	7
Agosto	2	12	25	37	48	56	58	57	51	44	35	23	12	3
Septiembre		5	18	31	43	51	55	54	49	42	29	17	6	
Octubre		1	8	20	30	39	42	42	38	30	19	8	1	
Noviembre			2	10	19	25	29	29	25	18	9	2		
Diciembre			1	6	13	18	22	22	19	12	6			

Tabla I.9.- Efecto de la orientación de superficies para todo el año y valor de la radiación directa a 35° de latitud N

	Radiación directa
Orientación de la Superficie (Forma de seguimiento)	10 ⁶ (kJ/m ²)
Fija, horizontal	5,34
Fija, inclinada 35° al sur	6,19
Con ajuste continuo sobre un eje horizontal norte-sur	7,43
Con ajuste continuo sobre un eje paralelo al eje de la tierra	8,14
Con ajuste continuo sobre dos ejes con incidencia normal solar	8,38

Tabla I.10.- Valores medios mensuales de la radiación solar diaria total, H_T en ($\text{kJ}/\text{m}^2 \text{ día} \times 10^6$), sobre una superficie horizontal fuera de la atmósfera terrestre, $I_0= 1,353 \text{ kW}/\text{m}^2$, en latitudes comprendidas entre 60°N y 30°S

Latitud	60°N	50°N	40°N	30°N	20°N	10°N	0°N	10°S	20°S	30°S
Enero	3,4	9	15,1	21,1	26,7	31,7	35,9	39,3	41,4	42,5
Febrero	8,7	14,5	20,3	25,6	30,3	34,2	37,1	39	39,5	39,2
Marzo	17	22,5	27,3	31,3	34,4	36,4	37,4	37,2	35,9	33,4
Abril	27,1	30,9	34	36,4	37,5	37,5	36,2	34	30,9	26,7
Mayo	36,2	38	39,3	39,6	39	37,2	34,3	30,7	26,3	21,1
Junio	40,2	41,1	41,4	40,7	39,2	36,6	33,1	29	23,9	18,5
Julio	38	39,6	40,4	40,2	39	36,7	33,5	29,6	24,9	19,6
Agosto	31,2	34,1	36,3	37,6	37,9	37	35,2	32,5	28,7	23,9
Septiembre	21,3	26	30	33,3	35,6	36,7	36,7	35,7	33,4	30,3
Octubre	11,6	17,4	22,9	27,7	31,8	34,9	36,9	38	37,8	36,6
Noviembre	5	10,8	16,8	22,7	27,9	32,4	36,1	38,9	40,6	41,2
Diciembre	2,4	7,5	13,5	19,8	25,6	30,8	35,3	39	41,7	43,3

Tabla I.121.- Promedio anual de horas de Sol en algunas capitales españolas, en base a datos de 10 años

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Sept.	Octub.	Novi.	Dicie.	Total
Albacete	157	178	205	227	294	328	379	333	251	199	163	142	2.680
Alicante	185	199	225	254	311	340	363	326	252	197	180	176	3.013
Almería	188	189	221	251	314	329	360	333	264	220	183	167	3.022
Badajoz	158	177	180	263	304	347	396	362	280	227	169	145	3.015
Barcelona	157	171	181	216	239	287	318	291	200	170	174	127	2.504
Burgos	79	68	135	214	220	296	326	300	265	176	97	38	2.314
Cádiz	195	190	224	279	330	350	359	366	292	244	190	183	3.207
Castellón	160	177	203	233	273	300	331	295	241	191	163	162	2.732
Ciudad Real	140	164	188	228	302	344	399	353	260	202	155	120	2.860
La Coruña	100	117	140	174	217	220	257	244	173	151	115	89	2.005
Gerona	151	153	186	194	249	254	298	271	208	175	151	130	2.425
Granada	154	166	236	195	235	260	329	320	245	199	152	130	2.627
Huelva	146	159	176	225	286	307	349	327	265	207	149	148	2.747
Jaén	150	103	194	222	278	318	352	325	256	200	165	154	2.721
León	162	161	199	255	273	285	368	339	244	197	154	119	2.763
Lérida	114	179	219	252	288	283	353	292	252	206	138	89	2.668
Logroño	113	125	170	170	221	231	295	262	207	155	116	95	2.165
Madrid	160	173	204	228	290	330	361	353	261	209	164	150	2.888
Málaga	190	186	190	232	315	337	359	338	261	214	181	168	2.982
Palencia	96	144	178	224	282	293	423	327	241	184	133	101	2.632
Palma de Mallorca	161	175	205	220	298	309	352	329	243	195	152	139	2.783
Pamplona	75	107	142	182	228	224	309	265	215	161	105	70	2.078
Salamanca	122	158	189	242	280	313	371	336	258	192	143	108	2.718
St.Cruz Tenerife	161	170	224	227	292	314	332	307	251	210	156	160	2.809
San Sebastian	91	107	150	150	198	189	205	211	163	140	97	81	1.788
Santander	84	105	151	173	200	183	204	192	158	139	95	80	1.768
Sevilla	177	184	107	236	296	317	359	338	273	201	171	163	2.783
Soria	131	151	187	212	268	271	354	324	242	187	140	122	2.594
Valencia	155	169	187	209	259	273	314	279	230	183	144	141	2.549
Valladolid	104	148	197	241	252	306	375	345	257	206	144	90	2.700
Vitoria	58	90	146	134	190	175	234	229	180	131	72	56	1.700
Zamora	116	162	199	236	298	322	389	337	265	209	163	87	2.788
Zaragoza	148	183	214	242	288	305	360	330	251	203	146	116	2.791

