

Departamento de Engenharia Electrotécnica Secção de Electrotecnia e Máquinas Eléctricas

Controlo de Motor Assíncrono Aplicado a Veículos Eléctricos

Samuel Alexandre Magarreiro Granadeiro

Dissertação apresentada na Faculdade de Ciência e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Electrotécnica e Computadores

Orientador: Professor Mário Fernando Ventim Neves Co-orientador: Assistente Pedro Miguel Ribeiro Pereira

Monte da Caparica, Julho de 2009

Agradecimentos

Gostaria de agradecer a todos aqueles que dedicaram algum do seu tempo e ajuda, tornando possível a realização da presente tese.

Resumo

O crescimento da população mundial, associado ao aumento do número de veículos rodoviários tem suscitado questões relativas ao aumento das emissões poluentes, assim como à escassez de reservas petrolíferas.

Torna-se pois necessário adoptar medidas que contrariem a situação actual, através do desenvolvimento de diferentes métodos de conversão e armazenamento de energia, possibilitando a redução substancial de emissões nocivas e consumo energético.

O recurso a motores eléctricos permite atingir os referidos objectivos, possibilitando a concepção de veículos eléctricos, híbridos ou de células de combustível.

O âmbito da presente dissertação tem como objectivo o controlo do motor assíncrono como método de propulsão de um veículo eléctrico, tendo em conta as características inerentes ao funcionamento de um veículo rodoviário.

Abstract

The global population growth, associated with an increase in the number of road vehicles has raised questions concerning the increase in polluting emissions, as well as the scarcity of oil reserves.

It is therefore necessary to take measures to counter the present situation through the development of different methods of energy conversion and storage of energy, allowing the substantial reduction of harmful emissions and energy consumption.

The use of electric motors allows the fulfilment of those objectives, enabling the design of electric vehicles, hybrid, or fuel cell vehicles.

The scope of this dissertation is aimed at controlling the asynchronous motor as a method of propulsion of an electric vehicle, taking into account the inherent characteristics of the operation of a road vehicle.

Lista de Símbolos

Toda a simbologia presente neste documento encontra-se definida localmente. Contudo, apresenta-se seguidamente a lista com os principais símbolos utilizados.

В	Coeficiente de atrito viscoso	[N.m.s]
D	Factor de amortecimento	
f	Frequência de alimentação	[Hz]
f_e	Frequência de sincronismo	[Hz]
I_s	Corrente no estator	[A]
\hat{I}_s	Valor de Pico da Corrente no estator	[A]
I_r	Corrente no rotor	[A]
I_r	Corrente no rotor reduzida ao estator	[A]
\hat{I}_r '	Valor de Pico da Corrente no rotor reduzida ao estator	[A]
I_m	Corrente de magnetização	[A]
i_a	Corrente na fase a do estator da máquina assíncrona	[A]
i_b	Corrente na fase b do estator da máquina assíncrona	[A]
i_c	Corrente na fase c do estator da máquina assíncrona	[A]
i_a^*	Corrente de referência na fase a do estator da máquina assíncrona	[A]
i_b^*	Corrente de referência na fase b do estator da máquina assíncrona	[A]
i_c^*	Corrente de referência na fase c do estator da máquina assíncrona	[A]
i_{ds}	Componente de Corrente no estator segundo o eixo directo d	[A]
i_{qs}	Componente de Corrente no estator segundo o eixo em quadratura q	[A]
i_{dr}	Componente de Corrente no rotor segundo o eixo directo d	[A]
i_{qr}	Componente de Corrente no rotor segundo o eixo em quadratura q	[A]
J	Momento de inércia	[Kg.m ²]
K_p	Componente proporcional do controlador PI	
K_i	Componente integral do controlador PI	
l	Espessura do entreferro da máquina assíncrona	[m]
Ll_s	Indutância de dispersão do Estator	[H]
Ll_r	Indutância de dispersão do Rotor	[H]
Ll_r	Indutância de dispersão do Rotor reduzida ao estator	[H]
L_s	Indutância própria do Estator	[H]

Lista de Símbolos

L_r	Indutância própria do Rotor	[H]
L_r	Indutância própria do Rotor reduzida ao estator	[H]
L_m	Indutância mútua	[H]
N _{esp}	Número de espiras de um enrolamento da máquina assíncrona	
Ν	Relação de transformação	
N _{nom}	Velocidade nominal de funcionamento	[RPM]
N_e	Velocidade do campo girante do estator ou velocidade de sincronismo	[RPM]
р	Número de pares de pólos	
P_{in}	Potência de entrada	[W]
P_{g}	Potência no Entreferro	[W]
P_m	Potência mecânica de saída	[W]
R_s	Resistência do estator	[Ω]
R_r	Resistência do rotor	[Ω]
$R_r^{'}$	Resistência do rotor reduzida ao estator	[Ω]
R_m	Resistência de magnetização	[Ω]
S	Escorregamento	
Т	Período	[s]
T_e	Binário electromagnético	[N.m]
T_c	Binário de carga	[N.m]
t_s	Tempo de estabelecimento da resposta	[s]
U_{DC}	Tensão contínua de alimentação do inversor trifásico	[V]
U_{Bat}	Tensão nominal da bateira	[V]
U_{nom}	Tensão nominal de alimentação	[V]
U_s	Tensão simples no estator	[V]
$\overline{U_s}$	Vector de tensão simples no estator	[V]
U_r	Tensão simples no rotor	[V]
U_r	Tensão simples no rotor reduzida ao estator	[V]
U_m	Tensão de magnetização	[V]
u_a	Tensão simples na fase a do estator da máquina assíncrona	[V]
u_b	Tensão simples na fase b do estator da máquina assíncrona	[V]
<i>u</i> _c	Tensão simples na fase c do estator da máquina assíncrona	[V]
u_{α}	Componente de tensão segundo o eixo α no referencial $\alpha\beta$	[V]
u_{α}	Componente de tensão segundo o eixo β no referencial $\alpha\beta$	[V]

Lista de Símbolos

u_{ds}	Componente de tensão no estator segundo o eixo directo d	[V]
u_{qs}	Componente de tensão no estator segundo o eixo em quadratura q	[V]
<i>U</i> _{dr}	Componente de tensão no rotor segundo o eixo directo d	[V]
<i>u_{qr}</i>	Componente de tensão no rotor segundo o eixo em quadratura q	[V]
Z_{eq}	Impedância equivalente da máquina assíncrona	[Ω]
δ	Largura dos pulsos de comando dos IGBT's	
$ heta_e$	Posição do vector de fluxo ligado no rotor	[rad]
σ	Factor de dispersão	
$ au_s$	Constante de tempo de magnetização do estator	[s]
$ au_r$	Constante de tempo de magnetização do rotor	[s]
ψ_m	Fluxo de magnetização	[Wb]
$\hat{oldsymbol{\psi}}_{\scriptscriptstyle m}$	Valor de Pico do Fluxo de magnetização	[Wb]
ψ_{dm}	Componente de fluxo de magnetização segundo o eixo directo d	[Wb]
ψ_{qm}	Componente de fluxo de magnetização segundo o eixo em quadratura q	[Wb]
ψ_s	Fluxo ligado no estator	[Wb]
$\overline{\boldsymbol{\psi}_s}$	Vector de Fluxo ligado no estator	[Wb]
ψ_r	Fluxo ligado no rotor	[Wb]
ψ_{ds}	Componente de fluxo ligado no estator segundo o eixo directo d	[Wb]
ψ_{qs}	Componente de fluxo ligado no estator segundo o eixo em quadratura q	[Wb]
ψ_{dr}	Componente de fluxo ligado no rotor segundo o eixo directo d	[Wb]
$\psi_{dr\ est}$	Componente estimada de fluxo ligado no rotor segundo o eixo directo d	[Wb]
ψ_{drnom}	Componente de fluxo nominal ligado no rotor segundo o eixo directo d	[Wb]
ψ_{dr} ref	Componente de referência de fluxo ligado no rotor segundo o eixo	
	directo d	[Wb]
ψ_{qr}	Componente de fluxo ligado no rotor segundo o eixo em quadratura q	[Wb]
ω_e	Velocidade do campo girante do estator ou velocidade de sincronismo	[rad.s ⁻¹]
$\omega_{e nom}$	Velocidade nominal de sincronismo	[rad.s ⁻¹]
ω_r	Velocidade eléctrica de rotação do rotor	[rad.s ⁻¹]
ω_m	Velocidade mecânica de rotação do rotor	[rad.s ⁻¹]
ω_{sl}	Velocidade do campo girante do estator em relação ao rotor	[rad.s ⁻¹]
ω_{nom}	Velocidade nominal de funcionamento	[rad.s ⁻¹]
ω_n	Frequência natural	[rad.s ⁻¹]

Índice de Matérias

Agradecimentos	i
Resumo	ii
Abstract	iii
Lista de Símbolos	iv
Índice de Matérias	vii
Índice de Figuras	xiii
Índice de Tabelas	xvi
1. Introdução	1
2. Estado da Arte	2
2.1. O Veículo Eléctrico	2
2.2. Tipos de Veículos Eléctricos	2
2.2.1. Veículo Eléctrico de Baterias	3
2.2.1.1. Constituição	3
2.2.1.2. Configurações	5
2.2.1.3. Veículos Eléctricos de Baterias Produzidos	6
2.2.2. Veículo Eléctrico Híbrido	7
2.2.2.1. Características	7
2.2.2.2. Configurações	7
2.2.2.1. Configuração Híbrida Série	8
2.2.2.2. Configuração Híbrida Paralelo	10
2.2.2.3. Configuração Híbrida Série – Paralelo	12
2.2.2.3. Veículos Eléctricos Híbridos Produzidos	14
2.2.3. Veículo Eléctrico de Células de Combustível	14
2.2.3.1. Características	14
2.2.3.2. Classificação de Células de Combustível	16
2.2.3.3. Protótipos	16
2.3. Sistemas de Propulsão Eléctrica	17
2.3.1. Motor de Corrente Contínua	17
2.3.2. Motor de Indução	19

2.3.3. Motor de Magnetos Permanentes	21
2.3.4. Motor de Relutância Comutado	22
2.3.5. Comparação de Sistemas de Propulsão Eléctrica	24
2.3.6. Análise Futura	24
2.4. Comando e Controlo da Máquina de Indução	25
2.4.1. Comando Escalar	25
2.4.1.1. Comando por Variação do Número de Pólos	26
2.4.1.2. Comando por Variação do Escorregamento	26
2.4.1.3. Comando por Variação da Tensão de Alimentação	27
2.4.1.4. Comando por Variação de Frequência	28
2.4.1.5. Comando por variação de Tensão de Alimentação e Frequência (U/f con	stante)
	29
2.4.1.5.1. Comando U/f em malha aberta	29
2.4.1.5.2. Controlo U/f em malha fechada com regulação de escorregamento	30
2.4.1.6. Controlo por Variação de Corrente e Escorregamento	32
2.4.2. Controlo por Orientação de Campo	33
2.4.2.1. Controlo Directo	35
2.4.2.2. Controlo Indirecto	37
2.4.3. Controlo Directo de Binário	38
2.4.4. Comparação de Métodos de Controlo	41
3. Transformações de Referencial	42
3.1. Transformações Trifásicas	42
3.1.1. Transformação de Fortescue	42
3.1.2. Transformação Polifásica – Ortogonal Difásica	42
3.1.3. Transformação de Clarke	43
3.1.4. Transformação de Park	44
4. Máquina Assíncrona	46
4.1. Campo Magnético Girante	46
4.2. Velocidade e Escorregamento	47
4.3. Circuito Equivalente por Fase	48

Índice de Matérias

4.4. Análise de Potências	50
4.5. Binário Electromagnético	50
4.6. Característica Binário - Velocidade	
4.7. Regiões de Funcionamento	
4.8. Modelo Dinâmico	
4.8.1. Transformação de Coordenadas	
4.8.1.1. Transformação entre o referencial <i>abc</i> e $\alpha\beta$	
4.8.1.2. Transformação entre o referencial $\alpha\beta$ e dq	
4.8.2. Equação do circuito trifásico equilibrado da Máquina Assíncrona nos refe	renciais
lphaeta e dq	
4.8.2.1. Equivalência entre referencial <i>abc e αβ</i>	
4.8.2.2. Equivalência entre referencial $\alpha\beta \ e \ dq$	60
4.8.3. Modelo Dinâmico de Quinta Ordem	60
4.8.3.1. Equações de Tensão no Estator e no Rotor	60
4.8.3.2. Equação do Binário Electromagnético	
4.8.3.3. Equações do modelo dinâmico em função de i_s e ψ_r	
5. Método de Controlo da Máquina de Indução	
5.1. Controlo Indirecto por Orientação de Campo	
5.1.1. Princípios do Controlo por Orientação de Campo	68
5.1.2. Controlo por orientação de campo em malha aberta	69
5.1.2.1. Componente directa i_{ds} * da corrente no estator	69
5.1.2.2. Componente em quadratura i_{qs}^* da corrente no estator	70
5.1.2.3. Posição θ_e do vector de fluxo ligado no rotor ψ_r	71
5.1.2.4. Sistema trifásico de correntes a aplicar no estator	71
5.1.2.5. Esquema de controlo em malha aberta	72
5.1.3. Controlo indirecto por orientação de campo em malha fechada	73
5.1.3.1. Controlador Proporcional Integral de Velocidade	74
5.1.3.1.1. Dinâmica do Controlador PI	74
5.1.3.1.2. Dinâmica mecânica da máquina de indução	74
5.1.3.1.3. Representação da dinâmica no domínio s	75
5.1.3.1.4. Função de transferência do diagrama de controlo	

5.1.4. Controlo por orientação de campo em malha fechada com controlo de fluxo ligado
no rotor ψ_r
5.1.4.1. Sistema difásico de correntes medidas no estator
5.1.4.2. Referência de fluxo ligado no rotor
5.1.4.2.1. Valor nominal de fluxo ligado no rotor
5.1.4.2.2. Controlo na zona de enfraquecimento de fluxo
5.1.4.3. Estimador de fluxo ligado no rotor
5.1.4.4. Controlador Proporcional Integral de Fluxo
5.1.4.4.1. Dinâmica do fluxo ligado no rotor na máquina assíncrona
5.1.4.4.2. Representação da dinâmica mecânica no domínio s
5.1.4.4.3. Função de transferência do diagrama de controlo
6. Implementação e Resultados
6.1. Implementação em Matlab/Simulink [®] 85
6.1.1. Características da Máquina Assíncrona85
6.1.2. Algoritmo de controlo indirecto por orientação de campo
6.1.2.1. Referência de Fluxo86
6.1.2.2. Dimensionamento do controlador PI de Fluxo
6.1.2.3. Dimensionamento do controlador PI de Velocidade
6.1.2.4. Controladores de Histerese
6.1.3. Modelos Implementados
6.1.3.1. Inversor Trifásico alimentado por conjunto Fonte de Alimentação Trifásica
Alternada – Rectificador Trifásico
6.1.3.1.1. Implementação do modelo
6.1.3.1.2. Rectificador trifásico não controlado
6.1.3.1.3. Dimensionamento do Condensador de Filtragem
6.1.3.1.4. Circuito Dinâmico de Travagem91
6.1.3.2. Inversor Trifásico alimentado por conjunto Bateria - Conversor DC/DC de
dois quadrantes
6.1.3.2.1. Implementação do modelo93
6.1.3.2.2. Bateria
6.1.3.2.3. Conversor CC/CC de dois quadrantes

6.1.4. Simulação	98
6.1.4.1. Simulação do modelo 6.1.3.1.	98
6.1.4.1.1. Velocidade máxima de funcionamento	98
6.1.4.1.2. Análise de regimes de velocidade	99
6.1.4.1.3. Análise de regimes de velocidade para binário de carga aplicado	100
6.1.4.1.4. Limite de velocidade para fluxo nominal no rotor	100
6.1.4.2. Simulação do modelo 6.1.3.2.	101
6.1.4.2.1. Velocidade máxima de funcionamento	101
6.1.4.2.2. Análise de regimes de velocidade	101
6.1.4.2.3. Análise de regimes de velocidade para binário de carga aplicado	102
6.2. Implementação prática	103
6.2.1. Características da Máquina Assíncrona	103
6.2.2. Ensaios da Máquina Assíncrona	103
6.2.2.1. Relação de transformação	103
6.2.2.2. Resistência do estator	104
6.2.2.3. Ensaio em vazio	104
6.2.2.4. Ensaio em curto-circuito	105
6.2.2.5. Constantes mecânicas da máquina assíncrona	106
6.2.3. Algoritmo de controlo indirecto por orientação de campo	107
6.2.3.1. Referência de Fluxo	107
6.2.3.2. Dimensionamento do controlador PI de Fluxo	107
6.2.3.3. Dimensionamento do controlador PI de velocidade	107
6.2.4. Circuito Implementado	108
6.2.4.1. Inversor Trifásico alimentado por conjunto Fonte de Alimentação T	rifásica
Alternada – Rectificador Trifásico	108
6.2.4.1.1. Implementação do circuito de controlo	108
6.2.4.1.2. Material utilizado	108
6.2.5. Resultados Experimentais	109
7. Conclusões	110
8. Bibliografia	111
9. Glossário	113
Anexos	114

Anexo A – Modelos em Matlab/Simulink [®]	
Anexo A.1 - Algoritmo de controlo indirecto por orientação de campo	115
Anexo A.2 – Modelo de controlo para inversor trifásico alimentado por	conjunto Fonte
de Alimentação Trifásica Alternada - Rectificador Trifásico	116
Anexo A.3 – Modelo de controlo para inversor trifásico alimentado por o	conjunto Bateria
- Conversor DC/DC de dois quadrantes	117
Anexo B – Resultados de Simulação em Matlab/Simulink [®]	118
Anexo B.1 – Simulação do Modelo 6.1.3.1.	118
Anexo B.1.1 – Velocidade máxima de funcionamento	118
Anexo B.1.2 – Analise de diferentes regimes de velocidade	
Anexo B.1.3 - Analise de diferentes regimes de velocidade para b	inário de carga
aplicado	
Anexo B.1.4 – Limite de velocidade para fluxo nominal no rotor	
Anexo B.2 – Simulação do Modelo 6.1.3.2.	
Anexo B.2.1 – Velocidade máxima de funcionamento	
Anexo B.2.2 – Analise de diferentes regimes de velocidade	
Anexo B.2.3 - Analise de diferentes regimes de velocidade para b	inário de carga
aplicado	
Anexo C – Circuito Implementado na Prática	

Índice de Figuras

Figura 2.1 – Esquema de constituição de um veículo eléctrico de baterias	4
Figura 2.2 - Diferentes configurações de veículos eléctricos de baterias	5
Figura 2.3 – Configuração Híbrida Série	8
Figura 2.4 – Configuração Série a velocidade reduzida	8
Figura 2.5 – Configuração Série durante aceleração	8
Figura 2.6 – Configuração Série em velocidade constante	9
Figura 2.7 – Configuração Série durante a travagem	9
Figura 2.8 – Configuração Híbrida Paralelo	10
Figura 2.9 – Configuração Paralelo no processo de ligação	10
Figura 2.10 – Configuração Paralelo durante aceleração	10
Figura 2.11 – Configuração Paralelo em velocidade constante	11
Figura 2.12 – Configuração Paralelo durante a travagem	11
Figura 2.13 – Configuração Híbrida Série-Paralelo	12
Figura 2.14 – Configuração Série-Paralelo a velocidade reduzida	12
Figura 2.15 – Configuração Série-Paralelo durante aceleração	13
Figura 2.16 – Configuração Série-Paralelo a velocidade constante	13
Figura 2.17 – Configuração Série-Paralelo durante a travagem	13
Figura 2.18 – Constituição e Reacções numa Célula de Combustível	15
Figura 2.19 – Ilustração de motor de corrente contínua de dois pólos	17
Figura 2.20 – Exigências de tracção eléctrica	18
Figura 2.21 – Ilustração típica do motor de indução	19
Figura 2.22 – Características do Motor de Indução	20
Figura 2.23 – Característica Binário-Velocidade do motor de magnetos permanentes	21
Figura 2.24 – Característica Binário-Velocidade do motor de magnetos permanentes o	com
controlo do ângulo de condução	22
Figura 2.25 – Ilustração de típica de motor de relutância comutado	22
Figura 2.26 – Característica Binário-Velocidade	23
Figura 2.27 – Características Binário-Velocidade para binário de carga constante, no coma	ndo
por variação do número de pares de pólos	26
Figura 2.28 – Características Binário-Velocidade, no comando por variação	do
escorregamento	27

Figura 2.29 - Características Binário-Velocidade, no comando por variação da tensão de
alimentação28
Figura 2.30 – Características Binário-Velocidade, no comando por variação de frequência 28
Figura 2.31 – Controlador de Tensão e Frequência, método U/f, em malha aberta
Figura 2.32 - Características Binário-Velocidade, no comando por variação de tensão de
alimentação e frequência (V/f constante)
Figura 2.33 – Controlo U/f em malha aberta com regulação de escorregamento
Figura 2.34 – Efeito das variações de binário de carga
Figura 2.35 – Efeito das variações de tensão de alimentação
Figura 2.36 – Controlo por variação Corrente/Escorregamento
Figura 2.37 – Representação do motor de corrente contínua
Figura 2.38 – Referencial de fluxo rotórico
Figura 2.39 – Esquema de controlo directo por orientação de campo
Figura 2.40 – Esquema de controlo indirecto por orientação de campo
Figura 2.41 – Esquema de Controlo Directo de Binário
Figura 2.42 – Trajectória do vector de fluxo estatórico
Figura 2.43 - Vectores de Tensão a aplicar pelo inversor à máquina assíncrona e a
correspondente variação do fluxo estatórico no tempo Δt
Figura 2.44 – Representação vectorial do fluxo para diferentes valores de binário
Figura 3.1 – Relação entre os eixos <i>abc</i> e $\alpha\beta$ para a transformação de Clarke
Figura 3.2 – Relação entre os eixos <i>abc</i> e <i>dq</i> para a transformação de Park
Figura 4.1 - Variação temporal da distribuição sinusoidal no espaço do campo magnético,
num enrolamento percorrido por uma corrente sinusoidal no tempo
Figura 4.2 - Circuito equivalente por fase da máquina de indução, representando a ligação
magnética estator-rotor
Figura 4.3 - Circuito equivalente por fase da máquina assíncrona, reduzido ao estator
Figura 4.4 – Diagrama vectorial do circuito equivalente por fase
Figura 4.5 - Circuito equivalente por fase da máquina assíncrona, desprezando a queda de
tensão no ramo longitudinal de entrada51
Figura 4.6 - Característica binário – velocidade da máquina assíncrona
Figura 4.7 – Zonas de funcionamento da máquina de indução em regime permanente e limites
admissíveis em regime transitório53
Figura 4.8 – Características do motor de indução nas zonas de binário constante e
enfraquecimento de fluxo, em função da velocidade53

Figura 4.9 – Acoplamento entre as fases do estator e do rotor
Figura 4.10 – Modelo equivalente difásico do estator e rotor
Figura 4.11 – Transformação entre referencial <i>abc</i> e $\alpha\beta$
Figura 4.12 – Transformação entre referencial $\alpha\beta$ e dq
Figura 4.13 – Circuito trifásico com acoplamento magnético, esquematizado nas coordenadas
reais <i>abc</i>
Figura 4.14 – Circuito equivalente do modelo dinâmico, relativo ao eixo directo61
Figura 4.15 – Circuito equivalente do modelo dinâmico, relativo ao eixo de quadratura q 62
Figura 4.16 – Diagrama Vectorial do Circuito equivalente por fase
Figura 5.1 – Referencial de fluxo rotórico69
Figura 5.2 – Esquema de controlo de binário e fluxo em malha aberta
Figura 5.3 – Esquema de controlo por orientação de campo inserido numa malha fechada de
controlo de velocidade com controlador PI73
Figura 5.4 – Diagrama de controlo de velocidade em malha fechada75
Figura 5.5 – Diagrama de controlo de velocidade em malha fechada anulando $T_c(s)$
Figura 5.6 – Diagrama de controlo de velocidade em malha fechada anulando $\omega_m(s)^*$
Figura 5.7 – Controlo por orientação de campo em malha fechada com controlo de fluxo78
Figura 5.8 – Estimador de Fluxo
Figura 5.9 – Diagrama de controlo do fluxo ligado no rotor em malha fechada
Figura 6.1 - Rectificador trifásico não controlado constituído por diodos e condensador de
filtragem
Figura 6.2 – Formas de onda das tensões na entrada (a) e saída (b) do rectificador90
Figura 6.3 – Circuito Dinâmico de Travagem92
Figura 6.4 – Conversor CC/CC de dois quadrantes94
Figura 6.5 – Formas de onda relativas ao funcionamento do conversor CC/CC como elevador
(a) e redutor (b) de tensão94
Figura 6.6 – Circuito equivalente do conversor estando apenas Q_2 à condução
Figura 6.7 – Circuito equivalente por fase da máquina assíncrona para o ensaio em vazio 105
Figura 6.8 - Circuito equivalente por fase da máquina assíncrona para o ensaio em curto-
circuito

Índice de Tabelas

Tabela 2.1 - Características de veículos eléctricos	3
Tabela 2.2 – Características de Veículos eléctricos de baterias produzidos	6
Tabela 2.3 – Alguns Veículos Eléctricos Híbridos produzidos	14
Tabela 2.4 – Conteúdo Energético de alguns combustíveis	15
Tabela 2.5 - Características Típicas de Células de combustível	16
Tabela 2.6 – Alguns protótipos de veículos eléctricos de células de combustível	16
Tabela 2.7 - Análise do Peso, Rendimento e Custo de Motores Eléctricos	24
Tabela 2.8 – Vectores a aplicar ao inversor trifásico para os diferentes sectores	40

1. Introdução

Nos próximos 50 anos, o crescimento da população mundial aumentará de 6 para 10 mil milhões, originando um aumento do número de veículos rodoviários de 700 milhões para cerca de 2,5 mil milhões. Sendo maioritariamente propulsionados por motores de combustão interna (ICE), surgem questões referentes às reservas petrolíferas existentes, assim como às emissões poluentes que se traduzem no aquecimento global [Chan, 2002].

O desenvolvimento de métodos de armazenamento de energia eléctrica, associado à descoberta de novos métodos de conversão de energia, possibilitou o aparecimento de um novo método de propulsão menos poluente e silencioso [Wesbrook, 2001].

Num mundo onde a protecção ambiental e a conservação de energia são preocupações cada vez mais em foco, o desenvolvimento de veículos eléctricos tem revelado um notório crescimento, com o intuito de satisfazer as referidas preocupações, proporcionando um meio de transporte caracterizado por emissões poluentes reduzidas ou mesmo nulas, contribuindo para a redução da poluição ambiental [Chan, 2002].

Presentemente, a comercialização de veículos eléctricos tornou-se uma realidade, sendo possível encontrar alguns modelos no mercado. Estes oferecem uma forma segura, eficiente, e amiga do ambiente, permitindo a utilização de diversas formas de energias renováveis, apresentando igualmente potencial a nível de promoção tecnológica, inovação industrial, e desenvolvimento económico [Chan, 2002].

A proposta de dissertação incide no controlo de motor assíncrono ou igualmente designado motor de indução, como método de propulsão de um veículo eléctrico.

No capítulo dois, procede-se a uma análise superficial de diversos conceitos inerentes à concepção de um veículo eléctrico. São analisados os diferentes tipos de veículos eléctricos, os sistemas de propulsão eléctrica mais comuns, assim como alguns dos métodos de comando e controlo da máquina de indução.

No capítulo três são referenciadas algumas transformações de referencial, que não tendo sido leccionadas no âmbito do Mestrado Integrado em Engenharia Electrotécnica e Computadores, são importantes no desenvolvimento de métodos de controlo da máquina assíncrona.

O capítulo quatro consiste na representação da máquina assíncrona através de um modelo dinâmico de quinta ordem, sendo o método de controlo indirecto por orientação de campo da máquina assíncrona desenvolvido no capítulo cinco.

No capítulo seis procede-se à implementação do referido método e respectiva análise de resultados, sendo o capítulo sete destinado às conclusões globais sobre a tese desenvolvida.

2. Estado da Arte

2.1. O Veículo Eléctrico

Conforme a definição, um veículo eléctrico (EV) envolve propulsão eléctrica. Inventado em 1834, foram produzidos inúmeros veículos durante o fim do século XIX e inícios do século XX. As limitações associadas ao armazenamento de energia em baterias e o elevado custo de produção comparativamente aos veículos de motor de combustão interna, originou o desaparecimento dos veículos eléctricos do mercado. No início dos anos 70 do século XX, verificou-se novo interesse no seu desenvolvimento, resultado da crise energética existente e das preocupações ambientais a nível mundial [Chan, 2002].

Presentemente, o maior impulsionador no desenvolvimento de veículos eléctricos foi a imposição verificada na Califórnia, exigindo que em 1998, 2% dos veículos ligeiros vendidos por empresas vendedoras de mais de 35 000 veículos por ano, fossem veículos de emissões poluentes nulas (ZEV). Esta percentagem deveria aumentar para 5% em 2001 e para 10 % em 2003, abrangendo então empresas vendedoras de mais de 3000 veículos por ano [Wesbrook, 2001].

2.2. Tipos de Veículos Eléctricos

Veículos eléctricos de baterias (BEV), veículos eléctricos híbridos (HEV), e veículos eléctricos de células de combustível (FCEV) são considerados presentemente, os principais tipos de veículos eléctricos [Chan, 2002].

Sendo a densidade de energia existente em baterias inferior à da gasolina, o desenvolvimento de células de combustível tem aumentado nos últimos anos. Apesar de mais complexo e dispendioso, o desenvolvimento comercial de veículos eléctricos híbridos permitiu o aumento de desempenho e autonomia dos veículos eléctricos. De modo a diminuir o custo, têm sido realizados esforços de melhoramento de diversos subsistemas eléctricos dos veículos híbridos (motor eléctrico, electrónica de potência, unidades de gestão de energia, baterias) [Chan, 2002].

Os referidos tipos de veículos eléctricos encontram-se actualmente em fases distintas de desenvolvimento, enfrentando diferentes desafios e requerendo diferentes estratégias.

A tabela 2.1 ilustra as principais características destes diferentes tipos de veículos.

Tipos de	Veículos Eléctricos de	Veículos Eléctricos Híbridos	Veículos Eléctricos de	
Veículos	Baterias		Células de Combustível	
Eléctricos				
Propulsão	Motor Eléctrico	Motor Eléctrico	Motor Eléctrico	
		Motor de Combustão Interna		
Sistema de	• Bateria	• Bateria	Células de Combustível	
Energia	Supercondensadores	Supercondensadores		
		Motor de Combustão Interna		
Fonte de Energia	• Energia da rede eléctrica	• Postos de abastecimento de	Hidrogénio	
& Infra-		combustível	Metanol ou Gasolina	
Estrutura		• Energia da rede eléctrica	• Etanol	
		(Opcional)		
Características	• Emissão poluente nula	• Emissão poluente reduzida	• Emissão poluente nula ou	
	• Independência do	Longa Autonomia	muito reduzida	
	petróleo	Dependência do petróleo	• Alta eficiência energética	
	• Autonomia de 100-200	• Estrutura complexa	Independência do petróleo	
	Km	Disponível comercialmente	• Autonomia satisfatória	
	Elevado custo inicial		Elevado custo	
	Disponível		• Tecnologia em	
	comercialmente		desenvolvimento	
Principais	• Gestão da bateria	• Gestão de múltiplas fontes de	• Custo da célula de	
Questões	• Propulsão de alto	energia	combustível	
	desempenho	• Dependente do ciclo de	• Processamento de	
	• Facilidades de	condução	combustível	
	carregamento energético	• Gestão e dimensões da bateria	• Sistema de reabastecimento	
			de combustível	

Tabela 2.1 - Características de veículos eléctricos [Chan, 2002]

2.2.1. Veículo Eléctrico de Baterias

2.2.1.1. Constituição

O fluxo de energia nos veículos eléctricos de baterias ocorre principalmente em cabos eléctricos flexíveis, em detrimento das ligações mecânicas verificadas nos veículos de combustão interna, adoptando uma configuração de subsistemas distribuídos. A utilização de diferentes sistemas de propulsão implica diferenças na configuração do sistema, assim como a utilização de diferentes fontes de armazenamento de energia implica diferentes formas de reabastecimento [Chan, 2002].

Na figura 2.1, ilustra-se a constituição de um veículo eléctrico de baterias, constituído pelo subsistema de propulsão eléctrica, subsistema de fonte de armazenamento de energia, e subsistema auxiliar.



Figura 2.1 – Esquema de constituição de um veículo eléctrico de baterias [Chan, 2002]

Através das entradas de controlo dos pedais de travão e acelerador do veículo, o controlador electrónico disponibiliza sinais de controlo adequados à ligação e corte dos dispositivos de electrónica de potência, cuja função incide na regulação do fluxo de energia entre a fonte de armazenamento de energia e o motor eléctrico. O sentido inverso de fluxo de energia, deve-se à energia regenerativa originada pelo processo de travagem num veículo eléctrico, sendo esta armazenada na fonte de armazenamento de energia.

A unidade de gestão de energia colabora com o controlador electrónico de modo a controlar a recuperação de energia regenerativa de travagem, cooperando igualmente com a unidade de reabastecimento de energia, de modo a controlar o respectivo reabastecimento.

A fonte auxiliar de energia disponibiliza a potência necessária com diferentes níveis de tensão para todos os módulos auxiliares, como o controlo de temperatura e unidade de controlo de direcção [Chan, 2002].

2.2.1.2. Configurações

Devido a variações na propulsão eléctrica e nas fontes de armazenamento de energia, existem seis diferentes configurações de veículos eléctricos de baterias, ilustradas na figura 2.2.



Na configuração A, constituída pelo motor eléctrico, embraiagem, caixa de velocidades, e diferencial, o motor acciona as rodas dianteiras (tracção dianteira).

Na configuração B, substituindo a caixa de velocidades por uma engrenagem fixa, torna-se possível proceder à remoção da embraiagem, diminuindo o peso e tamanho do mecanismo de transmissão. Esta configuração é constituída apenas pelo motor eléctrico, engrenagem fixa, e diferencial.

Integrando o conceito de motor frontal e tracção dianteira transversal, a configuração C é constituída pelo motor eléctrico, engrenagem fixa, e diferencial, integrados num eixo entre as rodas motrizes.

Na configuração D, a acção do diferencial em curvas pode ser electronicamente disponibilizada por 2 motores eléctricos operando a diferentes velocidades, conduzindo separadamente as duas rodas motrizes, através de uma engrenagem fixa.

De modo a reduzir o caminho mecânico de transmissão entre o motor eléctrico e as rodas motrizes, na configuração E o motor eléctrico é colocado no interior das rodas, associado a uma engrenagem planetária fixa, que reduz a velocidade do motor para a velocidade desejável na roda.

Eliminando a existência de qualquer engrenagem, na configuração F, o motor eléctrico é directamente aplicado às rodas, possuindo um rotor exterior de baixa velocidade. Neste caso, o controlo de velocidade do motor eléctrico é equivalente ao controlo da velocidade das rodas, e consequentemente do veículo.

A escolha das configurações apresentadas depende do tamanho e aplicação do veículo eléctrico. Presentemente, as configurações B e C são as mais populares, enquanto as configurações E e F têm sido utilizadas meramente para demonstrações ou produção em pequena escala [Chan, 2002].

2.2.1.3. Veículos Eléctricos de Baterias Produzidos

A tabela 2.2 apresenta características de vários veículos eléctricos de baterias recentemente em comercialização.

Fabricante	Citroen	Ford	GM	Honda	Toyota
Nome do modelo	AX/ Saxo Electrique	Th!nk City	EV1	EV plus	RAV4
Sistema De Propulsão	Motor de Corrente	Motor de Indução	Motor de Indução	Motor Síncrono de	Motor Síncrono de
	Continua de	Trifásico	Trifásico	Magnetos	Magnetos
	excitação			Permanentes	Permanentes
	independente				
Tipo de Bateria	Níquel - Cádmio	Níquel - Cádmio	Ácida (Lead-acid -	Hidratos Metálicos	Hidratos Metálicos
	(NiCd)	(NiCd)	VRLA)	de Níquel (NiMH)	de Níquel (NiMH)
Potência Máxima (kW)	20	27	102	49	50
Tensão (V)	120	114	312	288	288
Capacidade Energética	12	11,5	16,2		27
da Bateria (kWh)					
Velocidade Máxima	91	90	129	129	125
(km/h)					
Autonomia Máxima	80	85	95	190	200
(km)					
Tempo de carga das	7	5-8	6	6-8	10
baterias (horas)					
Preço de venda ou	\$12300		\$399/mês	\$455/mês	\$45000
aluguer	(€ 8315)		(€ 270/mês)	(€ 308/mês)	(€ 30421)

Tabela 2.2 – Características de Veículos eléctricos de baterias produzidos [Wesbrook, 2001]

2.2.2. Veículo Eléctrico Híbrido

2.2.2.1. Características

Um veículo eléctrico híbrido caracteriza-se por possuir mais do que uma fonte de energia de propulsão, sendo a energia eléctrica, no mínimo, uma destas fontes. Verificam-se principalmente as seguintes combinações, no entanto formalizou-se o conceito de veículo híbrido como sendo a combinação do motor eléctrico e motor de combustão interna [Chan, 2002].

- Motor a gasolina de combustão interna Bateria
- Motor diesel de combustão interna Bateria
- Bateria Célula de Combustível
- Bateria Condensadores

A nível de funcionamento, os veículos eléctricos híbridos utilizam apenas o motor eléctrico, sempre que a potência deste é suficiente para satisfazer as condições de condução e do terreno. Quando a potência do motor eléctrico for insuficiente, recorre-se então ao motor de combustão interna.

No que respeita ao peso, as baterias deverão ser as mais leves possíveis, com o intuito de reduzir a energia utilizada apenas para o transporte destas. O período de tempo de funcionamento em modo eléctrico deverá ser o mais longo possível, de modo a reduzir as emissões poluentes provenientes do motor de combustão interna. Deste modo, o desafio na concepção de um veículo eléctrico híbrido é a gestão de múltiplas fontes de energia, adoptando diferentes configurações [Wesbrook, 2001].

2.2.2.2. Configurações

Presentemente, existem as seguintes configurações de veículos eléctricos híbridos:

- Híbrida Série
- Híbrida Paralelo
- Híbrida Série-Paralelo

2.2.2.1. Configuração Híbrida Série

Na configuração híbrida série, figura 2.3, o motor eléctrico é o único meio de fornecimento de energia às rodas. Recorrendo a um gerador, a potência mecânica de saída do motor de combustão interna (ICE) é convertida em potência eléctrica, sendo posteriormente combinada com a energia proveniente da bateria, através de um controlador electrónico que compara as exigências de condução com a velocidade do veículo e binário disponível do motor eléctrico, de modo a determinar a quantidade de energia fornecida pela bateria, e motor de combustão interna. [Wesbrook, 2001].



Figura 2.3 – Configuração Híbrida Série [Hybrid Center]

No funcionamento a baixas velocidades, o controlador electrónico requer unicamente energia da bateria para accionar o motor eléctrico, funcionando o veículo apenas em modo eléctrico. Os respectivos fluxos de energia deste modo de funcionamento encontram-se ilustrados na figura 2.4.



Figura 2.4 – Configuração Série a velocidade reduzida [Hybrid Center]

Na figura 2.5 representa-se o esquema de fluxo de energia em aceleração. O motor de combustão interna acciona o gerador, suplementando a energia proveniente da bateria.



Figura 2.5 – Configuração Série durante aceleração [Hybrid Center]

A velocidade constante, o motor de combustão acciona o gerador, fornecendo energia eléctrica para accionar o motor eléctrico, e se necessário, para recarregar a bateria. Este modo de funcionamento, figura 2.6, torna possível a redução de emissões poluentes.



Figura 2.6 - Configuração Série em velocidade constante [Hybrid Center]

Durante o processo de travagem, figura 2.7, o controlador electrónico possibilita o aproveitamento da energia regenerativa de travagem para recarregar a bateria, funcionando o motor eléctrico como gerador.



Figura 2.7 – Configuração Série durante a travagem [Hybrid Center]

A configuração híbrida série apresenta como vantagem, a possibilidade de colocação do motor de combustão interna em qualquer parte do veículo fora do compartimento de passageiros, visto não necessitar de nenhuma ligação mecânica, para além da ligação ao gerador eléctrico [Wesbrook, 2001]. Não se encontrando o motor de combustão acoplado às rodas, a gama de potência necessária no processo de arranque e paragem do veículo é mais reduzida, contribuindo para um maior rendimento [Hybrid Center].

Como desvantagens tem-se a necessidade de utilização de três máquinas: motor de combustão, gerador, e motor eléctrico, dimensionados para a máxima potência requerida no desempenho do veículo, tornando a concepção dispendiosa [Chan, 2002].

Igualmente, o rendimento total do sistema é reduzido devido ao processo de conversão de energia mecânica em eléctrica, armazenamento de uma porção desta energia na bateria, e posterior conversão da energia eléctrica em mecânica de modo a accionar as rodas. Esta configuração oferece melhor desempenho numa condução do tipo arranque-paragem [Wesbrook, 2001].

2.2.2.2. Configuração Híbrida Paralelo

Na configuração híbrida paralelo, figura 2.8, o motor de combustão interna e o motor eléctrico encontram-se acoplados ao eixo de transmissão do veículo através de duas embraiagens e uma caixa de velocidades, permitindo que a potência de propulsão seja fornecida por cada um em separado, ou por ambos simultaneamente [Chan, 2002].

Como na configuração híbrida série, o controlador electrónico compara as exigências de condução com a velocidade do veículo e binário do motor eléctrico, de modo a determinar a quantidade de energia fornecida pelas diferentes fontes, com o intuito de obter melhor rendimento, desempenho e redução de emissões [Wesbrook, 2001].



Figura 2.8 – Configuração Híbrida Paralelo [Hybrid Center]

Devido à inexistência de motor de arranque, no processo de ligação após a paragem do veículo num semáforo, o motor de combustão interna é ligado pela unidade do motor eléctrico, utilizando energia eléctrica da bateria, figura 2.9.



Figura 2.9 - Configuração Paralelo no processo de ligação [Hybrid Center]

No processo de aceleração, figura 2.10, o motor de combustão interna acciona as rodas, auxiliado quando necessário pela unidade de motor eléctrico, que converte em energia mecânica a energia eléctrica proveniente da bateria.



Figura 2.10 - Configuração Paralelo durante aceleração [Hybrid Center]

A velocidade constante, figura 2.11, as rodas são accionadas pelo motor de combustão. A energia mecânica adicional gerada por este é convertida em energia eléctrica pela unidade de gerador eléctrico, de modo a recarregar a bateria.



Figura 2.11 - Configuração Paralelo em velocidade constante [Hybrid Center]

No processo de travagem, figura 2.12, a unidade motor/gerador altera para modo regenerativo, convertendo a energia mecânica de travagem em energia eléctrica, recarregando as baterias.



Figura 2.12 – Configuração Paralelo durante a travagem [Hybrid Center]

Na configuração híbrida paralelo o motor de combustão interna é accionado somente para o veículo em movimento, excepto se a bateria possuir carga reduzida, diminuindo o ruído de deslocação. No entanto, o motor de combustão interna apenas pode ser colocado em determinadas posições do veículo, visto encontrar-se mecanicamente acoplado ao eixo de transmissão, apresentando uma maior variação de velocidades que na configuração série, dificultando a redução de emissões poluentes [Wesbrook, 2001].

Comparativamente à configuração série, existe um aumento de rendimento visto o motor de combustão interna se encontrar ligado directamente às rodas, existindo apenas uma única conversão de energia eléctrica em mecânica [Hybrid Center].

Um motor de combustão interna e um motor eléctrico de dimensões mais reduzidas que na configuração série, permitem atingir desempenhos semelhantes para um nível aceitável de carga da bateria. Para viagens de longo curso, apenas o motor de combustão interna necessita de ser dimensionado para a obtenção de máxima potência, enquanto o motor eléctrico fornece metade da máxima potência necessária [Chan, 2002].

2.2.2.3. Configuração Híbrida Série - Paralelo

A configuração híbrida série – paralela, figura 2.13, incorpora as principais características das configurações série e paralelo, agregando uma conexão mecânica adicional relativamente à configuração série, e um gerador adicional comparativamente à configuração paralelo [Chan, 2002].

Combinando as anteriores configurações, o motor de combustão interna pode accionar as rodas directamente, ou ser efectivamente desconectado das mesmas, sendo estas accionadas unicamente pelo motor eléctrico. Deste modo, o motor de combustão interna opera num regime de maior rendimento, funcionando a baixas velocidades como na configuração série, e assumindo o controlo em altas velocidades de modo a minimizar as perdas energéticas [Hybrid Center].



Figura 2.13 – Configuração Híbrida Série-Paralelo [Hybrid Center]

Na condução em baixa velocidade, figura 2.14, o distribuidor de potência direcciona o fluxo de potência da bateria para accionar o motor eléctrico, operando o veículo unicamente no modo eléctrico.



Figura 2.14 – Configuração Série-Paralelo a velocidade reduzida [Hybrid Center]

No processo de aceleração, figura 2.15, a potência proveniente do motor de combustão interna é encaminhada pelo distribuidor de potência através do gerador, de modo a suplementar a potência eléctrica proveniente da bateria.



Figura 2.15 – Configuração Série-Paralelo durante aceleração [Hybrid Center]

A velocidade constante, figura 2.16, o motor de combustão interna acciona o gerador, disponibilizando energia para accionar o motor eléctrico. Se necessário, energia adicional do gerador pode ser encaminhada para recarregar a bateria.



Figura 2.16 – Configuração Série-Paralelo a velocidade constante [Hybrid Center]

No processo de travagem, figura 2.17, a energia mecânica de travagem gerada é encaminhada pelo motor eléctrico, de modo recarregar as baterias.



Figura 2.17 – Configuração Série-Paralelo durante a travagem [Hybrid Center]

Apesar de possuir as características vantajosas das configurações série e paralelo, a configuração híbrida série - paralelo é relativamente mais complexa e economicamente dispendiosa, devido à necessidade de mais um gerador face a configuração paralelo, uma bateria maior, e um controlo de potência mais complexo. No entanto esta configuração apresenta um rendimento superior, comparativamente a cada uma das outras configurações [Hybrid Center].