Tabla I.12.- Temperaturas medias mensuales de diversas poblaciones de España en °C

Provincia	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiem	Octubre	Noviem	Diciem
Alava	4,6	5,4	8,6	10,4	13	16,6	18,8	19,4	16,8	12,7	8,3	5,4
Albacete	4,2	5,6	9	11	15,3	21,6	24,1	23,8	17,8	13,7	8,7	5,2
Alicante	11	11,8	14	15,9	19	22,8	25,5	26,1	23,7	19,3	15,2	12
Almería	11,7	11,8	14,1	16,1	18,4	22	24,7	25,3	23,4	19,4	15,6	12,8
Avila	2,4	3,3	6,3	8,7	12,2	16,4	20	19,8	16,3	10,6	6	3,2
Badajoz	8,6	9,9	12,7	15,2	18	22,8	25,8	25,5	22,6	17,8	12,6	9,1
Baleares	10,6	10,5	12,2	14,5	17,4	21,4	24,1	24,5	22,6	18,4	14,3	11,6
Barcelona	9,4	9,9	12,3	14,6	17,7	21,6	24,4	24,2	21,7	17,5	13,5	10,2
Burgos	2,5	4,8	7,1	9,2	12,2	16,2	19	18,8	16,2	11,3	6,5	3,4
Cáceres	7,7	9,1	11,7	14,4	17,4	22,5	26	25,6	22,3	16,9	11,7	8,1
Cádiz	11,4	12,5	14,6	16,6	18,9	22,2	24,5	24,9	23,4	19,5	15,6	12,5
Castellón	10,4	11,1	13,1	14,9	17,8	21,6	24,3	24,7	22,6	18,6	14,3	11,1
Ciudad Real	5,4	7,3	10,4	12,9	15,3	21,2	25,5	24,8	21	14,8	8,9	6,2
Córdoba	9,1	10,7	13,5	16,3	19,4	24,4	27,9	27,6	24,3	18,6	13,6	9,6
Coruña	9,9	9,8	11,5	12,4	14	16,5	18,2	18,9	17,8	15,3	12,4	10,2
Cuenca	3,1	4,2	7,3	10	13,3	18,1	21,9	21,4	18	12	7,2	4,1
Gerona	7,1	8,4	11,1	13,4	16,8	20,7	23,5	23,3	20,9	16	11,3	8
Granada	7	8,4	11	13,3	16,3	21,8	25,7	25,3	21,8	16	11,6	7,7
Guadalajara	3,5	5,9	9,5	11,9	15,6	20,2	24,3	23,5	19,8	13,7	8,4	5,5
Guipúzcoa	7,8	7,7	10,7	11,8	10,5	16,8	15,1	19	18,1	14,7	10,7	8
Huelva	11,1	12,3	14,4	18,4	18,9	22,4	25	25,2	23,3	19,4	15,2	11,9
Huesca	4,6	6,1	10,2	12,5	15,9	19,9	22,8	22,5	19,3	14	8,9	5,4
Jaén	8,2	9,6	12,3	14,1	18,3	23,8	27,7	27,3	23,4	17,6	12,7	8,9
León	2,8	4,2	7,6	9,9	12,5	17,2	19,7	19,5	16,6	11,8	7	3,6
Lérida	4,9	9,5	11,3	11,9	16,1	19,6	24,1	24,4	21,9	14,9	8,3	7,3
Logroño	5,1	6,5	9,7	11,9	14,9	19,1	21,8	21,5	19	13,8	8,9	6,1
Lugo	6	6,9	9,4	11	13,1	16,3	18,1	16,8	16,6	13,2	8,8	6,2
Madrid	4,9	6,5	10	13	15,7	20,6	24,2	23,6	19,8	14	8,9	5,6
Málaga	12,5	12,9	15	16,3	19,3	22,8	25,2	25,6	23,5	19,7	15,8	13,3
Murcia	10,7	11,6	14,2	16	19,5	23,4	26	26,3	23,8	18,9	14,4	11,6
Navarra	4,6	5,4	9	11,1	14,4	17,8	20,2	19,7	18,3	13,4	8,2	5,5
Orense	6,6	7,2	10,7	12,6	16,1	19,1	21,8	21,2	18,7	13,9	9,5	7,3
Palencia	3,3	4,6	8,2	10,5	13,5	18,1	21	20,8	17,6	12,2	7,2	3,9
Oviedo	9,3	9,4	11,3	12,3	14,1	17	19,6	19,5	18,1	15,1	12	10,1
Las Palmas	18,3	19,6	19,1	19,6	20,3	21,4	23,8	23,6	25,9	23,3	22,1	19,9
Pontevedra	9,2	10,1	12,3	14,2	15,6	18,1	20,2	20,5	18,2	14,9	11,9	9,5
Salamanca	3,7	4,9	8,1	10,5	13,7	18,4	21,5	21,2	18,1	11,9	7,4	4,2
St. Cr. Tenerife	17,4	17,5	18,2	19,2	20,4	22,4	24,2	24,7	24,1	22,7	20,5	18,4
Santander	9,3	9,2	11,5	12,3	14,2	16,9	18,8	19,3	18,2	15,3	12,2	9,9
Segovia	2,4	4	7,6	10,1	13,2	18,2	21,7	21,3	17,5	11,8	6,6	3,1
Sevilla	10,5	12,3	14,6	17,2	19,9	24,8	27,9	27,8	24,8	19,8	15	11,4
Soria	2,3	3,5	6,6	8,9	11,9	16,5	19,6	19,5	16,4	10,9	6,2	3,1
Tarragona	8,9	10,1	11,6	13,7	16,6	20,3	22,9	23,2	21,1	17,7	13,2	10,3
Teruel	1,6	3,5	6,7	9,1	12,9	17,2	19,2	18,9	16,7	11,1	6,6	3,3
Toledo	5,9	7,4	10,6	13,4	16,9	22,1	26,1	25,3	21,2	15,2	9,9	6,4
Valencia	10,3	11	13,1	14,8	17,8	21,9	23,9	24,5	22,4	18,3	14,4	11,1
Valladolid	3,3	5,1	8,6	11	14,1	18,5	21,3	20,4	17,8	12,9	7,7	4,4
Vizcaya	7,5	11,4	10,8	11,5	13,7	16,2	18,4	19,3	18,3	15,8	11,9	12,2
Zamora	3,8	5,3	8,6	11,2	14,2	18,6	21,6	21,2	18	12,8	7,5	4,3
Zaragoza	6,1	7,6	11,3	13,7	17	21,2	23,1	23,7	20,6	15,4	10,2	6,7