2.2.2.3. Veículos Eléctricos Híbridos Produzidos

Na tabela 2.3 apresentam-se alguns veículos eléctricos híbridos recentemente em comercialização, sendo expostas algumas das suas principais características.

Fabricante	Honda	Toyota	Honda	
Nome do modelo	Insight	Prius	Civic	
Tipo de Híbrido	Paralelo	Paralelo	Paralelo	
ICE	Motor a gasolina VTEC	Motor de ciclo de Atkinson a	Motor a gasolina VTEC	
	'Lean Burn'	gasolina VVT	'Lean Burn'	
Capacidade (cm ³)	995	1497	1339	
(Motor Combustão Interna)				
Potência Máxima (kW)	50	57	69	
(Motor Combustão Interna)				
Motor Eléctrico	Motor de Magnetos	Motor Síncrono de Magnetos	Motor de Magnetos Permanentes	
	Permanentes sem escovas	Permanentes	sem escovas	
Potência Máxima (kW)	10	50	15	
(Motor Eléctrico)				
Tipo de Bateria	Hidratos Metálicos de Níquel	Hidratos Metálicos de Níquel	Hidratos Metálicos de Níquel	
	(NiMH)	(NiMH)	(NiMH)	
Tensão (V)	144	201,6	158	
Capacidade Energética da	0,94	1,9	0,87	
Bateria (kWh)				
Método de Recarga da	Energia Regenerativa de	Energia Regenerativa de	Energia Regenerativa de	
Bateria	Travagem	Travagem e Motor de Combustão	Travagem	
		Interna		
Transmissão	Transmissão Continuamente	Transmissão Continuamente	Transmissão Continuamente	
	Variável (CVT)	Variável Controlada	Variável (CVT)	
		Electronicamente		
Velocidade Máxima (km/h)	180	170	185	
Média de Consumo de	3,4	4,3	4,6	
Combustível (l/100km)				
Preço de venda	\$18000 (€ 12240)	\$21100 (€ 14350)	\$22600 (€ 15370)	

Tabela 2.3 – Alguns Veículos Eléctricos Híbridos produzidos [Wesbrook, 2001]

2.2.3. Veículo Eléctrico de Células de Combustível

2.2.3.1. Características

A célula de combustível (FC) é um dispositivo electroquímico que converte energia química de uma substância hidrogenada, em energia eléctrica. Contrariamente às baterias, produz energia eléctrica em vez de a armazenar, sendo alimentada por um combustível e um oxidante. Este método tem como vantagens uma eficiente e fiável conversão de energia eléctrica, ruído de funcionamento e emissões muito reduzidas, a recuperação do calor perdido, e rápido abastecimento de combustível [Chan, 2002].

A célula de combustível é constituída principalmente por um ânodo, um cátodo e um electrólito. O ânodo é uma interface entre o combustível e o electrólito, catalisando a reacção de oxidação do combustível e conduzindo os electrões para o circuito exterior. O cátodo fornece uma interface entre o oxigénio e o electrólito, catalisando a reacção de redução do oxigénio, recebendo os electrões do circuito exterior. Entre o ânodo e o cátodo, o electrólito realiza o transporte dos iões envolvidos nas reacções descritas, impedindo a condução de electrões [Chan, 2002].

Entre os diversos combustíveis não poluentes utilizados nas células de combustível, o hidrogénio devido ao seu alto conteúdo energético por unidade de peso, aparenta ser o ideal. A reacção verificada na célula de combustível entre o hidrogénio e o oxigénio, figura 2.18, origina simplesmente água e libertação de energia, expressão 2.1.



Figura 2.18 – Constituição e Reacções numa Célula de Combustível [Silva, 2004]

Apesar de se encontrar em abundância no universo, o hidrogénio não existe livre na Terra e por isso não é um recurso primário, derivando de recursos primários como hidrocarbonetos, metanol e carvão [Silva, 2004]. Na tabela 2.4 estão definidos os conteúdos energéticos de alguns combustíveis utilizados nas células de combustível, incluindo hidrogénio armazenado em diversas formas.

	Energia Especifica (Wh/kg)	Densidade Energética (Wh/l)
Hidrogénio Gasoso Comprimido	33600	600
Hidrogénio Liquido	33600	2400
Hidrato de Magnésio	2400	2100
Metanol	5700	4500
Petróleo	12400	9100

Tabela 2.4 – Conteúdo Energético de alguns combustíveis [Chan, 2002]

2.2.3.2. Classificação de Células de Combustível

A classificação de células de combustível é efectuada principalmente, tendo em conta o tipo de electrólito. Na tabela 2.5 estão definidas algumas características dos principais tipos. Dos diferentes tipos de células de combustível analisados, conclui-se que a célula de combustível de membrana de permuta protónica é a solução ideal para propulsão automóvel, tendo em conta a sua reduzida temperatura de funcionamento e elevada densidade de potência.

Tipo de	Potência	Eficiência	Eficiência	Combustível	Temperatura	Electrólito	Densidade de	
Célula	(kWe)	Eléctrica	Térmica		de operação		Potência	
		(%)	(%)		(°C)		(W/cm ²)	
AFC	1-150	30-45		Hidrogénio	80-100	Hidróxido de Potássio	0,2-0,3	
PEMFC	0.2-10	30-40	25-49	Hidrogénio ou	60-80	Membrana	0.25.0.6	
	10-100	33-40	27-49	Gás Natural		Polimérica	0,35-0,6	
DMFC	< 0.01	40-50		Metanol	60-100	Membrana	0,04-0,23	
PAFC	50-1200	35-40		Hidrogénio ou Gás Natural	190-220	Ácido Fosfórico	0,2-0,25	
MCFC	> 100	45-55	33-37	Hidrogénio, Gás Natural ou Hidrocarbonetos	600-650	Carbonatos de Lítio ou Potássio	0,1-0,2	
	1-20	35-45	31-64	Hidrogénio, Gás		Óvidos de		
SOFC	20-100 > 100	45-55	25-49	Natural ou Hidrocarbonetos	800-1000	Zincónio	0,24-0,3	

 Legenda: AFC – FC Alcalina
 PEMFC – FC de Membrana de Permuta Protónica
 DMFC – FC de Metanol Directo

 PAFC – FC de Ácido Fosfórico
 MCFC – FC de Carbonato Derretido
 SOFC – FC de Óxido Sólido

Tabela 2.5 - Características Típicas de Células de combustível [Silva, 2004]

2.2.3.3. Protótipos

Na tabela 2.6 apresentam-se alguns protótipos de veículos eléctricos de células de combustível (FCEV), sendo expostas algumas das suas principais características.

Fabricante	Daimler Chrysler	Ford	Honda	Toyota
Nome do modelo	NECAR 5	P2000 HFC	FCX-V3	FCEV
Sistema De Propulsão	Motor de Indução Trifásico	Motor de Indução	Motor Síncrono de	Motor Síncrono de
		Trifásico	Magnetos	Magnetos Permanentes
			Permanentes	
Fonte de Potência	Célula de Combustível +	Célula de Combustível	Célula de Combustível	Célula de Combustível +
	Reformador de metanol ou	+ armazenamento de	+ armazenamento de	Reformador de metanol
	armazenamento de	hidrogénio	hidrogénio +	
	hidrogénio		supercapacitor	
Potência Máxima (kW)	55	67	60	50
Tensão (V)	330	255		
Velocidade Máxima (km/h)	145	128	130	125
Autonomia (Km)	450	160	177	500

Tabela 2.6 – Alguns protótipos de veículos eléctricos de células de combustível [Wesbrook, 2001]

2.3. Sistemas de Propulsão Eléctrica

O sistema de propulsão é a componente fundamental de um veículo eléctrico, consistindo principalmente no motor eléctrico, transmissão e rodas. Segundo [Zeraoulia et al., 2005], o motor eléctrico deverá atender aos seguintes requisitos:

- Elevada densidade de potência e potência instantânea
- Binário elevado a baixas velocidades para o arranque e subidas
- Potência elevada a velocidades elevadas
- Ampla gama de velocidades, incluindo regiões de binário e potência constante
- Rendimento elevado nas diversas gamas de velocidade e binário
- Rendimento elevado na travagem regenerativa
- Fiabilidade elevada dos vários estados de operação do veículo
- Preço aceitável

Os principais tipos de motores eléctricos adoptados por veículos eléctricos são o motor de corrente contínua (DCM), o motor de indução ou assíncrono (IM), o motor síncrono de magnetos permanentes (PMSM), e o motor de relutância comutado (SRM).

2.3.1. Motor de Corrente Contínua

O motor de corrente contínua possui um rotor constituído por um enrolamento, rodando livremente entre os pólos do estator. Motores de pequena e média dimensão possuem um ou dois pares de pólos, podendo os maiores possuir cinco ou mais pares de pólos. De notar que a velocidade de rotação do motor de corrente contínua não se encontra relacionada com o número de pólos [Wesbrook, 2001].



Figura 2.19 – Ilustração de motor de corrente contínua de dois pólos [Wesbrook, 2001]

A corrente eléctrica é fornecida ao enrolamento do rotor por uma fonte de corrente contínua, aplicada através de escovas a um colector, sendo a rotação originada pela interacção entre o campo eléctrico do rotor e o campo magnético existente entre os pólos norte e sul do estator. Para manter esta interacção e a direcção de rotação do rotor, torna-se necessário que o sentido da corrente seja invertido duas vezes por cada ciclo de rotação do rotor, no caso de um par de pólos, conectando os enrolamentos do rotor ao colector, de modo a que as escovas entrem alternadamente em contacto com as terminações opostas dos enrolamentos do rotor, em cada 180 graus da rotação [Wesbrook, 2001].

Na aplicação em veículos eléctricos recorre-se ao uso de motores com quatro pólos, utilizando enrolamentos em detrimento de magnetos permanentes, de modo a obter um campo magnético, que possibilite ao motor desenvolver uma potência da ordem das dezenas de kW, necessário ao funcionamento de um veículo ligeiro. O controlo electrónico do campo magnético do estator, combinado com o controlo electrónico da corrente no enrolamento do rotor, permite o fácil ajuste da velocidade e binário do motor, durante a operação do veículo [Wesbrook, 2001].

A utilização de enrolamentos no indutor permite operar o motor de corrente contínua como um gerador no modo regenerativo de energia, no qual a energia gerada na travagem ou em descidas é aproveitada para carregar a bateria [Wesbrook, 2001].

Apesar da característica binário-velocidade do motor de corrente contínua cumprir as exigências de tracção eléctrica, figura 2.20, este motor apresenta uma construção volumosa, baixo rendimento e fiabilidade, elevada necessidade de manutenção devido à utilização de escovas que se deterioram com o funcionamento, e o custo e debilidade do colector utilizado [Zeraoulia et al., 2005].



Figura 2.20 – Exigências de tracção eléctrica [Zeraoulia et al., 2005]

Os recentes desenvolvimentos da electrónica de potência, possibilitaram a implementação prática de motores de corrente alternada sem contactos, caracterizados por elevada velocidade, rendimento, densidade de potência, assim como baixo custo de operação e reduzida necessidade de manutenção, relativamente ao motor de corrente contínua [Chan, 2002]. Devido ao custo dos elementos de electrónica de potência, os motores de corrente alternada são utilizados para potências elevadas, sendo os motores de corrente contínua, uma alternativa para potências mais baixas [Zeraoulia et al., 2005].

2.3.2. Motor de Indução

O motor de indução, figura 2.21, desenvolve binário pela interacção do campo magnético radial produzido pela corrente nos enrolamentos do estator, e a corrente no rotor induzida por indução electromagnética entre os enrolamentos do estator e do rotor [Wesbrook, 2001].



Figura 2.21 - Ilustração típica do motor de indução [Zeraoulia et al., 2005]

O estator é constituído por pequenas cavas onde se encontra o enrolamento trifásico. O rotor pode possuir igualmente um enrolamento trifásico, assim como apresentar uma configuração em "gaiola de esquilo" [Wesbrook, 2001].

Aplicando uma tensão trifásica aos enrolamentos do estator, gera-se um campo magnético girante que induz uma força electromotriz nos enrolamentos do rotor, produzindo binário.

Neste tipo de motor a velocidade de rotação do rotor difere da velocidade do campo magnético girante do estator, verificando-se a existência de escorregamento, dependente da carga aplicada ao motor. Com o aumento da velocidade de rotação a corrente induzida diminui, visto diminuir a velocidade do campo magnético girante do estator em relação à velocidade do rotor [Wesbrook, 2001].
A velocidade do campo girante no estator, assim como a velocidade de rotação do rotor, são determinadas pelo número de pares de pólos, diminuindo com o aumento do número destes. Esta importante característica para motores industriais é de pouca relevância em motores de veículos eléctricos, onde a velocidade do veículo é controlada através da frequência da tensão trifásica aplicada [Wesbrook, 2001].

O motor de indução é atraente para aplicação em veículos eléctricos, visto apresentar construção simples, custo razoável, robustez, capacidade de operação em ambientes adversos, e reduzida manutenção devido à ausência de escovas. Apresenta igualmente a capacidade de gerar velocidades mais elevadas que os motores de corrente contínua, e sendo a potência no veio do motor proporcional ao produto do binário pela velocidade de rotação, torna-se possível reduzir o peso e o tamanho, recorrendo a uma adequada caixa de velocidades [Wesbrook, 2001]. Na figura 2.22 representam-se diversas características do motor de indução, em função da velocidade, procedendo a uma variação na frequência de alimentação.



Figura 2.22 - Características do Motor de Indução [Zeraoulia et al., 2005]

De modo a melhorar a desempenho dinâmico do motor de indução para aplicação em veículos eléctricos, existem diversos métodos de controlo que alteram a frequência, permitindo ampliar a gama de velocidade para cerca de 4 vezes relativamente à velocidade nominal, apesar da diminuição de rendimento na gama de velocidade elevada [Chan, 2002].

A extensão da gama de velocidade com potência constante para além da velocidade nominal é acompanhada de atenuação de fluxo, visto não ser possível aumentar a tensão de alimentação para além do seu valor nominal. Contudo, a existência de um decaimento do binário limita a extensão da gama de potência constante, sendo atingido o binário mínimo para a velocidade crítica [Zeraoulia et al., 2005].

O motor de indução possui como desvantagens perdas elevadas devido à utilização de enrolamentos no estator, reduzido factor de potência e factor de utilização do inversor, sendo estas mais críticas para velocidades elevadas. [Benbouzid et al., 2000].

2.3.3. Motor Síncrono de Magnetos Permanentes

O motor síncrono de magnetos permanentes é um tipo de motor síncrono em que os enrolamentos do estator são idênticos aos do motor de indução. O rotor é constituído por magnetos permanentes, criando pólos magnéticos que rodam sincronamente. Não havendo enrolamentos no rotor, são aí inexistentes as perdas de Joule, contribuindo para um aumento de rendimento comparativamente ao motor de indução. Para além desta vantagem, o campo magnético excitado por magnetos permanentes de elevado produto energético, possibilita a redução do peso e volume total do motor para uma dada potência de saída, contribuindo para uma elevada densidade de potência [Chan, 2002].

A fiabilidade do motor síncrono de magnetos permanentes é elevada, visto que a sua excitação não apresenta risco de dano mecânico, defeitos ou sobreaquecimento. A dissipação de calor é realizada de modo mais eficiente neste motor, visto ocorrer principalmente no estator. Este tipo de motores apresenta fluxo magnético constante, ausência de escovas e estrutura simples. No entanto, apresenta uma zona de potência constante reduzida, figura 2.23 [Chan, 2002].



Figura 2.23- Característica Binário-Velocidade do motor de magnetos permanentes [Zeraoulia et al.,2005]

De modo a aumentar a gama de velocidades do motor, pode se proceder ao controlo do ângulo de condução do conversor de potência acima da velocidade nominal, figura 2.24. A gama de velocidade pode ser alargada para cerca de quatro vezes relativamente à velocidade nominal, no entanto o rendimento na gama de velocidade elevada diminui, originando desmagnetização do motor [Zeraoulia et al., 2005].



Figura 2.24 – Característica Binário-Velocidade do motor de magnetos permanentes com controlo do ângulo de condução [Zeraoulia et al., 2005]

Como desvantagens deste motor, tem-se o considerável custo da alta coercividade do material magnético permanente, e a possibilidade de desmagnetização deste [Wesbrook, 2001]. O motor síncrono de magnetos permanentes é o motor com maior capacidade de competir com o motor de indução, em sistemas de propulsão para veículos eléctricos.

2.3.4. Motor de Relutância Comutado

O motor de relutância comutado é considerado um tipo especial de motor síncrono, sendo a sua operação dependente da disponibilidade de elementos de electrónica de potência adequados. A principal diferença entre o motor síncrono convencional e este motor consiste no facto de o estator possuir pólos salientes, em que os enrolamentos de cada pólo são conectados em série, com os enrolamentos do pólo oposto. O rotor é concebido de modo a fornecer um número de pólos salientes inferior ao do estator, não possuindo magnetos permanentes ou enrolamentos [Wesbrook, 2001]. Uma configuração típica deste motor encontra-se na figura 2.25, existindo diversas combinações de pólos do estator e do rotor.



Figura 2.25 – Ilustração de típica de motor de relutância comutado [Wesbrook, 2001]

O motor é impulsionado sincronamente, alimentando sequencialmente os pares de pólos opostos do estator, recorrendo ao controlo através de um sensor de posição do rotor.

O par de pólos do rotor que se encontra mais próximo dos referidos pólos do estator, tende a deslocar-se em direcção a estes, de modo a que o circuito magnético reduza a relutância e maximize o fluxo magnético. Para velocidades abaixo da velocidade nominal, este motor proporciona o máximo binário disponível, sendo que a velocidades superiores, a corrente nos enrolamentos do estator não se mantém no seu máximo, sendo limitada pelo tempo disponível para aplicação da máxima tensão de funcionamento, diminuindo o binário com o aumento da velocidade [Wesbrook, 2001].

Devido à simplicidade do rotor e à eficiência do princípio de funcionamento, este motor consegue melhorias de fiabilidade, flexibilidade, volume, e potência por unidade de peso [Wesbrook, 2001]. O motor de relutância comutado apresenta igualmente como vantagens a simplicidade de construção (apesar de design e controlo complicados), baixo custo de produção, característica binário-velocidade ideal para aplicação em veículos eléctricos, figura 2.26, possuindo uma gama de potência constante relativamente alargada [Chan, 2002].



Figura 2.26 - Característica Binário-Velocidade [Zeraoulia et al., 2005]

No entanto, este motor possui ondulação no binário a baixas velocidades, traduzindo-se em problemas de ruído, podendo este problema ser resolvido controlando a forma dos pulsos de corrente em cada enrolamento de pares de pólos do estator [Wesbrook, 2001].

Recentemente foi desenvolvido um modelo ideal aproximado do motor de relutância comutado, utilizando análise de elementos finitos, de modo a minimizar as perdas totais do motor. Foi desenvolvido igualmente um método de controlo difuso por deslizamento de modo a controlar as não linearidades do motor [Chan, 2002].

2.3.5. Comparação de Sistemas de Propulsão Eléctrica

Analisando comparativamente os sistemas de propulsão eléctrica analisados, o motor de indução e o motor síncrono de magnetos permanentes são presentemente, os sistemas de propulsão eléctrica mais adequados a aplicação em veículos eléctricos.

A escolha do motor eléctrico a empregar é principalmente dependente do rendimento, peso, e custo do conjunto completo do sistema de propulsão. Procedendo a uma análise mais detalhada destas características, tem-se a tabela 2.7 [West, 1994].

Os controladores para motores de corrente contínua são mais baratos dos que os utilizados pelos motores de corrente alternada, sendo a diferença de custo função da complexidade da electrónica de potência inerente. A referida diferença tem sido progressivamente diminuída com o progresso tecnológico, possibilitando a exploração do grande rendimento e reduzido tamanho dos motores de corrente alternada. [Wesbrook, 2001].

	Peso (% do PMSM)		Rendimento (%)			Custo (% do DCM em 1993)		
	Motor	Motor e Electrónica	Motor	Electrónica	Motor e Electrónica	1993	1998	2003
DCM	400	450	80	98	78	100	105	110
IM	200	300	90	93	84	100	90	80
PMSM	100	200	97	93	90	150	90	60
SRM	150	250	94	90	85	150	90	70

Tabela 2.7 - Análise do Peso, Rendimento e Custo de Motores Eléctricos [West, 1994]

Todos os motores eléctricos analisados possuem a capacidade de funcionarem como geradores, possibilitando o aproveitamento da energia regenerativa de travagem no veículo. Esta energia deverá ser aplicada a toda a gama de operação do veículo, sendo os travões mecânicos utilizados apenas como ajuda de segurança. Em termos energéticos, torna-se difícil recuperar muito mais do que cerca de 10 a 15 % da energia total utilizada na propulsão do veículo, recorrendo a travagem regenerativa [Wesbrook, 2001].

2.3.6. Análise Futura

O desenvolvimento de motores eléctricos num futuro próximo, encontra-se limitado à redução de custos, peso e volume, assim como ao aumento do rendimento das tecnologias existentes, sendo pouco provável o desenvolvimento, nos próximos 20 anos, de um novo tipo de motor eléctrico de aplicação em veículos eléctricos.

Os motores de corrente alternada continuarão a dominar, devido particularmente à integração e redução de custo dos sistemas de controlo electrónico. A utilização de motores de corrente contínua associados a sistemas de controlo simples poderá vingar em veículos eléctricos de baixo custo, sendo este um mercado muito reduzido comparativamente à vasta utilização de motores de corrente alternada.

O peso e o tamanho do motor são importantes na concepção de um veículo eléctrico. O motor de corrente alternada cumpre tais requisitos, sendo pequeno, leve, e suficientemente potente para aplicação directa às rodas do veículo, tornando possível a implementação do denominado sistema de propulsão directa.

O motor de indução tal como o motor síncrono de magnetos permanentes continuaram a ser largamente utilizados por algum tempo, devido à sua simplicidade de construção, custo razoável, e reduzida necessidade de manutenção. Ainda incerto é o facto do desenvolvimento no motor de relutância comutado revelar melhoramentos ao nível da potência de saída, peso, volume, fiabilidade, variação de binário, e ruído, de modo a tornar-se uma forte aposta para aplicação nos veículos eléctricos [Wesbrook, 2001].

2.4. Comando e Controlo da Máquina de Indução

Um dos principais requisitos de um motor eléctrico para aplicação em tracção eléctrica é a capacidade de funcionar numa alargada gama de velocidades, caracterizada por um desempenho dinâmico eficaz para qualquer binário de carga aplicado [Ong, 1998].

A máquina de indução é o tipo de máquina mais utilizada em accionamentos de velocidade fixa, possuindo inúmeras vantagens relativamente aos outros tipos. Alimentado por uma fonte de alimentação de tensão e frequência constantes, apresenta uma velocidade quase constante, ligeiramente inferior à velocidade de sincronismo, sofrendo pequenas alterações sempre que se verifiquem variações no binário de carga aplicado.

O progresso verificado na década de oitenta, a nível de dispositivos de electrónica de potência e processamento de controlo digital, tornou possível a aplicabilidade de técnicas avançadas de comando e controlo de velocidade da máquina de indução [Palma, 1999].