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre	Media anual
LATITUD: 28													
S. C. TENERIFE	261 345,6	323 369,8	452 441,8	537 487,1	653 559,8	657 521,2	748 629,2	660 578,7	527 494,3	404 432,2	257 324	222 310,3	475 473,9
LAS PALMAS	222 294	259 296,5	427 417,4	410 371,9	535 458,7	453 359,4	570 479,4	434 380,5	468 439	334 357,3	242 305,1	190 265,6	379 378,2
LATITUD: 37													
ALMERIA	189 234,2	290 319,7	377 368	425 374,6	546 446,9	546 429,9	587 471,8	488 420,2	452 419,5	334 350,5	223 268,3	185 238,7	386 373,5
CADIZ	166 205,7	261 287,7	373 364,6	427 376,4	523 428,1	536 422	621 499,1	525 452,1	426 395,4	331 347,3	203 244,2	172 221,9	380 367,7
GRANADA	155 192,1	240 264,6	345 337,3	455 401,1	528 432,2	597 470	673 540,9	586 504,6	466 432,5	291 305,4	193 232,2	149 192,3	389 376,4
HUELVA	177 219,3	279 307,5	399 390	467 411,7	594 486,2	614 483,4	712 572,3	626 539,1	524 486,4	362 379,9	216 259,9	180 232,3	429 415,2
MALAGA	194 240,4	292 321,9	382 373,4	445 392,3	567 464,1	574 451,9	634 509,6	550 473,6	462 428,8	336 352,6	214 257,5	189 243,9	403 390
SEVILLA	154 190,8	233 256,8	356 348	458 403,7	529 433	565 444,9	598 480,6	565 486,6	427 396,3	297 311,7	186 223,8	143 184,5	376 363,9
LATITUD: 38													
ALICANTE	204 251,2	311 340,9	393 382,2	429 377,3	577 469	561 438,7	620 496,3	532 452,8	435 409,3	329 344,3	220 263,6	183 232,2	399 384,2
CORDOBA	152 187,2	235 257,6	358 348,2	461 405,4	532 432,4	633 495	705 564,3	638 543	514 483,7	299 312,9	191 228,8	151 191,6	405 390
JAEN	150 184,7	237 259,8	351 341,4	432 379,9	483 392,6	584 456,7	642 513,9	581 494,5	470 442,3	278 290,9	186 222,9	151 191,6	378 364
MURCIA	275 338,6	430 471,3	416 404,6	476 418,6	598 486	622 286,4	693 554,7	568 483,4	453 426,3	341 316,8	221 264,8	193 244,9	274 263,8
LATITUD: 39													
ALBACETE	148 180,3	234 255,7	338 328,7	467 408,5	506 409,5	588 456,7	638 501,3	548 459,9	446 416,3	272 282,1	171 199,3	136 170,2	374 356,6
BADAJOS	144 175,4	229 250,3	353 343,3	473 413,8	538 435,4	607 471,5	680 534,3	640 537,2	500 466,7	303 314,2	183 213,3	139 173,9	399 380,4
CACERES	145 176,7	230 251,4	357 347,2	485 424,3	554 448,4	643 499,5	760 597,2	699 586,7	534 498,4	305 316,3	184 214,5	140 175,2	419 399,5
CIUDAD REAL	149 181,5	231 252,5	345 335,6	456 398,9	494 399,8	533 414	577 453,4	541 454,1	461 430,3	283 293,5	180 209,8	137 171,4	365 348
VALENCIA	182 221,7	280 306	366 356	393 343,8	478 386,9	470 365,1	531 417,2	434 364,3	393 366,8	298 309,1	195 227,3	164 205,2	349 332,7
LATITUD: 40													
CASTELLON	197 237,5	310 336,3	390 379,3	419 365,7	498 400,3	502 386,3	573 449,3	458 384,1	406 375,9	328 339,6	209 242,4	181 224,1	372 352,9
CUENCA	137 165,2	205 222,4	326 317,1	434 378,8	461 370,5	526 404,8	639 501,1	558 468	451 417,6	273 282,6	166 192,5	124 153,5	358 339,6
MADRID	18~ 224,2	345 374,2	350 340,4	467 407,6	509 409,1	581 447,1	663 519,9	602 504,9	473 438	281 290,9	168 194,8	130 160,9	396 375,7
P. MALLORCA	173 208,6	272 295	346 336,5	383 334,3	479 385	517 397,9	565 443	457 383,3	390 361,1	300 310,6	198 229,6	159 196,8	353 334,9
TERUEL	140 168,8	204 221,3	312 303,5	400 349,1	432 347,2	477 367,1	500 392,1	489 410,1	414 383,3	263 272,3	165 191,4	119 147,3	326 309,3
TOLEDO	142 171,2	235 254,9	351 341,4	482 420,7	524 421,2	592 455,6	699 548,1	637 534,3	482 446,3	288 298,2	168 194,8	120 148,5	393 372,8
LATITUD: 41													
AVILA	141 168,6	218 235,6	332 322,9	431 375,4	465 371,2	532 406,7	631 493,1	629 531,4	470 435,2	271 279,8	160 184,1	122 150,1	366 346,1
BARCELONA	178 212,8	275 297,2	340 330,7	378 329,2	458 365,6	456 348,6	524 409,5	449 379,3	367 339,8	298 307,7	192 220,9	164 201,7	339 320,6
GUADALAJARA	138 165	215 232,3	336 326,8	443 385,8	465 371,2	543 415,1	627 490	611 516,2	457 423,1	286 295,3	159 182,9	125 153,7	367 347
SALAMANCA	143 171	230 248,6	322 313,2	426 371	472 376,8	514 392,9	573 447,8	560 473,1	444 411,1	268 276,7	157 180,6	113 139	352 332,8
SEGOVIA	135 161,4	214 231,3	333 323,9	464 404,1	506 403,9	542 414,3	617 482,2	618 522,1	470 435,2	281 290,1	160 184,1	122 150,1	372 351,8
TARRAGONA	178 212,8	271 292,9	343 333,6	369 321,4	435 347,2	431 329,5	502 392,3	434 366,7	350 424,1	296 305,6	193 222	159 195,6	330 312
ZAMORA	126 150,7	214 231,3	326 317,1	415 361,4	551 439,8	498 380,7	539 421,2	521 440,2	419 388	265 273,6	157 180,6	110 135,3	345 326,2
LATITUD: 42													
BURGOS	112 132,5	182 195,6	292 284	376 325,7	426 338,6	462 350,9	506 392,5	465 387,2	393 363,9	244 251,3	140 160,1	103 125,4	308 289,4
GERONA	175 207,1	261 280,5	359 349,2	385 333,5	450 357,7	446 338,7	536 415,8	439 365,5	362 335,2	293 301,7	190 217,3	166 202	338 317,5
HUESCA	146 172,8	234 251,5	358 348,2	462 400,2	493 391,9	527 400,2	541 419,7	495 412,2	417 386,1	271 279,1	171 195,6	121 147,3	353 331,6
LERIDA	145 171,6	249 267,6	386 370	487 421,9	522 414,9	546 414,7	578 448,4	517 430,5	427 395,4	294 302,7	167 191	117 142,4	386 362,6
LOGROÑO	131 155	204 219,2	333 323,9	385 333,5	429 341	439 333,4	485 376,2	450 374,7	384 355,6	250 257,4	155 177,3	113 137,5	313 294
ORENSE	115 136,1	178 191,3	282 274,3	337 292	383 304,5	396 300,7	410 318,1	374 311,4	342 316,7	226 232,7	136 155,5	107 130,2	273 256,5
PALENCIA	129 152,7	217 233,2	330 321	430 372,5	476 378,4	519 394,2	568 440,6	515 428,8	420 388,9	266 273,9	158 180,7	111 135,1	344 323,2
PONTEVEDRA	140 165,7	219 235,4	343 333,6	365 316,2	422 335,5	445 338	492 381,7	433 360,5	361 334,3	304 313	175 200,1	147 178,9	320 300,6
SORIA	130 153,8	185 198,8	306 297,6	395 342,2	464 368,8	480 364,5	552 428,2	504 419,7	408 377,8	252 259,5	153 175	118 143,6	329 309,1
VALLADOLID	124 146,7	219 235,4	350 340,4	445 385,5	495 393,5	540 410,1	616 477,9	567 472,1	459 425	283 291,4	160 183	109 132,7	364 342
ZARAGOZA	145 171,6	247 265,4	379 368,6	386 334,4	554 440,4	556 422,3	564 437,5	522 434,7	436 403,7	276 284,2	166 189,9	137 166,7	364 342
LATITUD: 43													
BILBAO	140 165	193 204,9	279 270,7	276 238,4	352 278,3	344 259,2	387 297,4	319 263,7	308 284,5	251 257,5	149 169,1	130 156,1	260 242,7
LA CORUÑA	139 163	200 212,4	285 276,5	282 243,6	359 283,8	370 278,8	397 305,1	349 288,5	339 313,1	278 285,2	161 182,7	133 159,7	278 259,5
LEON	123 145	206 218,7	333 323,1	423 365,4	474 374,7	502 378,3	560 430,4	483 399,3	445 411,1	255 261,6	159 180,4	116 139,3	339 316,4
LUGO	113 133,2	170 180,5	273 264,9	319 275,5	364 287,8	375 282,6	382 293,6	357 295,1	329 303,9	219 224,7	132 149,8	104 124,9	261 243,6
OVIEDO	139 163,8	193 204,9	275 266,8	283 244,4	357 282,2	344 259,2	416 319,7	338 279,4	307 283,6	255 261,6	149 169,1	128 153,7	265 247,3
PAMPLONA	121 142,6	180 191,1	312 302,7	351 303,2	414 327,3	446 336,1	482 370,4	422 348,9	405 374,1	257 263,7	146 165,7	113 135,7	304 283,8
S. SEBASTIAN	139 163,8	192 203,9	281 272,6	272 234,9	346 273,5	385 290,1	380 292	310 256,3	313 289,1	261 267,8	154 147,7	130 156,1	259 241,7
SANTANDER	140 165	196 208,1	276 267,8	280 241,8	363 287	344 259,2	399 306,6	323 267	307 283,6	260 266,8	152 172,5	135 162,1	264 246,4
VITORIA	119 140,3	168 178,4	270 261,9	319 275,5	364 287,8	385 290,1	404 310,5	395 326,6	234 317,8	434 240,1	134 152,1	104 124,9	270 252