2.4.1. Comando Escalar

O comando escalar é baseado no modelo em regime permanente da máquina de indução, sendo efectuado pela variação de amplitude das variáveis de comando, contrastando com o controlo vectorial, onde quer o módulo quer a fase dos vectores são variáveis de controlo. Apesar de simples e robusto, evidencia um pobre desempenho dinâmico [Bose, 2002].

2.4.1.1. Comando por Variação do Número de Pólos

Este método caracteriza-se por apresentar uma variação discreta de valores de velocidade, sendo brusca a variação entre os referidos valores. A equação 2.2, que relaciona a velocidade de sincronismo em rotações por minuto, N_e com a frequência de alimentação e número de pares de pólos p, traduz o facto assinalado.

$$N_e = \frac{60f}{p} \tag{2.2}$$

Este tipo de comando é de utilização recomendável em aplicações onde se pretendam velocidades de funcionamento bem distintas, com uma determinada relação entre si.

Na figura 2.27 ilustram-se as características binário-velocidade para binário de carga constante, de um motor de indução utilizando as configurações de p e 2p pares de pólos.



Figura 2.27 – Características Binário-Velocidade para binário de carga constante, no comando por variação do número de pares de pólos

2.4.1.2. Comando por Variação do Escorregamento

O comando por variação do escorregamento é alcançado para o caso do motor assíncrono possuir rotor bobinado, recorrendo à introdução de resistências trifásicas em série. Estas resistências adicionais são igualmente utilizadas para limitar a corrente no arranque.

Procedendo a uma variação da resistência rotórica, torna-se relativamente simples actuar no escorregamento. Este facto é notório através da análise da expressão 2.3, em que o escorregamento para o binário máximo aumenta com o aumento da resistência rotórica, traduzindo-se numa diminuição da velocidade.

De notar igualmente, pela análise da expressão 2.4, que a variação da resistência rotórica não implica qualquer variação no valor do máximo binário desenvolvido.

As referidas expressões serão posteriormente desenvolvidas no ponto 4.6 deste documento.

2. Estado da Arte

$$S_{\max} = \frac{R_{r}'}{\sqrt{R_{s}^{2} + \omega_{e}^{2} (L_{ls} + L_{lr}')^{2}}}$$
(2.3)

$$T_{e\max} = \frac{3p}{2\omega_e} \frac{U_s^2}{R_s + \sqrt{R_s^2 + \omega_e^2 (L_{ls} + L_{lr}')^2}}$$
(2.4)

Na figura 2.28 ilustram-se as características binário-velocidade de um motor de indução para dois valores distintos de resistência rotórica. De notar que este tipo de comando apresenta uma gama de variação de velocidade bastante reduzida.



Figura 2.28 - Características Binário-Velocidade, no comando por variação do escorregamento

2.4.1.3. Comando por Variação da Tensão de Alimentação

Um método bastante simples é a variação da tensão aplicada. Pela expressão 2.4, o binário desenvolvido é directamente proporcional ao quadrado da tensão aplicada.

Perante cargas com característica $T_{carga}(N)$ crescente com a velocidade e com baixo valor no arranque, é possível variar a velocidade por ajuste do valor eficaz da tensão imposta aos terminais da máquina, mantendo a frequência fixa. A variação do valor eficaz da tensão de alimentação pode ser conseguida pelo uso de auto-transformadores ou conversores AC-AC.

A velocidade apenas pode ser reduzida, visto que apenas se procede redução do valor eficaz da tensão de alimentação. De realçar a reduzida gama de variação de velocidade.

Na figura 2.29 ilustram-se as características binário-velocidade de um motor de indução para dois valores distintos de tensão de alimentação aplicada.

A análise da expressão 2.3, permite concluir que a variação no valor eficaz da tensão de alimentação não implica uma alteração no escorregamento máximo, alterando apenas o valor do máximo binário desenvolvido.

O comando por variação da tensão de alimentação apenas é utilizado no caso de motores que possuam um reduzido binário resistente.



Figura 2.29 - Características Binário-Velocidade, no comando por variação da tensão de alimentação

2.4.1.4. Comando por Variação de Frequência

Para valores nominais de tensão e frequência, o fluxo no entreferro apresenta o seu valor nominal. Diminuindo a frequência e mantendo a tensão de alimentação constante, o fluxo no entreferro aumenta, originando a consequente saturação do motor. Por outro lado, efectuando um aumento da frequência para além do seu valor nominal implica a diminuição do fluxo e consequentemente do binário desenvolvido.

Deste modo, o comando por variação de frequência é realizado apenas recorrendo a um aumento de frequência, o que implica o aumento de velocidade. Na figura 2.30 ilustram-se as características binário-velocidade do motor de indução para dois valores distintos de frequência.



Figura 2.30 - Características Binário-Velocidade, no comando por variação de frequência

Pela análise das expressões 2.3 e 2.4, verifica-se que um aumento no valor da frequência implica uma diminuição do valor do máximo binário desenvolvido, assim como do escorregamento máximo para o qual este ocorre.

O controlo do valor da frequência pode ser conseguido recorrendo à utilização de um inversor alimentado a tensão constante, controlado através de modulação por largura de impulso.

2.4.1.5. Comando por variação de Tensão de Alimentação e Frequência (U/f constante)

Como verificado no ponto anterior, é de interesse que o método de controlo permita estabelecer o fluxo nominal no entreferro de modo a obter o máximo binário da máquina sem a saturar, assegurando o funcionamento com pequeno escorregamento e garantindo bom rendimento. Para tal recorre-se ao controlo por variação de tensão de alimentação e frequência, também conhecido por controlo U/f constante.

2.4.1.5.1. Comando U/f em malha aberta

Atendendo ao circuito equivalente por fase do motor de indução, e desprezando a queda de tensão no ramo longitudinal de entrada e a resistência de magnetização, a corrente de magnetização I_m em módulo é dada pela expressão 2.5. Sendo o fluxo de magnetização dado pela expressão 2.6, e procedendo à substituição nesta da expressão 2.5, tem-se 2.7.

$$I_m = \frac{U_s}{X_m} = \frac{U_s}{\omega_e L_m} = \frac{U_s}{2\pi f L_m}$$
(2.5)

$$\psi_m = L_m I_m \tag{2.6}$$

$$\Psi_m = L_m \frac{U_s}{2\pi f L_m} = \frac{1}{2\pi} \frac{U_s}{f}$$
(2.7)

Analisando a expressão 2.7, se U_s e f forem tais que o seu quociente seja constante e igual ao fluxo nominal, consegue-se assegurar um valor de fluxo praticamente constante, numa larga faixa de frequências abaixo da frequência nominal.

Na figura 2.31 representa-se o controlo de tensão e frequência em malha aberta. Este controlador é igualmente designado por variador de frequência.



Figura 2.31 – Controlador de Tensão e Frequência, método U/f, em malha aberta [Thongam, 2006]

Para baixas frequências (velocidade reduzida), a queda de tensão na resistência do estator R_s deixa de ser desprezável face à indutância de magnetização ($\omega_e \rightarrow 0, R_s > \omega_e L_m$), implicando que a tensão disponível na indutância de magnetização seja inferior à tensão de alimentação U_s , reduzindo-se o fluxo e ocorrendo uma consequente diminuição do binário útil.

De modo a contornar esta desvantagem, procede-se a um aumento de tensão para as baixas frequências, U_0 na figura 2.32, com o intuito de tornar disponível o fluxo nominal, assim como o binário máximo, para velocidades reduzidas.

Velocidades superiores à velocidade nominal da máquina podem ser alcançadas pelo aumento da frequência aplicada. Mas como em geral não se dispõe de tensão superior à nominal, o aumento de frequência para além do seu valor nominal implica uma diminuição no fluxo, assim como no valor do binário desenvolvido, funcionando a máquina na região de enfraquecimento de fluxo.

Na figura 2.32 ilustram-se as características binário-velocidade, assim como a tensão de alimentação em função da velocidade, sendo realçadas as zonas de funcionamento de binário e potência constante.



Figura 2.32 – Características Binário-Velocidade, no comando por variação de tensão de alimentação e frequência (V/f constante)

2.4.1.5.2. Controlo U/f em malha fechada com regulação de escorregamento

No método de controlo U/f em malha aberta, as variações de binário de carga e da tensão de alimentação resultam em variações na velocidade de rotação do rotor.

Com o intuito de contornar este problema, procedeu-se ao aperfeiçoamento do referido método, recorrendo à implementação do controlo de U/f em malha fechada com regulação de escorregamento, ilustrado na figura 2.33.



Figura 2.33 - Controlo U/f em malha aberta com regulação de escorregamento [Thongam, 2006]

O erro entre a velocidade de rotação de referência e a lida pelo sensor, aplicado a um controlador PI e limitador, origina o sinal relativo à velocidade do campo girante do estator em relação à velocidade do rotor, ω_{sl} . Esta diferença somada à velocidade eléctrica de rotação do rotor, origina o sinal de frequência de comando ω_e , possibilitando o controlo de frequência pela utilização de um inversor. Pode igualmente ser realizado o controlo da tensão de comando através do rectificador, recorrendo à função característica $U(\omega)$ que incorpora compensação de tensão para baixas frequências [Thongam, 2006].

Sendo o escorregamento proporcional ao binário desenvolvido, este método pode ser encarado como um controlo de binário em malha aberta no interior de uma malha de controlo de velocidade. O comportamento deste método de controlo, face aos efeitos de variação do binário de carga e tensão de alimentação encontram-se ilustrados na figura 2.34 e 2.35.

Considerando o ponto inicial 1 e o aumento do binário de carga de T_c e T_c ', a velocidade reduzir-se-á, correspondendo ao ponto 2 de operação. No entanto, a malha de controlo de velocidade efectua um aumento de frequência até alcançar novamente a velocidade inicial, ponto 3. Por outro lado e considerando novamente o ponto inicial 1 na curva *a*, a diminuição da tensão de alimentação implicará uma alteração para o ponto 2. A queda de velocidade actuará na malha de controlo de velocidade, aumentando a frequência de modo a alcançar a velocidade inicial verificada no ponto de operação 1 da curva *c* [Bose, 2002].



Figura 2.34 – Efeito das variações de binário de carga [Bose, 2002]



Figura 2.35 – Efeito das variações de tensão de alimentação [Bose, 2002]

2.4.1.6. Controlo por Variação de Corrente e Escorregamento

No método de controlo por variação de Corrente e Escorregamento, figura 2.36, procede-se ao controlo das variáveis relativas à amplitude e frequência da corrente no estator. De notar que este método de controlo não funciona em malha aberta como no controlo por variação de Tensão de alimentação e Frequência [Thongam, 2006].



Figura 2.36 - Controlo por variação Corrente/Escorregamento [Thongam, 2006]

A malha de controlo de velocidade realiza o controlo de binário através do controlo de escorregamento, controlando igualmente a corrente do estator através de uma função $I(\omega)$, com o intuito de obter uma relação Corrente/Escorregamento tal, que o fluxo no entreferro seja constante e de valor igual ao seu valor nominal [Bose, 2002]. No entanto, alterando a referida relação, torna-se possível o funcionamento em modo de enfraquecimento de fluxo para velocidades superiores à velocidade nominal.

O controlo por variação da corrente e escorregamento possibilita um melhor desempenho dinâmico face ao controlo por variação de tensão de alimentação e frequência, tendo a desvantagem de necessitar de transdutores de velocidade e corrente [Thongam, 2006].

2.4.2. Controlo por Orientação de Campo

Apesar da simples implementação das técnicas de controlo escalar, estas baseiam-se em modelos de regime estacionário, conduzindo a respostas lentas e eventualmente à instabilidade do sistema devido à elevada ordem deste.

Recorrendo ao método de controlo por orientação de campo (FOC), os referidos problemas podem ser ultrapassados, sendo a máquina de indução controlada similarmente a um motor de corrente contínua com excitação independente, permitindo o controlo independente do fluxo e do binário.

Analisando o funcionamento do motor de corrente contínua, o binário electromagnético é dado pela expressão 2.8, sendo K_a e K_{ϕ} constantes construtivas, I_f a corrente de excitação, e I_a a corrente no induzido.

$$T_e = K_a \phi I_a = K_a K_{\phi} I_f I_a \tag{2.8}$$

Neste tipo de motor, o fluxo magnético ψ_f de excitação produzido pela corrente I_f é perpendicular ao fluxo ψ_a no induzido produzido pela corrente I_a , figura 2.37. Sendo estes vectores espaciais estacionários e ortogonais, a corrente I_a controla o binário desenvolvido sem influenciar o fluxo ψ_f , tornando-se possível alcançar rápidas respostas transitórias e uma elevada relação Binário/Corrente, para um determinado valor de fluxo. Devido ao desacoplamento entre as variáveis, o controlo da corrente I_f apenas afecta o fluxo ψ_f , não influenciando o valor do fluxo ψ_a [Bose, 2002].



Figura 2.37 - Representação do motor de corrente contínua

Admitindo a distribuição espacial de campo $B(\alpha)$ sinusoidal no entreferro, ela fica definida pelo valor e localização do seu máximo, respectivamente B_M e θ . Estas duas grandezas podem ser agrupadas num vector espacial \vec{B} que representa a distribuição espacial de campo.

2. Estado da Arte

Sendo o fluxo principal numa bobina proporcional a B_M e ao coseno do ângulo entre o eixo da bobina e a posição angular θ de \vec{B} , considera-se a existência de um vector espacial $\vec{\psi}$, colinear com \vec{B} . O fluxo principal ligado com uma bobina será o produto interno de $\vec{\psi}$ com o versor do eixo da bobina.

Similarmente, e generalizando, pode-se considerar a existência de vectores espaciais $\vec{i} \in \vec{u}$, sendo as correntes e tensões em cada bobina obtidos por projecção destes vectores sobre os eixos das bobinas.

Sendo todos estes vectores decorrentes das distribuições espaciais sinusoidais no entreferro, eles são definidos num plano perpendicular ao eixo de rotação da máquina, podendo ser representados por duas coordenadas cartesianas ortogonais dq, que se obtém das verdadeiras grandezas nas fazes *abc*, pela transformação linear descrita no capítulo três.

O desempenho da máquina de corrente contínua pode então ser estendido à máquina de indução, considerando a referida transformação no referencial dq, que roda à velocidade de sincronismo ω_e .

No controlo por orientação de campo, adoptaram-se como variáveis de estado a controlar, a corrente nos enrolamentos do estator i_s , e a amplitude e fase do fluxo ligado no rotor, respectivamente ψ_r e θ_e . Tomando um sistema dq de eixos ortogonais, com o eixo d alinhado com o fluxo ψ_r , a corrente no estator pode ser decomposta segundo o eixo directo e o eixo em quadratura, sendo a componente i_{ds} assimilada à corrente de excitação I_f da máquina de corrente contínua e i_{qs} assimilada à corrente no induzido I_a . Deste modo o binário electromagnético pode ser apresentado na forma 2.9.

$$T_e = K_a \psi_r i_{qs} = K_a K_\phi i_{ds} i_{qs}$$
(2.9)

O similar desempenho ao motor de corrente contínua é apenas possível tomando em consideração que o vector de fluxo ligado ψ_r se encontra alinhado com a componente i_{ds} , e a componente i_{qs} perpendicularmente a estes, como ilustrado no denominado referencial de fluxo rotórico, figura 2.38. O controlo da componente i_{qs} relacionada com o binário, não afecta o valor da componente i_{ds} relativa ao fluxo, assim como o controlo da componente i_{ds} não afecta o valor de i_{qs} .

No controlo por orientação de campo, é importante conhecimento da posição do fluxo ligado no rotor. Assim, este método de controlo pode ser classificado como directo ou indirecto, dependendo do método de obtenção da referida posição do fluxo ligado no rotor.



Figura 2.38 – Referencial de fluxo rotórico [Palma, 1999]

2.4.2.1. Controlo Directo

No método de controlo directo por orientação de campo, figura 2.39, o fluxo ligado no rotor é obtido directamente pela utilização de sensores de efeito de Hall e bobinas receptoras, assim como pela utilização de um observador de fluxo.

As modificações a implementar na máquina de modo a colocar os referidos sensores são normalmente indesejáveis, verificando-se problemas de exactidão relacionados com os sensores. Por outro lado, os observadores são susceptíveis aos erros de medida de tensão e corrente, assim como às variações térmicas na resistência do estator. As desvantagens verificadas apenas permitem a aplicabilidade deste método de controlo para velocidades superiores a cerca de 10 % da velocidade de sincronismo [Thongam, 2006].

O fluxo obtido através dos referidos sensores no entreferro não é o fluxo ligado no rotor, mas sim o fluxo de magnetização. Recorrendo à medição da corrente no estator, torna-se então possível obter o fluxo ligado no rotor segundo as componentes directa e de quadratura, no referencial dq, através das expressões 2.10 e 2.11, respectivamente.

Admitindo o vector de fluxo ligado no rotor alinhado com o eixo directo no referencial dq, apenas tem interesse a equação 2.10.

$$\psi_{dr} = \frac{L_r}{L_m} \psi_{dm} - L_{ls} i_{ds}$$
(2.10)

$$\psi_{qr} = \frac{L_r}{L_m} \psi_{qm} - L_{ls} i_{qs}$$
(2.11)

Sendo difícil a medição directa de binário electromagnético, recorre-se à expressão 2.12, dependente dos parâmetros construtivos da máquina, L_r e L_m , da corrente no estator, e do fluxo do rotor. Considerando o vector de fluxo alinhado com o eixo directo no referencial dq, tem-se a expressão 2.13, resultante de 2.12.

2. Estado da Arte

$$T_{e} = \frac{3}{2} p \frac{L_{m}}{L_{r}} (\psi_{dr} i_{qs} - \psi_{qr} i_{ds})$$
(2.12)

$$T_e = \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} \psi_{dr} i_{qs}$$
(2.13)



Figura 2.39 - Esquema de controlo directo por orientação de campo

O controlador de velocidade permite gerar um valor de binário de referência proporcional ao erro verificado entre a referência e valor medido da velocidade eléctrica de rotação, enquanto a função de enfraquecimento de fluxo origina uma referência de fluxo função da velocidade eléctrica de rotação.

Nas malhas de binário e fluxo, o erro verificado entre as referências e os valores medidos destas grandezas, aplicado respectivamente aos controladores de binário e fluxo, permite obter as componentes de corrente no referencial dq, $i_{ds}^* e i_{qs}^*$, e consequentemente as componentes de corrente de referência i_a^* , i_b^* , i_c^* , pela transformação de coordenadas. O erro verificado entre estas e as componentes de corrente medidas i_a , i_b , i_c , aplicado a controladores de histerese, permite obter os sinais de comando PWM¹ dos IGBT² do inversor trifásico controlado em corrente. Controlando as correntes injectadas no estator da máquina, o comportamento dinâmico destas pode ser desprezado.

Apesar do método de controlo directo ser relativamente insensível às variações dos parâmetros do rotor, o seu desempenho torna-se lento para velocidades reduzidas, devido à existência de variações na resistência do estator [Thongam, 2006].

¹ Abreviatura em Inglês para Pulse Width Modulation (modulação por largura de impulso)

² Abreviatura em Inglês para Insulated Gate Bipolar Transistor

2.4.2.2. Controlo Indirecto

Em alternativa ao método directo, o método indirecto por orientação de campo, figura 2.40, estima o valor de fluxo no rotor, em vez de proceder à medição directa através de sensores de fluxo, onde para velocidades reduzidas, se verificam pequenos desvios de valores.

Observando a figura 2.38, considera-se o vector de fluxo alinhado com o eixo directo no referencial dq, rodando à velocidade de sincronismo ω_e , e com um ângulo θ_{sl} de avanço relativamente a um referencial fixo ao rotor. Correspondendo o ângulo θ_{sl} à velocidade do campo girante do estator em relação ao rotor ω_{sl} , a posição θ_e do fluxo rotórico é dada pela integração da soma desta última com a velocidade eléctrica de rotação, expressão 2.14.



 $\theta_e = \int \omega_e dt = \int (\omega_r + \omega_{sl}) dt = \int \left(\omega_r + \frac{R_r L_m i_{qs}}{L_r \psi_{dr}} \right) dt$ (2.14)

Figura 2.40 – Esquema de controlo indirecto por orientação de campo

Como no método directo, o controlador de velocidade gera um valor de binário de referência proporcional ao erro verificado entre a referência e o valor medido da velocidade eléctrica de rotação, produzindo a função de enfraquecimento de fluxo uma referência de fluxo função da velocidade eléctrica de rotação. Obtido o valor de referência de binário electromagnético a desenvolver e sabendo o valor de fluxo estimado a partir das correntes nos enrolamentos do estator, torna-se possível determinar a componente de corrente no estator i_{qs} *.

O erro verificado entre a referência e o valor estimado de fluxo, aplicado ao controlador de fluxo, permite obter a componente de corrente no estator i_{ds} *. De realçar o desacoplamento existente entre o controlo do binário electromagnético e o controlo do fluxo magnético.

Identicamente ao que se verifica no método de controlo directo, as componentes de corrente de referência i_a^* , i_b^* , i_c^* são obtidas através da transformação de coordenadas entre o referencial dq e abc. O erro verificado entre estas e as componentes medidas i_a , i_b , i_c é aplicado a controladores de histerese, permitindo obter os sinais de comando PWM dos IGBT do inversor trifásico controlado em corrente.

2.4.3. Controlo Directo de Binário

Alternativamente ao Controlo por Orientação de Campo, o método de Controlo Directo de Binário (DTC), figura 2.41, permite o controlo do binário com elevada largura de banda, baseando-se na existência de anéis de controlo para binário electromagnético e fluxo estatórico, sendo todos os sinais estimados a partir da leitura das tensões e correntes na máquina.



Figura 2.41 – Esquema de Controlo Directo de Binário [Thongam, 2006]

Os valores de referência do fluxo estatórico e binário electromagnético são comparados respectivamente com os valores estimados das referidas grandezas, sendo os erros resultantes analisados por controladores de histerese. O controlador de fluxo possui dois níveis de saída digital, respeitando as condições 2.15 e 2.16. De notar que $2HB_{\psi s}$ é a largura total da banda de histerese do controlador de fluxo [Bose, 2002].

$$E_{\psi_s} > +HB_{\psi_s} \Longrightarrow H_{\psi_s} = 1 \tag{2.15}$$

$$E_{\psi_s} < -HB_{\psi_s} \Longrightarrow H_{\psi_s} = -1 \tag{2.16}$$

38

2. Estado da Arte

Por seu lado, o controlador de binário possui três níveis de saída digital, respeitando as condições 2.17 a 2.19.

$$E_{T_e} > +HB_{T_e} \Longrightarrow H_{T_e} = 1 \tag{2.17}$$

$$E_{T_e} < -HB_{T_e} \Longrightarrow H_{T_e} = -1 \tag{2.18}$$

$$-HB_{T_e} < E_{T_e} < +HB_{T_e} \Longrightarrow H_{T_e} = 0$$

$$(2.19)$$

Os sinais estimados de fluxo estatórico e binário são calculados pelo bloco de cálculo de fluxo estatórico e binário, recorrendo à medição de tensões e correntes aos terminais da máquina. Este bloco permite igualmente o cálculo do número do sector S(k) no qual se encontra o vector de fluxo estatórico $\overline{\psi_s}$. Atendendo à figura 2.42, são definidos seis sectores, cada um com um ângulo de largura de 30° [Bose, 2002].



Figura 2.42 – Trajectória do vector de fluxo estatórico [Bose, 2002]

A tabela de vectores de tensão, figura 2.41, recebe os sinais $H_{\psi s}$, H_{Te} e S(k), e segundo as condições presentes na tabela 2.8, o inversor trifásico aplica à máquina assíncrona um dos oito vectores de tensão possíveis, dois dos quais nulos, figura 2.43. De notar que a aplicação de um vector de tensão implica uma variação de fluxo.

$H_{\psi s}$	H _{Te}	S (1)	S(2)	S(3)	S(4)	S(5)	S(6)
1	1	U_2	U_3	U_4	U_5	U ₆	U_1
	0	U_0	U ₇	U_0	U_7	U ₀	U_7
	-1	U ₆	U_1	U_2	U ₃	U ₄	U_5
-1	1	U ₃	U_4	U ₅	U ₆	U1	U_2
	0	U ₇	U ₀	U ₇	U ₀	U ₇	U_0
	-1	U ₅	U ₆	U_1	U ₂	U ₃	U_4

Tabela 2.8 - Vectores a aplicar ao inversor trifásico para os diferentes sectores [Bose, 2002]



Figura 2.43 – Vectores de Tensão a aplicar pelo inversor à máquina assíncrona e a correspondente variação do fluxo estatórico no tempo Δt [Bose, 2002]

Desprezando a resistência do estator R_s , a tensão no estator pode ser dada por 2.20, obtendose consequentemente 2.21, sendo possível concluir que o vector de fluxo estatórico $\overline{\psi_s}$ pode ser alterado pela aplicação de determinado vector de tensão $\overline{U_s}$ durante um intervalo de tempo Δt .

$$\overline{U_s} = \frac{d}{dt} \left(\overline{\psi_s} \right) \tag{2.20}$$

$$\Delta \overline{\psi_s} = \overline{U_s} \Delta t \tag{2.21}$$

Deste modo, em função da posição do fluxo estatórico e do binário necessário a desenvolver, deverá ser aplicado o vector de tensão adequado, figura 2.44.



Figura 2.44 - Representação vectorial do fluxo para diferentes valores de binário

No caso do binário desenvolvido ser insuficiente, o vector de fluxo deve avançar, figura 2.44 a). Se o binário desenvolvido for suficiente, o vector de fluxo deve permanecer na sua posição, figura 2.44 b). Se o binário desenvolvido for excessivo, o vector de fluxo deve recuar, figura 2.44 c).

O método de controlo directo do binário para além de permitir o simples controlo directo do fluxo estatórico e do binário por escolha do vector de tensão, caracteriza-se igualmente por não necessitar de nenhum sinal de realimentação, nem as transformações de referencial verificadas no método de controlo por orientação de campo. Por outro lado, o controlo directo do binário apresenta limitações para baixos valores de velocidade, devido a variações na resistência estatórica, assim como distorção no fluxo e no binário devido ao controlo por histerese [Bose, 2002].

2.4.4. Comparação de Métodos de Controlo

Dos métodos anteriormente descritos, os métodos escalares apesar da sua simples implementação e desempenho estático aceitável, não permitem controlar os regimes dinâmicos onde os transitórios de tensões e correntes podem danificar a electrónica de potência, apresentando um fraco desempenho dinâmico.

O controlo por orientação de campo, consequência do desenvolvimento da electrónica de potência e soluções computacionais avançadas, possibilita o desacoplamento entre as componentes de binário e fluxo, permitindo respostas transitórias semelhantes às da máquina de corrente contínua com excitação independente, melhorando o comportamento dinâmico, e apresentando uma eficaz reacção à variação de velocidade. O controlo directo do binário, apesar da distorção verificada no fluxo e binário para baixas velocidades, apresenta como principais vantagens a simplicidade de implementação e a capacidade de controlar directamente o binário, permitindo respostas rápidas, embora mais lentas do que as verificadas no controlo por orientação de campo.

3.1. Transformações Trifásicas

No estudo de sistemas de potência, recorre-se assiduamente à utilização de transformações matemáticas de modo a desacoplar variáveis, auxiliando na resolução de equações complicadas de coeficientes variantes no tempo, possibilitando igualmente que todas as variáveis sejam referidas a um único referencial [Ong, 1998].

3.1.1. Transformação de Fortescue

O método das componentes simétricas desenvolvido por Fortescue³ utiliza uma transformação complexa, 3.1, de modo a desacoplar as variáveis trifásicas *abc*.

$$[f_{012}] = [T_{012}][f_{abc}]$$
(3.1)

A variável *f* pode representar correntes, tensões, ou fluxos, sendo a matriz de transformação *T* apresentada em 3.2. De realçar que variável *a* é dada por $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$. A matriz de transformação inversa de Fortescue é dada por 3.3.

$$[T_{012}] = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}$$
(3.2)

$$[T_{012}]^{-1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$
(3.3)

3.1.2. Transformação Polifásica - Ortogonal Difásica

A transformação Polifásica – Ortogonal Difásica, expressão 3.4, permite representar um sistema sem componente homopolar de *n* fases num sistema ortogonal de 2 fases (desfasadas de $\pi/2$). Atendendo a 3.5 e através da relação 3.6, tem-se a matriz de transformação 3.7.

³ Charles LeGeyt Fortescue, Engenheiro Electrotécnico Canadiano, 1876–1936.

[&]quot;Method of Symetrical Co-ordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks", *A.I.E.E. Trans.*, vol. 37, June 1918, pp. 1027-1140.

$$\left[f_{xy}\right] = \left[T(\theta)\right] \left[f_{123\dots n}\right] \tag{3.4}$$

$$[T(\theta)] = \sqrt{\frac{2}{n}} \begin{bmatrix} \cos(p\theta) & \cos(p\theta - \varphi) & \dots \cos(p\theta - (n-1)\varphi) \\ \cos\left(p\theta + \frac{\pi}{2}\right) & \cos\left(p\theta + \frac{\pi}{2} - \varphi\right) & \dots \cos\left(p\theta + \frac{\pi}{2} - (n-1)\varphi\right) \end{bmatrix}$$
(3.5)

$$\cos\left(p\,\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\,sen\left(p\,\theta\right) \tag{3.6}$$

$$[T(\theta)] = \sqrt{\frac{2}{n}} \begin{bmatrix} \cos(p\theta) & \cos(p\theta - \varphi) & \dots \cos(p\theta - (n-1)\varphi) \\ -sen(p\theta) & -sen(p\theta - \varphi) & \dots -sen(p\theta - (n-1)\varphi) \end{bmatrix}$$
(3.7)

A variável φ é o ângulo eléctrico entre eixos magnéticos adjacentes do enrolamento uniformemente distribuído de *n* fases, e *p* o número de pares de pólos. O coeficiente $\sqrt{\frac{2}{n}}$ é utilizado de modo a que a transformação de potência seja invariante.

3.1.3. Transformação de Clarke

A transformação de Clarke⁴ realiza a transformação entre a referência trifásica *abc* estacionária, numa referência arbitrária igualmente estacionária de duas fases, denominada $\alpha\beta$.



Figura 3.1 – Relação entre os eixos *abc* e *aβ* para a transformação de Clarke

O eixo α encontra-se coincidente com o eixo da fase a ($\theta = 0^{\circ}$), possuindo o eixo β um atraso de $\pi/2$ relativamente ao eixo α , como representado na figura 3.1. De notar que a adição de uma terceira variável, denominada componente de sequência nula ou homopolar, torna a matriz de transformação quadrada e invertível [Ong, 1998]. A transformação de Clarke segundo 3.7 é dada pela expressão 3.8.

⁴ Edith Clarke, Engenheira Electrotécnica Norte-Americana, 1883-1959.

Circuit Analysis of A-C Power Systems, Vol I – Symetrical and Related Componentes, John Wiley and Sons, 1943.

$$\begin{bmatrix} f_{\alpha\beta0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{\alpha\beta0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{abc} \end{bmatrix}$$
(3.8)
$$\begin{bmatrix} T_{\alpha\beta0} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(0) & \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \\ -sen(0) & -sen\left(-\frac{2\pi}{3}\right) & -sen\left(\frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$
(3.9)

A matriz 3.9 caracteriza-se por ser unitária, sendo o produto desta pela sua transposta igual à matriz identidade, $[T_{\alpha\beta0}][T_{\alpha\beta0}]^T = I_n$. Assim, a matriz de transformação inversa é igual à sua transposta, 3.10.

$$\begin{bmatrix} T_{\alpha\beta0} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} T_{\alpha\beta0} \end{bmatrix}^{T} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$
(3.10)

3.1.4. Transformação de Park

A transformação de Park⁵ realiza a transformação entre o referencial estacionário de duas fases $\alpha\beta$, num qualquer referencial dq que roda a uma velocidade angular ω_e , como ilustrado na figura 3.2. A transformação de Park é obtida pela expressão 3.11.



Figura 3.2 – Relação entre os eixos abc e dq para a transformação de Park

⁵ R. H. Park, 'Two-reaction Theory of Synchronous Machines'', *Trans. AIEE*, Vol. 48, pp. 716-730,1929.

$$\left[f_{dq}\right] = \left[T_{dq}\left(\theta_{e}\right)\right]\left[f_{\alpha\beta}\right] \tag{3.11}$$

$$\left[T_{dq}(\theta_{e})\right] = \begin{bmatrix}\cos(\theta_{e}) & sen(\theta_{e})\\ -sen(\theta_{e}) & \cos(\theta_{e})\end{bmatrix}$$
(3.12)

A variável θ_e é o ângulo de desfasagem entre o eixo α do referencial $\alpha\beta$, e o eixo d do referencial dq. A inversa da matriz 3.12 é dada por 3.13.

$$\begin{bmatrix} T_{dq}(\theta_e) \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & -sen(\theta_e) \\ sen(\theta_e) & \cos(\theta_e) \end{bmatrix}$$
(3.13)

A transformação de Park dada pela expressão 3.14, realiza por seu turno a transformação da referência trifásica *abc* estacionária, para a referência difásica denominada dq, que roda à velocidade angular ω_e .

$$\left[f_{dq0}\right] = \left[T_{dq0}(\theta_e)\right] \left[f_{abc}\right]$$
(3.14)

Atendendo à transformação 3.7, e adicionando a componente de sequência nula, tem-se a matriz 3.15.

$$[T_{dq0}(\theta_e)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & \cos\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -sen(\theta_e) & -sen\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) & -sen\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$
(3.15)

Considerando unitária a matriz 3.15, tem-se para a sua inversa a matriz 3.16.

$$\begin{bmatrix} T_{dq0}(\theta_e) \end{bmatrix}^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & -sen(\theta_e) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) & -sen\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) & -sen\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$
(3.16)

45

4.1. Campo Magnético Girante

Um dos princípios fundamentais da máquina assíncrona incide no desenvolvimento de um campo magnético girante no entreferro. Este campo pode ser gerado por um enrolamento trifásico, percorrido por um sistema trifásico sinusoidal de correntes de amplitude I e

frequência
$$\frac{\omega_e}{2\pi}$$

Para um sistema trifásico de correntes dado pelas equações 4.1 a 4.3, verifica-se em cada enrolamento um campo sinusoidal pulsante sobre o respectivo eixo, como se ilustra na figura 4.1.

$$I_a = I\cos(\omega_e t) \tag{4.1}$$

$$I_{b} = I \cos\left(\omega_{e} t - \frac{2\pi}{3}\right) \tag{4.2}$$

$$I_c = I \cos\left(\omega_e t + \frac{2\pi}{3}\right) \tag{4.3}$$



Figura 4.1 – Variação temporal da distribuição sinusoidal no espaço do campo magnético, num enrolamento percorrido por uma corrente sinusoidal no tempo [Ventim Neves, 2005]

Sendo o campo magnético dado pela expressão 4.4, onde *l* é a distância do entreferro e N_{esp} é o número de espiras de um enrolamento, e considerando a existência de um enrolamento trifásico, constituído por três enrolamentos desfasados de 120°, para um determinado ângulo espacial θ , os campo originados por cada um dos referidos enrolamentos são dados pelas expressões 4.5 a 4.7. O campo resultante é dado pela soma dos campos em cada um dos enrolamentos, expressão 4.8.

$$H = \frac{N_{esp}}{l}i\tag{4.4}$$

46

$$H_{a}(\theta) = \frac{N_{esp}}{l} I_{a} \cos(\theta)$$
(4.5)

$$H_{b}(\theta) = \frac{N_{esp}}{l} I_{b} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$
(4.6)

$$H_{c}(\theta) = \frac{N_{esp}}{l} I_{c} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$
(4.7)

$$H(\theta) = \frac{N_{esp}}{l} \left(I_a \cos(\theta) + I_b \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + I_c \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right)$$
(4.8)

Substituindo as equações 4.1 a 4.3 em 4.8, tem-se o campo magnético total em função do espaço e do tempo, expressão 4.9. Este apresenta um valor máximo de $\frac{3}{2} \frac{N_{esp}I}{l}$, encontrando-se a girar no entreferro com velocidade síncrona ω_e . A força magneto motriz correspondente é definida na expressão 4.10.

$$H(\theta, t) = \frac{3}{2} \frac{N_{esp}I}{l} \cos(\omega_e t - \theta)$$
(4.9)

$$F(\theta,t) = H(\theta,t)l = \frac{3}{2}N_{esp}I\cos(\omega_e t - \theta)$$
(4.10)

4.2. Velocidade e Escorregamento

O campo girante do estator ao passar pelo rotor, induz forças electromotrizes nos condutores do rotor que, estando em curto-circuito, permitem a circulação de correntes rotóricas que originam um campo magnético, com o qual o campo girante do estator interage.

O campo magnético do rotor gira igualmente em relação a este, podendo-se afirmar que "escorrega" sobre o rotor, não se encontrando fixo a este. O rotor não roda à velocidade de sincronismo, pois se tal ocorresse, o campo magnético girante do estator encontrar-se-ia parado em relação ao do rotor, não ocorrendo indução de correntes neste último.

De notar que a máquina assíncrona apresenta apenas capacidade para funcionar fora do sincronismo [Ventim Neves, 2005].

Para qualquer velocidade eléctrica de rotação ω_r diferente de ω_e , a diferença entre estas, ω_{sl} , induz correntes no rotor, sendo desenvolvido binário. O escorregamento pode então ser definido pela expressão 4.11.

A velocidade de rotação mecânica ω_m , 4.12, depende da velocidade de rotação eléctrica ω_r do rotor e do número de pares de pólos da máquina, *p* [Bose, 2002].

$$S = \frac{\omega_e - \omega_r}{\omega_e} = \frac{\omega_{sl}}{\omega_e}$$
(4.11) $\omega_m = \frac{\omega_r}{p}$ (4.12)

4.3. Circuito Equivalente por Fase

Com o intuito de determinar a característica Binário-Velocidade da máquina assíncrona e respectivas regiões de funcionamento, esquematiza-se o circuito equivalente por fase em regime permanente, figura 4.2, representando a ligação magnética estator-rotor.

Sendo a velocidade eléctrica de rotação ω_r do rotor inferior à velocidade do campo magnético girante do estator ω_e , a frequência das correntes induzidas nos condutores do rotor é um factor do escorregamento *S* [Trzynadlowski, 2001]. Assim, a reactância do enrolamento do rotor e da força electromotriz induzida são respectivamente dadas por 4.14 e 4.15.

$$\omega_{sl} = S\omega_e \tag{4.13}$$

$$jX_r = j\omega_{sl}L_{lr} = jS\omega_e L_{lr}$$
(4.14)

$$SE_r$$
 (4.15)



Figura 4.2 - Circuito equivalente por fase da máquina de indução, representando a ligação magnética estator-rotor [Bose, 2002]

Para o circuito da figura 4.2, torna-se possível obter as equações por fase relativas ao estator e ao rotor, respectivamente 4.16 e 4.17. Dividindo ambos os termos da equação 4.17 pelo escorregamento, tem-se 4.18.

$$U_s = R_s I_s + j \omega_e L_{ls} I_s + E_m \tag{4.16}$$

$$SE_r = R_r I_r + j S \omega_e L_{lr} I_r \tag{4.17}$$

$$E_r = \frac{R_r}{S}I_r + j\omega_e L_{lr}I_r = \left(R_r + R_r \frac{1-S}{S}\right)I_r + j\omega_e L_{lr}I_r$$
(4.18)

48

A análise da expressão 4.18 permite concluir que o rotor é constituído pela série de duas resistências, uma constante e outra dependente do escorregamento. A primeira é referente a perdas por efeito de joule no rotor, sendo a segunda uma resistência de carga fictícia, que solicita à máquina uma energia eléctrica equivalente à energia mecânica requerida à máquina [Ventim Neves, 2005].

$$\frac{R_r}{S} = \left(R_r + R_r \frac{1-S}{S}\right) \tag{4.19}$$

Paralelamente ao realizado no estudo do transformador, as grandezas no rotor podem ser substituídas por grandezas reduzidas ao estator, relacionadas através da relação de transformação *N*. Deste modo, obtém-se as seguintes expressões para a corrente, tensão, coeficiente de indução e resistência, respectivamente, reduzidas ao estator [Ventim Neves, 2005].

$$I_r' = \frac{I_r}{N} \tag{4.20}$$

$$U_r' = NU_r \tag{4.21}$$

$$L_{lr}' = N^2 L_r \tag{4.22}$$

$$R_r' = N^2 R_r \tag{4.23}$$

Na figura 4.3, ilustra-se o circuito equivalente por fase da máquina assíncrona, reduzido ao estator. Na figura 4.4 encontra-se o diagrama vectorial associado.



Figura 4.3 - Circuito equivalente por fase da máquina assíncrona, reduzido ao estator [Bose, 2002]



Figura 4.4 – Diagrama vectorial do circuito equivalente por fase [Bose, 2002]

4.4. Análise de Potências

Considerando o circuito equivalente por fase reduzido ao estator, figura 4.3, obtêm-se as expressões 4.24 a 4.29 para a potência [Bose, 2002].

Potência de Entrada:	$P_{in} = 3U_s I_s \cos\phi$	(4.24)
Potência de perdas de cobre no estator:	$P_{ls} = 3I_s^2 R_s$	(4.25)
Potência de perdas magnéticas:	$P_{lc} = \frac{3U_m^2}{R_m}$	(4.26)
Potência no entreferro:	$P_g = 3I_r'^2 \frac{R_r'}{S}$	(4.27)
Potência de perdas de cobre no rotor:	$P_{lr} = 3I_r'^2 R_r'$	(4.28)
Potência mecânica de saída:	$P_m = P_g - P_{lr} = 3I_r'^2 R_r' \frac{1-S}{S}$	(4.29)

4.5. Binário Electromagnético

Atendendo à figura 4.3, e desprezando a queda de tensão no ramo longitudinal de entrada face à força electromotriz, assume-se que o ramo transversal se encontra sujeito à tensão de entrada, obtendo-se o circuito da figura 4.5, do qual se deduz a corrente no rotor reduzida ao estator, expressão 4.30.



Figura 4.5 - Circuito equivalente por fase da máquina assíncrona, desprezando a queda de tensão no ramo longitudinal de entrada [Bose, 2002]

$$I_{r}' = \frac{U_{s}}{\sqrt{\left(R_{s} + \frac{R_{r}'}{S}\right)^{2} + \omega_{e}^{2}\left(L_{ls} + L_{lr}'\right)^{2}}}$$
(4.30)

O binário electromagnético é dado pela expressão 4.31, sendo P_m a potência mecânica desenvolvida e ω_m a velocidade mecânica de rotação. Atendendo às expressões 4.11 e 4.12 tem-se 4.32 e 4.33. Substituindo 4.30 em 4.29, e deste resultado e 4.33 em 4.31, tem-se 4.34 relativa ao binário electromagnético.

$$T_m = T_e = \frac{P_m}{\omega_m} \tag{4.31}$$

$$\omega_r = \omega_e (1 - S) \tag{4.32}$$

$$\omega_m = \frac{\omega_e(1-S)}{p} \tag{4.33}$$

$$T_{e} = 3p \frac{R_{r}'}{S\omega_{e}} \frac{U_{s}^{2}}{\left(R_{s} + \frac{R_{r}'}{S}\right)^{2} + \omega_{e}^{2} \left(L_{ls} + L_{lr}'\right)^{2}}$$
(4.34)

4.6. Característica Binário - Velocidade

Pela expressão 4.34, torna-se possível representar a característica binário – velocidade para a máquina assíncrona, figura 4.6, verificando-se a existência de três regiões bem delineadas.

Na região de freio, o rotor roda na direcção oposta do campo girante do estator, sendo o escorregamento *S* superior a um. Esta situação verifica se alterando a sequência de fases de alimentação dos enrolamentos do estator com o rotor em movimento, ou através da aplicação de carga mecânica que conduza o rotor na direcção oposta ao campo girante do estator.

Sendo o binário desenvolvido positivo e a velocidade de rotação negativa, este vai actuar como binário de travagem, sendo a energia gerada dissipada na máquina, originando sobreaquecimento. A potência desenvolvida neste caso é negativa.

Na região de motor, o rotor roda na mesma direcção do campo girante do estator, mas com velocidade inferior a este, estando o escorregamento *S* entre zero e um. O binário desenvolvido é positivo, assim como a velocidade de rotação, sendo a potência desenvolvida igualmente positiva. De notar a existência de uma região de funcionamento como motor similar a esta, em que o binário desenvolvido é negativo, assim como a velocidade de rotação, sendo a potência desenvolvida igualmente positiva.

Na região de gerador, o rotor roda na mesma direcção do campo girante do estator, mas com velocidade superior a este, sendo o escorregamento *S* negativo. O binário desenvolvido é negativo, sendo positiva a velocidade de rotação. A potência desenvolvida neste caso é negativa. Impelindo o rotor por uma turbina eólica, consegue-se colocar o rotor a rodar a uma velocidade superior ao campo girante do estator, funcionando então como gerador assíncrono. De modo a determinar o máximo binário electromagnético, determina-se o escorregamento para o qual tal se verifica. Igualando a zero a derivada da expressão 4.34 em ordem ao escorregamento tem-se 4.35, sendo o binário máximo correspondente dado por 4.36.



Figura 4.6 - Característica binário – velocidade da máquina assíncrona [Ong, 1998]

$$S_{\max} = \frac{R_{r}'}{\sqrt{R_{s}^{2} + \omega_{e}^{2} (L_{ls} + L_{lr}')^{2}}}$$
(4.35)

$$T_{e\max} = \frac{3p}{2\omega_e} \frac{U_s^2}{R_s + \sqrt{R_s^2 + \omega_e^2 (L_{ls} + L_{lr}')^2}}$$
(4.36)

52

4.7. Regiões de Funcionamento

As limitações de tensão e corrente da máquina de indução e respectivos conversores, determinam a existência de distintas regiões de funcionamento, figura 4.7. Para velocidades inferiores à velocidade de nominal da máquina, tem-se a região de binário constante, enquanto para velocidades superiores tem-se a região de enfraquecimento de fluxo, visto que não se dispondo de tensão superior à nominal, o aumento da velocidade acima do seu valor nominal é acompanhado por diminuição do fluxo, e consequentemente, do máximo binário disponível. De notar que para velocidades reduzidas, existe uma deterioração da capacidade de autoremoção do calor produzido na máquina, impossibilitando a utilização plena da potência em serviço prolongado, sendo restringidos os limites de binário admissível, isto no caso de inexistência de ventilação forçada [Palma, 1999].



Figura 4.7 – Zonas de funcionamento da máquina de indução em regime permanente e limites admissíveis em regime transitório [Palma, 1999]



Figura 4.8 – Características do motor de indução nas zonas de binário constante e enfraquecimento de fluxo, em função da velocidade [Bose, 2002]

Na figura 4.8 ilustram-se diversas características do motor de indução em função da velocidade, entre elas a tensão e corrente no estator, o binário electromagnético desenvolvido, o fluxo de magnetização, e o escorregamento. De notar na região de enfraquecimento de fluxo a divisão entre uma zona de potência constante e uma zona de velocidade elevada, sendo nesta última mais acentuado o decaimento de binário.

4.8. Modelo Dinâmico

O circuito equivalente por fase da máquina assíncrona analisado no ponto 4.3, é válido unicamente para o regime estacionário. Para variações de velocidade, torna-se importante analisar o comportamento transitório da máquina.

O complexo desempenho dinâmico das máquinas de corrente alternada deve-se ao facto de o enrolamento trifásico do rotor se deslocar relativamente ao enrolamento trifásico do estator. O seu funcionamento pode ser encarado como o de um transformador com o secundário móvel, onde os coeficientes de acoplamento entre as fases do estator e do rotor mudam continuamente com a posição θ_r do rotor, figura 4.9.

O modelo da máquina pode ser descrito através de equações diferenciais, em que as variáveis relativas às indutâncias mútuas são variantes ao longo do tempo. Com o intento de simplificar o referido modelo, pode proceder-se à sua representação num referencial difásico, figura 4.10, onde $\alpha^{s}\beta^{s}$ correspondem respectivamente aos eixos directo e de quadratura do estator, correspondendo $\alpha^{r}\beta^{r}$ aos eixos directos e de quadratura do rotor [Bose, 2002].



Figura 4.9 - Acoplamento entre as fases do estator e do rotor [Bose, 2002]



Figura 4.10 - Modelo equivalente difásico do estator e rotor [Bose, 2002]

4.8.1. Transformação de Coordenadas

Através das transformações de referencial analisadas no capítulo três, procede-se à transformação das grandezas representadas no referencial trifásico *abc*, em representações no referencial difásico estacionário $\alpha\beta$, assim como a transformação entre este último e o referencial *dq* que roda à velocidade de sincronismo ω_e , e vice-versa. Nos pontos 4.8.1.1 e 4.8.1.2 utiliza-se como grandeza a tensão nos enrolamentos do estator. As referidas transformações de referenciais são igualmente aplicáveis a grandezas como a corrente ou o fluxo ligado por fase [Bose, 2002].

4.8.1.1. Transformação entre o referencial *abc* e $\alpha\beta$



Figura 4.11 – Transformação entre referencial abc e αβ

Analisando a figura 4.11, e assumindo os eixos $\alpha\beta$ orientados segundo um ângulo $\theta = 0$ relativamente aos eixos *abc* (eixo *a* coincidente com o eixo α), e tendo em conta as expressões 3.8 e 3.9, as tensões u_{α} e u_{β} relativas ao referencial $\alpha\beta$, em função das tensões u_{α} , u_{b} , u_{c} , são dadas pela equação matricial presente em 4.37.

$$\begin{bmatrix} u_{\alpha} \\ u_{\beta} \\ u_{0} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{a} \\ u_{b} \\ u_{c} \end{bmatrix}$$
(4.37)

Considerando a inexistência de neutro na máquina de indução, a soma das correntes nos enrolamentos do estator é nula, sendo possível desprezar a componente de sequência nula. As componentes u_{α} e u_{β} são então dadas respectivamente por 4.38 e 4.39.
4. Máquina Assíncrona

$$u_{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(u_{a} - \frac{1}{2} u_{b} - \frac{1}{2} u_{c} \right) \quad (4.38) \qquad \qquad u_{\beta} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} u_{b} - \frac{\sqrt{3}}{2} u_{c} \right) \quad (4.39)$$

Por outro lado, atendendo à expressão 3.10, as tensões u_a , u_b , u_c , em função das tensões u_α e u_β , são dadas pela equação matricial presente em 4.40. Desprezando a componente de sequência nula, as componentes u_a , u_b , u_c , são respectivamente dadas por 4.41 a 4.43.

$$\begin{bmatrix} u_{a} \\ u_{b} \\ u_{c} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{\alpha} \\ u_{\beta} \\ u_{0} \end{bmatrix}$$
(4.40)

$$u_a = \sqrt{\frac{2}{3}}u_\alpha \tag{4.41}$$

$$u_{b} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(-\frac{1}{2} u_{\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2} u_{\beta} \right)$$
(4.42)

$$u_{c} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(-\frac{1}{2} u_{\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2} u_{\beta} \right)$$
(4.43)

4.8.1.2. Transformação entre o referencial $\alpha\beta$ e dq

Observando a figura 4.12, e tendo em conta as expressões 3.11 e 3.12, as tensões u_d e u_q relativas ao referencial dq, em função das tensões u_{α} e u_{β} , são dadas pela equação matricial 4.44. As componentes u_d e u_q são respectivamente dadas por 4.45 e 4.46.



Figura 4.12 – Transformação entre referencial $\alpha\beta$ e dq

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & sen(\theta_e) \\ -sen(\theta_e) & \cos(\theta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix}$$
(4.44)

$$u_{d} = u_{\alpha} \cos \theta_{e} + u_{\beta} \sin \theta_{e} \tag{4.45}$$

$$u_{q} = -u_{\alpha} sen \theta_{e} + u_{\beta} \cos \theta_{e} \tag{4.46}$$

Por outro lado, atendendo à expressão 3.13, as tensões u_{α} e u_{β} em função das tensões u_d e u_q são dadas pela equação matricial 4.47. As expressões 4.48 e 4.49 representam u_{α} e u_{β} em função de u_d e u_q .

$$\begin{bmatrix} u_{\alpha} \\ u_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{e}) & -sen(\theta_{e}) \\ sen(\theta_{e}) & \cos(\theta_{e}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{d} \\ u_{q} \end{bmatrix}$$
(4.47)

$$u_{\alpha} = u_d \cos \theta_e - u_a sen \theta_e \tag{4.48}$$

$$u_{\beta} = u_d sen \theta_e + u_q \cos \theta_e \tag{4.49}$$

4.8.2. Equação do circuito trifásico equilibrado da Máquina Assíncrona nos referenciais $\alpha\beta e dq$

4.8.2.1. Equivalência entre referencial *abc* $e \alpha \beta$

O circuito trifásico equilibrado da máquina assíncrona com acoplamento magnético entre fases, representado na figura 4.13 para o sistema de coordenadas reais *abc*, é regido pelas equações 4.50 e 4.51, na forma matricial [Palma, 1999].





4. Máquina Assíncrona

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix}$$
(4.50)

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_{a} \\ \boldsymbol{\psi}_{b} \\ \boldsymbol{\psi}_{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L \\ i_{b} \\ i_{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{a} & -L_{m} & -L_{m} \\ -L_{m} & L_{a} & -L_{m} \\ -L_{m} & -L_{m} & L_{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{a} \\ i_{b} \\ i_{c} \end{bmatrix}$$
(4.51)

Relativamente à equação 4.50, as tensões por fase dependem da queda de tensão em cada enrolamento, e da variação fluxo ligado com o mesmo. Analisando a equação 4.51 relativa ao fluxo ligado por fase, tem-se que $L_a \ e \ L_m$, são respectivamente, as indutâncias próprias e mútuas.

Procedendo a uma transformação de coordenadas do referencial *abc* para o referencial $\alpha\beta$, recorrendo à matriz de transformação e à sua inversa, 3.9 e 3.10, $[T_{\alpha\beta0}]$ e $[T_{\alpha\beta0}]^{-1}$ respectivamente, torna-se possível obter equações diferenciais desacopladas.

Atendendo às equações 4.52 a 4.54, e recorrendo à referida transformação de referencial, temse a equação 4.50, dada por 4.55.

$$\begin{bmatrix} u_{a} \\ u_{b} \\ u_{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{\alpha\beta0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u_{\alpha} \\ u_{\beta} \\ u_{0} \end{bmatrix} (4.52) \qquad \begin{bmatrix} i_{a} \\ i_{b} \\ i_{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{\alpha\beta0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \\ i_{0} \end{bmatrix} (4.53) \qquad \begin{bmatrix} \psi_{a} \\ \psi_{b} \\ \psi_{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{\alpha\beta0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \psi_{\alpha} \\ \psi_{\beta} \\ \psi_{0} \end{bmatrix} (4.54)$$
$$\begin{bmatrix} T_{\alpha\beta0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u_{\alpha} \\ u_{\beta} \\ u_{0} \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} T_{\alpha\beta0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \\ i_{0} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} T_{\alpha\beta0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \psi_{\alpha} \\ \psi_{\beta} \\ \psi_{0} \end{bmatrix}$$
(4.55)

Multiplicando ambos os termos de 4.55 por $[T_{\alpha\beta0}]$, 4.56, tem-se a equação matricial 4.57.

$$\begin{bmatrix} T_{\alpha\beta0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{\alpha\beta0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u_{\alpha} \\ u_{\beta} \\ u_{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{\alpha\beta0} \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} T_{\alpha\beta0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \\ i_{0} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} T_{\alpha\beta0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{\alpha\beta0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \psi_{\alpha} \\ \psi_{\beta} \\ \psi_{0} \end{bmatrix}$$
(4.56)
$$\begin{bmatrix} u_{\alpha} \\ u_{\beta} \\ u_{0} \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \\ i_{0} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{\alpha} \\ \psi_{\beta} \\ \psi_{0} \end{bmatrix}$$
(4.57)

4. Máquina Assíncrona

Analogamente, a equação 4.51 representada no referencial $\alpha\beta$ é expressa pela equação matricial 4.59, sendo a matriz de indutância [*L*'] dada por 4.60. As indutâncias *L* e L_0 na expressão 4.60, são dados respectivamente por 4.61 e 4.62.

$$\begin{bmatrix} T_{\alpha\beta0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \psi_{\alpha} \\ \psi_{\beta} \\ \psi_{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{\alpha\beta0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \\ i_{0} \end{bmatrix}$$
(4.58)

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_{\alpha} \\ \boldsymbol{\psi}_{\beta} \\ \boldsymbol{\psi}_{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \\ i_{0} \end{bmatrix}$$
(4.59)

$$\begin{bmatrix} L' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & L_0 \end{bmatrix}$$
(4.60)

$$L = L_a + L_m \tag{4.61}$$

$$L_0 = L_a - 2L_m (4.62)$$

Tal como referido no ponto 4.8.1.1, é possível desprezar a componente de sequência nula. Assim, 4.57 e 4.59 são apresentadas respectivamente por 4.63 e 4.64.

$$\begin{bmatrix} u_{\alpha} \\ u_{\beta} \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{\alpha} \\ \psi_{\beta} \end{bmatrix}$$
(4.63)

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_{\alpha} \\ \boldsymbol{\psi}_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix}$$
(4.64)

Torna-se evidente a equivalência de representação entre o referencial *abc* e $\alpha\beta$, do sistema de equações que rege o circuito trifásico equilibrado da máquina de indução com acoplamento magnético entre fases.

A equação do circuito trifásico equilibrado da máquina de indução, representada através de vectores espaciais representados no referencial $\alpha\beta$, é dada pela expressão 4.65.

$$\overline{u}_{\alpha\beta} = R\overline{i}_{\alpha\beta} + \frac{d}{dt}\overline{\psi}_{\alpha\beta}$$
(4.65)

4.8.2.2. Equivalência entre referencial $\alpha\beta e dq$

Considera-se a representação de um dado vector genérico $\overline{x_{dq}}$ no referencial dq, em função das variáveis x_d e x_q , 4.66.

$$x_{dq} = x_d + jx_q \tag{4.66}$$

Recorrendo às equações 4.45 e 4.46, e tomando para a grandeza de tensão uma grandeza genérica x, tem-se 4.67. O vector $\overline{x_{dq}}$ pode ser igualmente representado em termos das variáveis $x_{\alpha} e x_{\beta}$.

$$\overline{x_{dq}} = x_d + jx_q = (x_\alpha + jx_\beta)(\cos\theta_e - j\sin\theta_e) = (x_\alpha + jx_\beta)e^{-j\theta_e} = \overline{x_{\alpha\beta}}e^{-j\theta_e} \quad (4.67)$$

A equação 4.67 ilustra que o referencial dq se encontra a rodar $\theta_e(t)$ em relação ao referencial $\alpha\beta$. Atendendo à referida equação, determina-se a relação entre $\overline{x_{dq}}$ e $\overline{x_{\alpha\beta}}$, dada pela expressão 4.68. A equação do circuito trifásico equilibrado da máquina de indução pode ser representada através de vectores espaciais no referencial dq, 4.69.

$$\overline{x_{\alpha\beta}} = \overline{x_{dq}} e^{j\theta_e} \tag{4.68}$$

$$\overline{u}_{dq}e^{j\theta_e} = R\overline{i}_{dq}e^{j\theta_e} + \frac{d}{dt}\overline{\psi}_{dq}e^{j\theta_e}$$
(4.69)

4.8.3. Modelo Dinâmico de Quinta Ordem

4.8.3.1. Equações de Tensão no Estator e no Rotor

Pelas expressões anteriormente desenvolvidas, torna-se possível encontrar um modelo dinâmico para a máquina de indução. Sendo a derivada do fluxo em relação ao tempo dado por 4.70, 4.69 pode ser escrita igualmente na forma 4.71.

$$\frac{d\overline{\psi_{dq}}e^{j\omega_{e^{t}}}}{dt} = \frac{d\overline{\psi_{dq}}}{dt}e^{j\omega_{e^{t}}} + j\omega_{e}\overline{\psi_{dq}}e^{j\omega_{e^{t}}}$$
(4.70)

$$\overline{u}_{dq}e^{j\omega t} = R\overline{i}_{dq}e^{j\omega_{e}t} + \frac{d\overline{\psi}_{dq}}{dt}e^{j\omega_{e}t} + j\omega_{e}\overline{\psi}_{dq}e^{j\omega_{e}t}$$
(4.71)

4. Máquina Assíncrona

Desenvolvendo a equação 4.71 em função das componentes do eixo directo d, 4.73, e do eixo de quadratura q, 4.74, têm-se quatro equações, duas referentes ao estator e duas referentes ao rotor.

$$u_d + ju_q = Ri_d + jRi_q + \frac{d}{dt}(\psi_d + j\psi_q) + j\omega_e(\psi_d + j\psi_q)$$
(4.72)

$$u_d = Ri_d + \frac{d}{dt} \psi_d - \omega_e \psi_q \tag{4.73}$$

$$u_q = Ri_q + \frac{d}{dt}\psi_q + \omega_e\psi_d \tag{4.74}$$

Para o referencial dq a rodar à velocidade de sincronismo ω_e , as equações referentes ao estator são dadas por 4.75 e 4.76. No caso do rotor, este possui uma velocidade eléctrica de rotação ω_r diferente da velocidade de sincronismo ω_e , deslocando-se o referencial dq com uma velocidade $\omega_e - \omega_r$ relativamente ao rotor. As equações referentes ao rotor são dadas por 4.77 e 4.78.

$$u_{ds} = R_s i_{ds} + \frac{d}{dt} \psi_{ds} - \omega_e \psi_{qs}$$
(4.75)

$$u_{qs} = R_s i_{qs} + \frac{d}{dt} \psi_{qs} + \omega_e \psi_{ds}$$
(4.76)

$$u_{dr} = R_r i_{dr} + \frac{d}{dt} \psi_{dr} - (\omega_e - \omega_r) \psi_{qr}$$
(4.77)

$$u_{qr} = R_r i_{qr} + \frac{d}{dt} \psi_{qr} + (\omega_e - \omega_r) \psi_{dr}$$
(4.78)

Nas figuras 4.14 e 4.15 encontram-se representados os circuitos equivalentes do modelo dinâmico, relativos respectivamente ao eixo directo d e eixo de quadratura q.



Figura 4.14 – Circuito equivalente do modelo dinâmico, relativo ao eixo directo d [Bose, 2002]



Figura 4.15 – Circuito equivalente do modelo dinâmico, relativo ao eixo de quadratura *q* [Bose, 2002]

Para os modelos acima descritos, as expressões de fluxo ligado encontram-se definidas seguidamente.

$$\psi_{ds} = L_{ls}i_{ds} + L_m(i_{ds} + i_{dr}) \tag{4.79}$$

$$\psi_{dr} = L_{lr} i_{dr} + L_m (i_{ds} + i_{dr})$$
(4.80)

$$\psi_{dm} = L_m (i_{ds} + i_{dr}) \tag{4.81}$$

$$\psi_{qs} = L_{ls}i_{qs} + L_m(i_{qs} + i_{qr})$$
(4.82)

$$\psi_{qr} = L_{lr}i_{qr} + L_m(i_{qs} + i_{qr})$$
(4.83)

$$\psi_{qm} = L_m \left(i_{qs} + i_{qr} \right) \tag{4.84}$$

4.8.3.2. Equação do Binário Electromagnético

Considerando a expressão 4.27 referente à potência no entreferro P_g , a expressão 4.29 relativa à potência mecânica desenvolvida P_m , e a relação entre velocidade mecânica e velocidade do campo girante do estator, 4.33, a expressão de binário electromagnético 4.31 pode assumir a forma 4.85.

$$T_e = p \frac{P_g}{\omega_e} \tag{4.85}$$

Desprezando as perdas magnéticas, expressão 4.26, o diagrama vectorial do circuito equivalente por fase representando na figura 4.4, toma o aspecto da figura 4.16, sendo a potência no entreferro dada pela expressão 4.86. Esta pode igualmente ser dada em função da corrente do rotor reduzida ao estator, 4.87, sendo a tensão e o fluxo de magnetização dados por 4.88 e 4.89, respectivamente.



Figura 4.16 – Diagrama Vectorial do Circuito equivalente por fase

$$P_g = 3U_m I_s sen\theta \tag{4.86}$$

$$P_{g} = 3U_{m}I_{r}'sen\delta \tag{4.87}$$

$$U_m = \omega_e \psi_m \tag{4.88}$$

$$\psi_m = L_m I_m \tag{4.89}$$

Deste modo, e atendendo à expressão 4.85, o binário electromagnético é representado pelas expressões 4.90 e 4.91, sendo os valores de pico do fluxo de magnetização e das correntes, dados respectivamente pelas equações 4.92 a 4.94.

$$T_e = 3p\psi_m I_s sen\theta = \frac{3}{2}p\hat{\psi}_m \hat{I}_s sen\theta$$
(4.90)

$$T_e = 3p \psi_m I_r' sen \delta = \frac{3}{2} p \hat{\psi}_m \hat{I}_r' sen \delta$$
(4.91)

$$\hat{\psi}_m = \sqrt{2} \, \psi_m \tag{4.92}$$

$$\hat{I}_s = \sqrt{2} I_s \tag{4.93}$$

$$\hat{I}_{r}' = \sqrt{2} I_{r}'$$
 (4.94)

Tendo em conta a expressão relativa ao produto vectorial, 4.95, o binário electromagnético é descrito na forma vectorial, pelas equações 4.96 e 4.97. Entenda-se como \hat{n} , a orientação do referido vector de binário electromagnético.

4. Máquina Assíncrona

$$\overline{A} \times \overline{B} = |A| |B| \operatorname{sen} \xi \, \hat{n} \tag{4.95}$$

$$\overline{T}_{e} = \frac{3}{2} p \,\overline{\psi}_{m} \times \overline{I}_{s} \tag{4.96}$$

$$\overline{T}_{e} = \frac{3}{2} p \overline{\Psi}_{m} \times \overline{I}_{r}$$
(4.97)

Definidas as anteriores equações, torna-se possível representar vectorialmente o binário electromagnético no referencial dq, que roda à velocidade de sincronismo ω_e .

Segundo a definição de produto vectorial, este pode ser dado pelo determinante da matriz 4.98, matriz essa constituída pelas componentes referentes a cada eixo do referencial utilizado. No referencial dq, o produto vectorial entre fluxo de magnetização $\overline{\psi}_m$ e as correntes \overline{I}_s e \overline{I}_r ', é dado respectivamente pelas expressões 4.99 e 4.100, sendo o binário electromagnético em módulo, dado respectivamente por 4.101 e 4.102.

$$\overline{A} \times \overline{B} = \det \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = (a_2 b_3 - a_3 b_2)\hat{i} + (a_3 b_1 - a_1 b_3)\hat{j} + (a_1 b_2 - a_2 b_1)\hat{k} \quad (4.98)$$

$$\overline{\psi}_{m} \times \overline{I_{s}} = \det \begin{bmatrix} d & q \\ \psi_{dm} & \psi_{qm} \\ i_{ds} & i_{qs} \end{bmatrix} = (\psi_{dm} i_{qs} - \psi_{qm} i_{ds})\hat{n}$$
(4.99)

$$\overline{\psi}_{m} \times \overline{I_{r}}' = \det \begin{bmatrix} d & q \\ \psi_{dm} & \psi_{qm} \\ i_{dr} & i_{qr} \end{bmatrix} = (\psi_{dm} i_{qr} - \psi_{qm} i_{dr})\hat{n}$$
(4.100)

$$T_{e} = \frac{3}{2} p \left(\psi_{dm} i_{qs} - \psi_{qm} i_{ds} \right)$$
(4.101)

$$T_{e} = \frac{3}{2} p \left(\psi_{dm} i_{qr} - \psi_{qm} i_{dr} \right)$$
(4.102)

Atendendo aos circuitos equivalentes do modelo dinâmico, relativos ao eixo directo d e quadratura q, dados respectivamente pelas figuras 4.14 e 4.15, e às expressões 4.79 a 4.84, torna-se possível definir as expressões 4.103 e 4.104 respeitantes ao fluxo ligado no estator, e 4.105 e 4.106 respeitantes ao fluxo ligado no rotor.

4. Máquina Assíncrona

$$\psi_{ds} = (L_{ls} + L_m)i_{ds} + L_m i_{dr} = L_s i_{ds} + L_m i_{dr}$$
(4.103)

$$\psi_{qs} = (L_{ls} + L_m)i_{qs} + L_m i_{qr} = L_s i_{qs} + L_m i_{qr}$$
(4.104)

$$\psi_{dr} = L_m i_{ds} + (L_{lr} + L_m) i_{dr} = L_m i_{ds} + L_r i_{dr}$$
(4.105)

$$\psi_{qr} = L_m i_{qs} + (L_{lr} + L_m) i_{qr} = L_m i_{qs} + L_r i_{qr}$$
(4.106)

Tomando como variáveis o fluxo ligado no rotor e a corrente no estator para o cálculo do binário electromagnético, e eliminando i_{dr} e i_{qr} nas equações 4.105 e 4.106 recorrendo respectivamente a 4.81 e 4.84, obtém-se as expressões 4.107 e 4.108 de fluxo ligado no rotor, no referencial $d \in q$ respectivamente.

$$\boldsymbol{\psi}_{dr} = L_m \boldsymbol{i}_{ds} + L_r \left(\frac{\boldsymbol{\psi}_{dm}}{L_m} - \boldsymbol{i}_{ds}\right) = \frac{L_r}{L_m} \boldsymbol{\psi}_{dm} - L_{lr} \boldsymbol{i}_{ds}$$
(4.107)

$$\Psi_{qr} = L_m i_{qs} + L_r \left(\frac{\Psi_{qm}}{L_m} - i_{qs}\right) = \frac{L_r}{L_m} \Psi_{qm} - L_{lr} i_{qs}$$
 (4.108)

Nas equações 4.109 e 4.110, respectivamente componente directa e quadratura do referencial dq, tem-se o fluxo de magnetização em função do fluxo ligado no rotor e da corrente no estator. Substituindo estas na expressão 4.101, torna-se possível definir a expressão 4.111. Sendo 4.112 a equação mecânica da máquina de indução, em que *J* é o momento de inércia, *B* é o coeficiente de atrito viscoso, e T_c é o binário de carga aplicado, e atendendo a 4.111, tem-se então a ultima equação do modelo dinâmico de quinta ordem do motor de indução, 4.113.

$$\psi_{dm} = \frac{L_m}{L_r} (\psi_{dr} + L_{lr} i_{ds})$$
(4.109)

$$\psi_{qm} = \frac{L_m}{L_r} (\psi_{qr} + L_{lr} i_{qs})$$
(4.110)

$$T_{e} = \frac{3}{2} p \frac{L_{m}}{L_{r}} (\psi_{dr} i_{qs} - \psi_{qr} i_{ds})$$
(4.111)

$$T_e = J \frac{d\omega}{dt} + B\omega + T_c \tag{4.112}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{3}{2} p \frac{L_m}{JL_r} \left(\psi_{dr} i_{qs} - \psi_{qr} i_{ds} \right) - \frac{B}{J} \omega - \frac{1}{J} T_c$$
(4.113)

4.8.3.3. Equações do modelo dinâmico em função de i_s e ψ_r

Admitindo o binário electromagnético função da corrente i_s no estator e do fluxo ligado no rotor ψ_r , as equações de tensão no estator e no rotor, 4.75 a 4.78, podem ser apresentadas em função das referidas variáveis. As expressões a definir serão dependentes da constante de tempo de magnetização do estator, 4.114, do rotor, 4.115, e de um factor de dispersão, 4.116.

$$\tau_s = \frac{L_s}{R_s} \tag{4.114}$$

$$\tau_r = \frac{L_r}{R_r} \tag{4.115}$$

$$\sigma = \frac{L_s L_r - {L_m}^2}{L_s L_r}$$
(4.116)

Segundo as expressões 4.105 e 4.106, a corrente no rotor em função do fluxo ligado no rotor e da corrente no estator, é definida respectivamente pelas equações 4.117 e 4.118.

$$i_{dr} = \frac{\psi_{dr}}{L_r} - \frac{L_m}{L_r} i_{ds}$$
(4.117)

$$i_{qr} = \frac{\psi_{qr}}{L_r} - \frac{L_m}{L_r} i_{qs}$$
(4.118)

Substituindo as expressões anteriores nas equações 4.77 e 4.78 referentes à tensão no rotor, e sendo nula a referida tensão devido ao facto de se considerar o rotor do tipo "gaiola de esquilo" constituído por barras em curto-circuito, definem-se as equações diferenciais 4.119 e 4.120, referentes ao fluxo ligado no rotor, segundo o eixo d e q, respectivamente.

$$\frac{d\psi_{dr}}{dt} = (\omega_e - \omega_r)\psi_{qr} - \frac{\psi_{dr}}{\tau_r} + \frac{L_m}{\tau_r}i_{ds}$$
(4.119)

$$\frac{d\psi_{qr}}{dt} = -(\omega_e - \omega_r)\psi_{dr} - \frac{\psi_{qr}}{\tau_r} + \frac{L_m}{\tau_r}i_{qs}$$
(4.120)

Na determinação das equações diferenciais da corrente no estator, substitui-se 4.117 e 4.118, respectivamente em 4.103 e 4.104, verificando-se a dependência do fluxo ligado no estator, com o fluxo ligado no rotor e corrente no estator, 4.121 e 4.122.

4. Máquina Assíncrona

$$\boldsymbol{\psi}_{ds} = L_s \left(\frac{L_s L_r - L_m^2}{L_s L_r} \right) \boldsymbol{i}_{ds} + \frac{L_m}{L_r} \boldsymbol{\psi}_{dr} = L_s \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{i}_{ds} + \frac{L_m}{L_r} \boldsymbol{\psi}_{dr}$$
(4.121)

$$\psi_{qs} = L_s \left(\frac{L_s L_r - L_m^2}{L_s L_r} \right) i_{qs} + \frac{L_m}{L_r} \psi_{qr} = L_s \sigma i_{qs} + \frac{L_m}{L_r} \psi_{qr}$$
(4.122)

Substituindo as expressões anteriores nas equações 4.75 e 4.76 referentes à tensão no estator, e recorrendo a 4.119 e 4.120, são definidas as equações diferenciais 4.123 e 4.124, que representadas na forma 4.125 e 4.126 definem as equações diferenciais referentes à corrente no estator segundo o eixo d e q, respectivamente.

$$u_{ds} = L_s \sigma \frac{di_{ds}}{dt} + R_s i_{ds} - \omega_e L_s \sigma i_{qs} + \frac{L_m}{L_r} \left((\omega_e - \omega_r) \psi_{qr} - \frac{\psi_{dr}}{\tau_r} + \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds} \right) - \omega_e \frac{L_m}{L_r} \psi_{qr}$$
(4.123)
$$u_{qs} = \omega_e L_s \sigma i_{ds} + R_s i_{qs} + L_s \sigma \frac{di_{qs}}{dt} + \omega_e \frac{L_m}{L_r} \psi_{dr} + \frac{L_m}{L_r} \left(-(\omega_e - \omega_r) \psi_{dr} - \frac{\psi_{qr}}{\tau_r} + \frac{L_m}{\tau_r} i_{qs} \right)$$
(4.124)

$$\frac{di_{ds}}{dt} = -\left(\frac{1}{\tau_s\sigma} + \frac{1-\sigma}{\tau_r\sigma}\right)i_{ds} + \omega_e i_{qs} + \frac{1-\sigma}{\sigma\tau_r L_m}\psi_{dr} + \frac{1-\sigma}{\sigma L_m}\omega_r\psi_{qr} + \frac{u_{ds}}{L_s\sigma}$$
(4.125)

$$\frac{di_{qs}}{dt} = -\omega_e i_{ds} - \left(\frac{1}{\tau_s \sigma} + \frac{1 - \sigma}{\tau_r \sigma}\right) i_{qs} - \frac{1 - \sigma}{\sigma L_m} \omega_r \psi_{dr} + \frac{1 - \sigma}{\sigma \tau_r L_m} \psi_{qr} + \frac{u_{qs}}{L_s \sigma}$$
(4.126)

O modelo dinâmico de quinta ordem da máquina assíncrona é então composto por cinco equações diferenciais, presentes em 4.127. Destas, as quatro primeiras são equações eléctricas, sendo a última uma equação mecânica.

$$\begin{cases} \frac{di_{ds}}{dt} = -\left(\frac{1}{\tau_s\sigma} + \frac{1-\sigma}{\tau_r\sigma}\right)i_{ds} + \omega_e i_{qs} + \frac{1-\sigma}{\sigma\tau_r L_m}\psi_{dr} + \frac{1-\sigma}{\sigma L_m}\omega_r\psi_{qr} + \frac{u_{ds}}{L_s\sigma} \\ \frac{di_{qs}}{dt} = -\omega_e i_{ds} - \left(\frac{1}{\tau_s\sigma} + \frac{1-\sigma}{\tau_r\sigma}\right)i_{qs} - \frac{1-\sigma}{\sigma L_m}\omega_r\psi_{dr} + \frac{1-\sigma}{\sigma\tau_r L_m}\psi_{qr} + \frac{u_{qs}}{L_s\sigma} \\ \frac{d\psi_{dr}}{dt} = (\omega_e - \omega_r)\psi_{qr} - \frac{\psi_{dr}}{\tau_r} + \frac{L_m}{\tau_r}i_{ds} \\ \frac{d\psi_{qr}}{dt} = -(\omega_e - \omega_r)\psi_{dr} - \frac{\psi_{qr}}{\tau_r} + \frac{L_m}{\tau_r}i_{qs} \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{3}{2}p\frac{L_m}{JL_r}(\psi_{dr}i_{qs} - \psi_{qr}i_{ds}) - \frac{B}{J}\omega - \frac{1}{J}T_c \end{cases}$$

$$(4.127)$$

No âmbito da presente tese de mestrado, pretende-se implementar o controlo do motor assíncrono ou de indução, para aplicação em veículos eléctricos.

Tendo em conta o estudo levado a cabo no ponto 2.4 do presente documento, concluiu-se que os métodos de comando da máquina assíncrona baseados em modelos de regime estacionário nem sempre se revelam satisfatórios para desempenhos dinâmicos exigentes. Deste modo, apenas os métodos referentes ao controlo por orientação de campo e controlo directo do binário, poderão proporcionar um excelente funcionamento dinâmico da máquina assíncrona, tendo em vista a aplicabilidade na tracção eléctrica.

Analisando comparativamente os referidos métodos, optou-se por implementar o método de controlo indirecto por orientação de campo, visto este apresentar um seguimento mais preciso da velocidade de referência, reagindo melhor a bruscas variações de velocidade, face às restantes soluções apresentadas.

5.1. Controlo Indirecto por Orientação de Campo

5.1.1. Princípios do Controlo por Orientação de Campo

O controlo vectorial ou controlo por orientação de campo é atribuído a uma classe de métodos que se baseiam em modelos da máquina assíncrona trifásica, utilizando referenciais fixos a um vector de fluxo ligado.

No controlo por orientação de campo, adoptaram-se como variáveis de estado a controlar, a corrente nos enrolamentos do estator i_s , e a amplitude e fase do fluxo ligado no rotor, respectivamente ψ_r e θ_e , procedendo à transformação do sistema de coordenadas trifásico num sistema de duas coordenadas denominado referencial dq, que roda à velocidade de sincronismo ω_e . O referencial de fluxo rotórico, figura 5.1, conduz à abordagem clássica desta técnica [Palma, 1999].

A corrente no estator i_s pode ser decomposta segundo o eixo directo e o eixo em quadratura, sendo a componente i_{ds} associada ao fluxo magnético e i_{qs} associada ao binário electromagnético. Estando desacopladas as referidas componentes relativas ao fluxo e binário, consegue-se obter uma resposta transitória com características similares às verificadas nas máquinas de corrente contínua de excitação independente.



Figura 5.1 - Referencial de fluxo rotórico [Palma, 1999]

Considerando o vector de fluxo ligado no rotor alinhado segundo o eixo directo, rodando à velocidade de sincronismo ω_e , a componente ψ_{qr} segundo o eixo de quadratura é nula, sendo válida a igualdade em 5.1.

$$\boldsymbol{\psi}_r = \boldsymbol{\psi}_{dr} \tag{5.1}$$

5.1.2. Controlo por orientação de campo em malha aberta

Admitindo a possibilidade de controlar a corrente estatórica i_s , as equações dinâmicas referentes à corrente no estator podem ser desprezadas, sendo o modelo de quinta ordem da máquina assíncrona presente em 4.127 simplificado num modelo de terceira ordem. Este modelo é constituído por três equações diferenciais, 5.2, duas referentes ao fluxo ligado no rotor, e uma referente ao binário através da equação mecânica.

$$\begin{cases} \frac{d\psi_{dr}}{dt} = (\omega_e - \omega_r)\psi_{qr} - \frac{\psi_{dr}}{\tau_r} + \frac{L_m}{\tau_r}i_{ds} \\ \frac{d\psi_{qr}}{dt} = -(\omega_e - \omega_r)\psi_{dr} - \frac{\psi_{qr}}{\tau_r} + \frac{L_m}{\tau_r}i_{qs} \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{3}{2}p\frac{L_m}{JL_r}(\psi_{dr}i_{qs} - \psi_{qr}i_{ds}) - \frac{B}{J}\omega - \frac{1}{J}T_c \end{cases}$$
(5.2)

5.1.2.1. Componente directa *i*_{ds}* da corrente no estator

Segundo a expressão 5.1, o fluxo ligado no rotor apenas tem componente segundo o eixo directo. Deste modo, a primeira equação diferencial presente em 5.2 pode ser simplificada na expressão 5.3, concluindo-se que a amplitude do fluxo ligado no rotor ψ_r se encontra relacionada com a componente directa de corrente estatórica i_{ds} através de uma equação diferencial de primeira ordem.

$$\frac{d\psi_{dr}}{dt} = \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds} - \frac{\psi_{dr}}{\tau_r}$$
(5.3)

Assumindo o funcionamento em regime estacionário, o fluxo ligado no rotor é constante, sendo imposta a componente directa da corrente no estator i_{ds}^* , expressão 5.4, de modo a manter a relação $\psi_r = \psi_r^*$.

$$i_{ds}^{*} = \frac{\psi_{dr}^{*}}{L_{m}}$$
 (5.4)

Conclui-se que a amplitude do fluxo ligado no rotor pode ser directamente controlada apenas pela componente directa de corrente estatórica i_{ds} .

5.1.2.2. Componente em quadratura i_{qs}^* da corrente no estator

Considerando na terceira equação diferencial de 5.2, relativa ao comportamento mecânico, apenas a componente referente ao binário electromagnético, expressão 4.111, e visto o fluxo ligado no rotor apenas ter componente segundo o eixo directo, tem-se a expressão 5.5.

$$T_e = \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} \psi_{dr} i_{qs}$$
(5.5)

Analogamente ao motor de corrente contínua em que binário electromagnético é resultante do produto do fluxo de excitação pela corrente no induzido, na máquina de indução o binário electromagnético é dado pelo produto da amplitude do fluxo ligado no rotor pela componente de corrente em quadratura i_{qs} . Esta analogia apenas é possível considerando a transformação do sistema de coordenadas trifásico no referencial dq que roda à velocidade de sincronismo ω_e , assim como a orientação do vector de fluxo ligado no rotor ψ_r segundo a direcção da componente i_{ds} .

Segundo 5.5, para produzir determinado valor de binário electromagnético e referência de fluxo rotórico, a componente em quadratura da corrente no estator i_{qs}^{*} é dada por 5.6. Estabelecido e mantido constante o fluxo no rotor, o binário pode ser controlado unicamente pela componente de corrente em quadratura i_{qs} .

$$i_{qs}^{*} = \frac{2}{3} \frac{1}{p} \frac{L_r}{L_m} \frac{T_e^{*}}{\psi_{dr}^{*}}$$
(5.6)

5.1.2.3. Posição θ_e do vector de fluxo ligado no rotor ψ_r

Sendo o princípio de funcionamento do controlo por orientação de campo baseado no conhecimento exacto da localização do referencial dq, torna-se necessário determinar a posição θ_e do vector de fluxo ligado no rotor ψ_r . Uma primeira solução, método directo de controlo por orientação de campo, baseia-se na colocação de sensores de fluxo no entreferro da máquina de indução, revelando-se um método pouco prático visto implicar alterações construtivas na máquina. Por outro lado, o método indirecto de controlo por orientação de fluxo, conseguindo obter a grandeza pretendida através da medição da velocidade do rotor e das tensões e correntes no estator [Palma, 1999].

Recorrendo à análise da segunda equação diferencial presente em 5.2, e considerando nula a componente do fluxo ligado no rotor segundo o eixo em quadratura ψ_{qr} , tem-se a expressão 5.7 referente à velocidade do campo girante do estator em relação ao rotor ω_{sl} .

Deslocando-se o vector de fluxo ligado no rotor ψ_r à velocidade de sincronismo ω_e , e sabendo que esta é a soma da velocidade do campo girante do estator em relação ao rotor ω_{sl} com a velocidade eléctrica de rotação do rotor ω_r , a posição θ_e do referido vector de fluxo pode ser simplesmente obtida pela integração no tempo da velocidade de sincronismo, 5.8.

$$\omega_{sl} = \frac{R_r L_m i_{qs}}{L_r \psi_{dr}} \tag{5.7}$$

$$\theta_e(t) = \int_0^t \omega_e dt = \int_0^t (\omega_r + \omega_{sl}) dt = \int_0^t \left(\omega_r + \frac{R_r L_m i_{qs}}{L_r \psi_{dr}} \right) dt$$
(5.8)

Desconhecendo-se as evoluções exactas de i_{qs} e ψ_{dr} , assumem-se aproximações que consistam nos seus valores de referência. Arbitrou-se para o instante inicial $\theta_e(0) = 0$.

Sendo a aplicação do observador de fluxo dependente da velocidade eléctrica de rotação do rotor ω_r e do conhecimento dos parâmetros L_m , L_r e R_r , a equação 5.8 por si só não converge necessariamente para a verdadeira evolução de $\theta_e(t)$, visto não serem conhecidos com rigor os parâmetros do modelo da máquina, sendo a exactidão das grandezas medidas limitada em termos práticos [Palma, 1999].

5.1.2.4. Sistema trifásico de correntes a aplicar no estator

Determinada a localização θ_e do referencial dq, e para os valores pretendidos das i_{ds}^* e i_{qs}^* , as correntes a estabelecer nas três fases dos enrolamentos do estator em coordenadas reais podem ser determinadas através da transformação do referencial dq para o referencial abc.

Atendendo à matriz de transformação 3.16, e considerando como grandeza a corrente nos enrolamentos do estator, a equação matricial 5.9 traduz as componentes i_a^* , i_b^* e i_c^* , relativas ao referencial *abc*, em função das componentes i_{ds}^* e i_{qs}^* .

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & -sen(\theta_e) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) & -sen\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) & -sen\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{os} \\ i_{os} \end{bmatrix}$$
(5.9)

Considerando a inexistência de neutro na máquina assíncrona, a soma das correntes nos enrolamentos do estator é nula, sendo possível desprezar a componente de sequência nula i_{0s}^{*} , obtendo-se as expressões 5.10 a 5.12 para as correntes i_a^{*} , i_b^{*} , i_c^{*} , a aplicar aos enrolamentos do estator.

$$i_{a}^{*} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[i_{ds}^{*} \cos(\theta_{e}) - i_{qs}^{*} sen(\theta_{e}) \right]$$
(5.10)

$$i_{b}^{*} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[i_{ds}^{*} \cos\left(\theta_{e} - \frac{2\pi}{3}\right) - i_{qs}^{*} sen\left(\theta_{e} - \frac{2\pi}{3}\right) \right]$$
(5.11)

$$i_c^* = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[i_{ds}^* \cos\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) - i_{qs}^* sen\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \right]$$
(5.12)

5.1.2.5. Esquema de controlo em malha aberta

O esquema de controlo indirecto por orientação de campo representado na figura 5.2, aplicado a um sistema constituído pela máquina assíncrona e um conversor ideal capaz de impor correntes no estator com a evolução desejada, permite produzir o fluxo constante ψ_{dr}^* e o binário electromagnético T_e^* solicitados a cada instante. Trata-se de um comando em cadeia aberta que poderá ser incluído dentro de malhas fechadas de controlo de outras grandezas, como por exemplo velocidade e posição [Palma, 1999].

Determinadas as componentes de corrente de referência i_a^* , i_b^* , i_c^* através do esquema de controlo em malha aberta, procede-se à verificação do erro entre estas e as componentes medidas i_a , i_b , i_c . O erro resultante, aplicado a controladores de histerese, permite obter os sinais de comando do conversor controlado em corrente.



Figura 5.2 – Esquema de controlo de binário e fluxo em malha aberta [Palma, 1999]

5.1.3. Controlo indirecto por orientação de campo em malha fechada



Figura 5.3 – Esquema de controlo por orientação de campo inserido numa malha fechada de controlo de velocidade com controlador PI [Palma, 1999]

O controlo indirecto por orientação de campo é um método em malha aberta que poderá ser incluído dentro de malhas fechadas de controlo de outras grandezas. Tendo como objectivo o controlo da velocidade da máquina assíncrona, o referido método de controlo poderá ser incluído dentro de uma malha de controlo de velocidade.

A utilização de um controlador PI⁶ em malha fechada de velocidade com o controlo por orientação de campo, figura 5.3, possibilita a obtenção de um sinal de referência relativo ao binário electromagnético, proporcional à evolução da referência de velocidade.

De notar a utilização de um inversor de tensão controlado em corrente, capaz de impor correntes no estator com a evolução desejada.

5.1.3.1. Controlador Proporcional Integral de Velocidade

5.1.3.1.1. Dinâmica do Controlador PI

A dinâmica do controlador PI é traduzida pela equação 5.13, sendo $K_p e K_i$ as componentes de ganho proporcional e integral, respectivamente, e e(t) o erro verificado entre a variável de referência e a medida. Entenda-se c(t) como a saída do controlador PI, que para o caso concreto, se pretende que seja o sinal de referência de determinada variável.

$$c(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\sigma) d\sigma$$
(5.13)

A componente proporcional depende apenas do erro no instante presente t. No momento em que o erro é anulado a sua acção desaparece. O valor de K_p avalia a acção de controlo sobre a instalação por cada unidade presente no erro, positivo ou negativo.

Por seu lado, a componente integral depende de todo o erro acumulado no passado até ao instante *t* actual. Esta componente dinâmica só estabiliza quando o erro for igual a zero. No entanto, mesmo com erro nulo à entrada a componente integral pode fornecer uma saída constante diferente de zero.

5.1.3.1.2. Dinâmica mecânica da máquina de indução

Na máquina de indução, as constantes de tempo eléctricas são menores que as constantes mecânicas, sendo a dinâmica eléctrica consequentemente mais rápida. Aquando de uma variação das condições de alimentação, a rapidez da dinâmica eléctrica traduz-se numa rápida variação do binário electromagnético desenvolvido, sendo mais lenta no entanto, a resposta de velocidade. Assim, a dinâmica mecânica assume uma maior importância face á eléctrica, sendo desprezável a dinâmica eléctrica na concepção do controlador PI.

⁶ Controlador Proporcional Integral

Atendendo à equação mecânica da máquina de indução, 4.112, verifica-se a dependência entre o binário electromagnético desenvolvido e a evolução da velocidade. Sendo o binário electromagnético e o binário de carga, assim como a velocidade, dependentes da variável tempo *t*, a referida equação pode tomar a forma 5.14.

$$T_e(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt} + B\omega(t) + T_c(t)$$
(5.14)

5.1.3.1.3. Representação da dinâmica no domínio s

Recorrendo ao cálculo operacional, a análise dos referidos sistemas dinâmicos é simplificada. As funções definidas em função da variável tempo t são representadas em função da frequência complexa s, convertendo-se a integração e a derivação em simples divisões e multiplicações por s, respectivamente 5.15 e 5.16. Nestas expressões são consideradas nulas as condições iniciais y(0) = 0.

$$TL\left\{\int_{0}^{t} y(\sigma)d\sigma\right\} = \frac{1}{s}Y(s)$$
(5.15)

$$TL\left\{\frac{dy(t)}{dt}\right\} = sY(s) \tag{5.16}$$

Pelas transformações anteriores, as equações diferenciais relativas à dinâmica mecânica e ao controlador PI, respectivamente 5.14 e 5.13, são dadas respectivamente por 5.17 e 5.18.

$$T_e(s) = Js\omega_m(s) + B\omega_m(s) + T_c(s)$$
(5.17)

$$C(s) = K_{p}E(s) + \frac{1}{s}K_{i}E(s)$$
(5.18)

O esquema da figura 5.3 pode então ser representado pelo diagrama equivalente da figura 5.4, traduzindo as expressões anteriores no domínio da frequência complexa *s*. Relativamente ao referido diagrama, podem ser definidas as igualdades 5.19 e 5.20.



Figura 5.4 - Diagrama de controlo de velocidade em malha fechada

$$E(s) = \omega_m^{*}(s) - \omega_m(s)$$
(5.19)

$$T_{e}(s) = K_{p}E(s) + \frac{1}{s}K_{i}E(s)$$
(5.20)

5.1.3.1.4. Função de transferência do diagrama de controlo

Analisando o sistema da figura 5.4, tem-se a velocidade de referência $\omega_m(s)^*$ como a variável a controlar, existindo igualmente uma perturbação, sob a forma do binário de carga aplicado $T_c(s)$. Atendendo à figura 5.5, a função de transferência entrada-saída desprezando a perturbação relativa ao binário de carga $T_c(s)$ é dada por 5.21.



Figura 5.5 – Diagrama de controlo de velocidade em malha fechada anulando $T_c(s)$

$$\frac{\omega_m(s)}{\omega_m^*(s)} = \frac{\left(K_p + \frac{K_i}{s}\right)\left(\frac{1}{Js+B}\right)}{1 + \left(K_p + \frac{K_i}{s}\right)\left(\frac{1}{Js+B}\right)} = \frac{\left(sK_p + K_i\right)}{Js^2 + \left(B + K_p\right)s + K_i}$$
(5.21)

Observando a figura 5.6 e anulando a velocidade de referência $\omega_m(s)^*$, a função de transferência perturbação-saída, denominada sensibilidade, é dada pela expressão 5.22.



Figura 5.6 – Diagrama de controlo de velocidade em malha fechada anulando $\omega_m(s)^*$

$$\frac{\omega_{mTc}(s)}{T_c(s)} = -\frac{\left(\frac{1}{Js+B}\right)}{1+\left(K_p + \frac{K_i}{s}\right)\left(\frac{1}{Js+B}\right)} = -\frac{s}{Js^2 + \left(B + K_p\right)s + K_i}$$
(5.22)

A capacidade de rejeição da perturbação, 5.23, é obtida da razão entre as funções de transferência 5.21 e 5.22. Analisando a expressão 5.24, resultante de 5.23, verifica-se que o controlador PI permite diminuir a sensibilidade face à perturbação existente, no caso concreto, o binário de carga aplicado $T_c(s)$, aumentando a relação $\omega_m(s)/\omega_m T_c(s)$.

$$\frac{\frac{\omega_m(s)}{\omega_m^*(s)}}{\frac{\omega_m(s)}{T_c(s)}} = \frac{\frac{\left(sK_p + K_i\right)}{Js^2 + \left(B + K_p\right)s + K_i}}{-\frac{s}{Js^2 + \left(B + K_p\right)s + K_i}}$$
(5.23)
$$\frac{\omega_m(s)}{\omega_{m T_c}(s)} = \left(K_p + \frac{K_i}{s}\right) \left(\frac{\omega_m^*(s)}{-T_c(s)}\right)$$
(5.24)

Recorrendo à utilização dos ganhos proporcional e integral adequados, a perturbação relativa ao binário de carga $T_c(s)$ pode ser considerada desprezável, sendo a função de transferência do sistema de controlo traduzida por 5.21. Esta pode ser traduzida na função de transferência 5.25.

$$\frac{\omega_m(s)}{\omega_m^*(s)} = \frac{\frac{\left(sK_p + K_i\right)}{J}}{s^2 + \left(B + K_p\right)\frac{1}{J}s + \frac{K_i}{J}}$$
(5.25)

Para análise da dinâmica do sistema de dois pólos e um zero, é conveniente representar a função de transferência segundo 5.26, onde ω_n é a frequência natural em rad/s, *D* o factor de amortecimento, e α uma constante relativa ao posicionamento do zero.

$$\frac{\omega_m(s)}{\omega_m^*(s)} = \frac{\left(\frac{s}{\alpha D \omega_n} + 1\right) \omega_n^2}{s^2 + (2D\omega_n)s + \omega_n^2}$$
(5.26)

Realizando a comparação entre 5.25 e 5.26, torna-se possível estabelecer as igualdades 5.27, 5.28 e 5.29, e consequentemente determinar a frequência natural ω_n , 5.30, o factor de amortecimento *D*, 5.31, e a constante α , 5.32.

$$\omega_n^2 = \frac{K_i}{J} \tag{5.27}$$

$$2D\omega_n = \left(B + K_p\right)\frac{1}{J} \tag{5.28}$$

$$\alpha D \,\omega_n = \frac{K_i}{K_p} \tag{5.29}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_i}{J}} \tag{5.30}$$

$$D = \frac{\left(B + K_p\right)}{2\sqrt{K_i J}} \tag{5.31}$$

$$\alpha = \frac{2JK_i}{(B+K_p)K_p} \tag{5.32}$$

5.1.4. Controlo por orientação de campo em malha fechada com controlo de fluxo ligado no rotor ψ_r

De modo a realizar o seguimento da referência de fluxo ligado no rotor, recorre-se ao controlo em malha fechada desta variável, utilizando um controlador PI, figura 5.7.

Como referência de fluxo, tem-se o valor nominal para velocidades inferiores à velocidade nominal de funcionamento. Para velocidades superiores recorre-se ao enfraquecimento de fluxo, sendo a referência de fluxo função da velocidade de rotação da máquina.



Figura 5.7 - Controlo por orientação de campo em malha fechada com controlo de fluxo

No controlo em malha fechada, é necessário mensurar o valor da variável de controlo, com o intuito de determinar o erro face à referência. Devido à inexistência de sensores de fluxo no entreferro da máquina, procede-se à estimação do valor de fluxo ligado no rotor. Sendo a amplitude do fluxo ligado no rotor directamente controlada pela componente directa de corrente estatórica i_{ds} , a estimação do fluxo é efectuada com base na componente i_{ds} medida e nos parâmetros construtivos da máquina assíncrona.

5.1.4.1. Sistema difásico de correntes medidas no estator

Conhecendo a localização θ_e do referencial dq e procedendo à medição das correntes i_a , i_b , i_c nos enrolamentos do estator, torna-se possível obter as componentes medidas de corrente estatórica no referencial dq, directa e em quadratura, respectivamente i_{ds} e i_{qs} , através da transformação do referencial abc para o referencial dq.

Recorrendo à transformação 3.15, e considerando como grandeza a corrente nos enrolamentos do estator, a equação matricial 5.33 traduz as componentes i_{ds} e i_{qs} em função das componentes i_a , i_b e i_c .

$$\begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{0s} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & \cos\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \\ - sen(\theta_e) & -sen\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) & -sen\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$
(5.33)

Considerando a inexistência de neutro na máquina de indução, a soma das correntes nos enrolamentos do estator é nula, sendo possível desprezar a componente de sequência nula i_{0s} . As expressões das correntes i_{ds} e i_{qs} , são dadas pelas equações 5.34 e 5.35.

$$i_{ds} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[i_a \cos(\theta_e) + i_b \cos\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) + i_c \cos\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \right]$$
(5.34)

$$i_{qs} = -\sqrt{\frac{2}{3}} \left[i_a sen(\theta_e) + i_b sen\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) + i_c sen\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \right]$$
(5.35)

Através da componente i_{ds} é possível estimar um valor para o fluxo ligado no rotor, enquanto a componente i_{qs} permite calcular a posição θ_e do vector de fluxo ligado no rotor, e consequentemente do referencial dq.

5.1.4.2. Referência de fluxo ligado no rotor

5.1.4.2.1. Valor nominal de fluxo ligado no rotor

Desprezando a resistência face à reactância do estator, a amplitude do fluxo ligado no estator é dado como função das amplitudes da tensão simples de alimentação dos enrolamentos do estator, e da frequência das correntes nos enrolamentos do mesmo, 5.36.

$$\psi_s = \frac{U_s}{\omega_e} \tag{5.36}$$

Sendo o fluxo ligado no rotor a variável de controlo, torna-se necessário determinar a correspondência entre esta variável e o valor nominal de fluxo ligado no estator, de modo a que se verifique a maximização do binário desenvolvido. Atendendo à equação em regime estacionário, 4.122, e para o caso concreto $\psi_{qr} = 0$, tem-se 5.37. Substituindo esta última em 5.5 obtém-se 5.38. Sendo 5.39 o valor em módulo do fluxo ligado no estator, 5.38 pode igualmente tomar a forma 5.40.

$$i_{qs} = \frac{\Psi_{qs}}{L_s \sigma} \tag{5.37}$$

$$T_e = \frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} \frac{1}{L_s \sigma} \psi_{dr} \psi_{qs}$$
(5.38)

$$\boldsymbol{\psi}_{s} = \sqrt{\boldsymbol{\psi}_{ds}^{2} + \boldsymbol{\psi}_{qs}^{2}} \tag{5.39}$$

$$T_{e} = \frac{3}{2} p \frac{L_{m}}{L_{r}} \frac{1}{L_{s}\sigma} \psi_{dr} \sqrt{\psi_{s}^{2} - \psi_{ds}^{2}}$$
(5.40)

Considerando o funcionamento em regime estacionário, a componente directa da corrente estatórica é dada por 5.4, sendo 4.121 apresentado na forma 5.41. Substituindo o factor de dispersão σ pelo valor de 4.116, tem-se a relação entre as componentes directas de fluxo ligado no estator e com o rotor, 5.42. Substituindo 5.42 em 5.40, tem-se o binário função da componente directa de fluxo ligado no rotor e do módulo do fluxo ligado no estator, 5.43.

$$\boldsymbol{\psi}_{ds} = \left(\frac{L_s\boldsymbol{\sigma}}{L_m} + \frac{L_m}{L_r}\right)\boldsymbol{\psi}_{dr}$$
(5.41)

$$\psi_{ds} = \frac{L_s}{L_m} \psi_{dr} \tag{5.42}$$

$$T_{e} = \frac{3}{2} p \frac{L_{m}}{L_{r}} \frac{1}{L_{s}\sigma} \psi_{dr} \sqrt{\psi_{s}^{2} - \left(\left(\frac{L_{s}}{L_{m}}\right)\psi_{dr}\right)^{2}}$$
(5.43)

Igualando a zero a derivada do binário em função de fluxo ligado no rotor, determina-se o valor deste último que maximiza o primeiro, expressão 5.44. Atendendo a 5.36 e 5.44, o valor nominal de fluxo ligado no rotor é função dos parâmetros construtivos da máquina de indução L_m e L_s , da tensão simples de alimentação do estator U_s , e da velocidade nominal de sincronismo $\omega_{e nom}$, expressão 5.45.

$$\psi_{dr} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{L_m}{L_s} \psi_s \tag{5.44}$$

$$\Psi_{dr\,nom} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{L_m}{L_s} \frac{U_s}{\omega_{e\,nom}} \tag{5.45}$$

5.1.4.2.2. Controlo na zona de enfraquecimento de fluxo

As limitações de tensão e corrente da máquina de indução e respectivos conversores, impossibilitam o aumento da velocidade para além do seu valor nominal, restringindo a capacidade de produção do máximo binário disponível em toda a gama de velocidades. Atendendo a 5.36, e visto que não se dispõe de tensão superior à nominal, o aumento da velocidade acima do valor nominal e consequentemente da frequência das correntes nos enrolamentos do estator, apenas é alcançada através da diminuição de fluxo. Pela equação 5.6, a referida diminuição de fluxo implica um aumento da componente de corrente i_{qs} , para determinada referência de binário electromagnético a desenvolver.

Um método convencional de controlo consiste em aplicar como referência de fluxo, o seu valor nominal para velocidades inferiores à velocidade nominal de funcionamento, expressão 5.45. Na zona de enfraquecimento de fluxo, a referência de fluxo ligado no rotor é proporcional à relação $\omega_{e nom}/\omega_r$, expressão 5.46, apresentando uma característica com a velocidade idêntica ao fluxo de magnetização ψ_m , figura 4.8.

$$\Psi_{dr\,nom} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{L_m}{L_s} \frac{U_s}{\omega_{e\,nom}} \frac{\omega_{e\,nom}}{\omega_r} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{L_m}{L_s} \frac{U_s}{\omega_r}$$
(5.46)

5.1.4.3. Estimador de fluxo ligado no rotor

No cálculo da componente directa i_{ds}^* , ponto 5.1.2.1, foi assumido o funcionamento em regime estacionário, sendo o fluxo ligado no rotor considerado constante. Em regime dinâmico, o fluxo ligado no rotor evolui segundo uma dinâmica traduzida pela equação diferencial de primeira ordem 5.3. Conhecendo a componente de corrente directa i_{ds} de corrente estatórica, torna-se possível estimar o valor de fluxo ligado no rotor ψ_{drest} através do esquema de controlo presente na figura 5.8. A estimação do valor de fluxo possibilita um melhor desempenho do sistema de controlo em malha fechada.



Figura 5.8 – Estimador de Fluxo

5.1.4.4. Controlador Proporcional Integral de Fluxo

5.1.4.4.1. Dinâmica do fluxo ligado no rotor na máquina assíncrona

Na máquina assíncrona, o fluxo ligado no rotor evolui segundo a dinâmica traduzida pela equação diferencial 5.3. Sendo a corrente estatórica e o fluxo ligado no rotor dependentes da variável tempo *t*, a expressão 5.3 assume a forma 5.47.

$$\frac{d\psi_{dr}(t)}{dt} = \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds}(t) - \frac{\psi_{dr}(t)}{\tau_r}$$
(5.47)

Com o intuito de tornar o fluxo ligado no rotor constante e igual a um valor de referência, a igualdade 5.4 evidencia o facto de este poder ser directamente controlado apenas pela componente directa de corrente estatórica i_{ds} *. Assim, e no domínio temporal *t*, 5.4 toma a forma 5.48.

$$i_{ds}^{*}(t) = \frac{\psi_{dr}^{*}(t)}{L_{m}}$$
(5.48)

5.1.4.4.2. Representação da dinâmica mecânica no domínio s

Recorrendo ao cálculo operacional, a dinâmica de fluxo ligado no rotor é dada pelas equações 5.49 e 5.50.

$$s\psi_{dr}(s) = \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds}(s) - \frac{\psi_{dr}(s)}{\tau_r}$$
(5.49)

$$i_{ds}^{*}(s) = \frac{\psi_{dr}^{*}(s)}{L_{m}}$$
(5.50)

Considerando como aproximação na dinâmica de controlo, o seguimento da componente i_{ds} face à referência i_{ds} *, as equações 5.49 e 5.50, e a equação 5.18 associada à dinâmica do controlador PI, permitem representar o diagrama de controlo do fluxo ligado no rotor, figura 5.9, no domínio da frequência complexa *s*.



Figura 5.9 - Diagrama de controlo do fluxo ligado no rotor em malha fechada

Devido à impossibilidade de medida de fluxo ligado no rotor, esta variável é estimada de acordo com 5.1.4.3. Relativamente ao diagrama anterior, podem ser definidas as igualdades 5.51 e 5.52.

$$E(s) = \psi_{dr\,ref}\left(s\right) - \psi_{dr\,est}\left(s\right) \tag{5.51}$$

$$\psi_{dr}^{*}(s) = K_{p}E(s) + \frac{1}{s}K_{i}E(s)$$
 (5.52)

5.1.4.4.3. Função de transferência do diagrama de controlo

Analisando o sistema da figura 5.9, e tomando em consideração as variáveis de entrada e saída, tem-se a função de transferência, 5.53. Esta pode ser traduzida na função de transferência 5.54.

$$\frac{\psi_{dr\,est}(s)}{\psi_{dr\,ref}(s)} = \frac{\left(K_p + \frac{K_i}{s}\right)\left(\frac{1}{L_m}\right)\left(\frac{L_m}{\tau_r s + 1}\right)}{1 + \left(K_p + \frac{K_i}{s}\right)\left(\frac{1}{L_m}\right)\left(\frac{L_m}{\tau_r s + 1}\right)} = \frac{\left(sK_p + K_i\right)}{\tau_r s^2 + \left(1 + K_p\right)s + K_i}$$
(5.53)

$$\frac{\psi_{dr\,est}(s)}{\psi_{dr\,ref}(s)} = \frac{\left(s\frac{K_p}{K_i} + 1\right)\frac{K_i}{\tau_r}}{s^2 + (1 + K_p)\frac{1}{\tau_r}s + \frac{K_i}{\tau_r}}$$
(5.54)

Para análise da dinâmica do sistema de dois pólos e um zero, torna-se mais conveniente representar a função de transferência segundo 5.26. Realizando a comparação entre 5.54 e 5.26, torna-se possível estabelecer as igualdades 5.55, 5.56 e 5.57, obtendo-se consequentemente a frequência natural ω_n , 5.58, o factor de amortecimento *D*, 5.59, e a constante α , 5.60.

$$\omega_n^2 = \frac{K_i}{\tau_r} \tag{5.55}$$

$$2D\omega_n = \left(1 + K_p\right) \frac{1}{\tau_r} \tag{5.56}$$

$$\alpha D \omega_n = \frac{K_i}{K_p} \tag{5.57}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_i}{\tau_r}} \tag{5.58}$$

$$D = \frac{\left(1 + K_p\right)}{2\sqrt{K_i \tau_r}} \tag{5.59}$$

$$\alpha = \frac{2\tau_r K_i}{(1+K_p)K_p} \tag{5.60}$$

6. Implementação e Resultados

6.1. Implementação em Matlab/Simulink®

Recorrendo ao software Matlab/Simulink[®] 7.5.0, procedeu-se à implementação do controlo de velocidade da máquina assíncrona, através do controlo indirecto por orientação de campo.

6.1.1. Características da Máquina Assíncrona

Na implementação em Matlab/Simulink[®] do referido método de controlo, recorre-se à utilização de um modelo da máquina assíncrona com as seguintes características:

- Potência Nominal (P_n) : 110 kW (150 cv)
- Tensão Nominal de Alimentação (*U_{nom}*): 400 V
- Frequência Nominal (*f_{nom}*): 50 Hz
- Velocidade Nominal (*N_{nom}*): 1487 RPM
- Indutância Mútua (*L_m*): 10,38 mH
- Resistência do Estator (R_s): 21,55 m Ω
- Indutância de Dispersão do Estator (*Ll_s*): 0,226 mH
- Resistência do Rotor reduzida ao Estator (R_r) : 12,31 m Ω
- Indutância de Dispersão do Rotor reduzida ao Estator (Ll_r) : 0,226 mH
- Momento de Inércia (J): 2,3 kg.m²
- Coeficiente de Atrito Viscoso (B): 0,05421 N.m.s
- Número de Pares de Pólos (*p*): 2
- Rotor do tipo "Gaiola de Esquilo"

6.1.2. Algoritmo de controlo indirecto por orientação de campo

Tendo em conta a análise teórica efectuada no capítulo cinco deste documento, a implementação em Matlab/Simulink[®] do método de controlo indirecto por orientação de campo encontra-se representado no Anexo A.1. Este módulo apresenta como variáveis de entrada a referência e a medição da velocidade mecânica de rotação da máquina assíncrona, assim como as correntes medidas no enrolamento trifásico do estator. Como saídas tem-se os pulsos de comando das *gates* dos *IGBT's* do inversor trifásico.

6.1.2.1. Referência de Fluxo

Através de 5.45, e segundo as características da máquina assíncrona, ponto 6.1.1., a referência de fluxo ligado no rotor para velocidades inferiores à velocidade nominal de funcionamento, apresenta o valor seguinte.

$$\psi_{dr\,nom} = 0,509 \; Wb$$

Na zona de enfraquecimento de fluxo a referência de fluxo ligado no rotor evolui inversamente com o aumento da velocidade de rotação, expressão 5.46, diminuindo o seu valor relativamente ao valor acima apresentado, segundo a hipérbole $\omega_{e nom}/\omega_r$.

6.1.2.2. Dimensionamento do controlador PI de Fluxo

De modo a obter uma resposta rápida de fluxo ligado no rotor e sem sobre-elevação, o sistema deverá ser criticamente amortecido, sendo D = 1. Segundo a expressão 5.26, e para um factor de amortecimento unitário, o sistema possui um pólo duplo em $p_{1,2} = -\omega_n$. Atendendo à função de transferência relativa ao diagrama de controlo de fluxo ligado no rotor, 5.53, verifica-se a existência de um zero em $z = -K_i/K_p$, dependente dos parâmetros do controlador PI.

Os parâmetros do controlador PI são determinados definindo o cancelamento da dinâmica do zero com um dos pólos, respeitando a condição 6.1. Substituindo 6.1 nas expressões 5.55 e 5.56, tem-se 6.2 e 6.3.

$$\omega_n = \frac{K_i}{K_p} \tag{6.1}$$

$$K_i = \frac{K_p^2}{\tau_r} \tag{6.2}$$

$$2\frac{K_i}{K_p}\tau_r = \left(1 + K_p\right) \tag{6.3}$$

Resolvendo 6.2 e 6.3 tendo como incógnitas os parâmetros do controlador PI, tem-se os parâmetros K_p e K_i que respeitam a condição definida. Recorrendo a 4.115, e visto que a indutância própria do rotor é a soma da indutância de dispersão com a indutância mútua, pelas características presentes no ponto 6.1.1. é possível obter o ganho integral K_i .

$$K_p = 1$$
 e $K_i = \frac{1}{\tau_r} = 1,161$

Para sistemas criticamente amortecidos, o tempo de estabelecimento a 5% é dado pela aproximação 6.4 [Almeida, 2007]. Através de 5.58 é possível calcular o valor da frequência natural, sendo o tempo de estabelecimento a 5% da resposta de fluxo ligado no rotor, apresentado seguidamente. De notar que não convém recorrer a respostas de fluxo muito rápidas, visto que a variação desta variável tem implicações directas na componente directa de corrente i_{ds} .

$$t_s(5\%) \approx \frac{4.8}{\omega_n} \tag{6.4}$$

 $t_s(5\%) \approx 4,136 \ segundos$

6.1.2.3. Dimensionamento do controlador PI de Velocidade

Analisando a expressão 5.24, a capacidade de rejeição da perturbação introduzida pelo binário de carga T_c na resposta de velocidade pode ser aumentada para parâmetros K_p e K_i do controlador PI elevados. Atendendo à função de transferência 5.21, e considerando como no ponto 6.1.2.2., um sistema criticamente amortecido com pólo duplo em $p_{1,2} = -\omega_n$, e um zero em $z = -K_i/K_p$ cuja dinâmica é cancelada por um dos pólos, a referida condição é alcançada para parâmetros do controlador PI de uma ordem de grandeza reduzida, implicando uma pequena capacidade de rejeição da perturbação.

Não sendo conveniente um sistema sub-amortecido caracterizado por uma resposta oscilatória e com sobre-elevação, opta-se por um sistema sobre-amortecido com factor de amortecimento superior a um e dois pólos reais. O aumento do factor de amortecimento acima de um implica que os pólos da função de transferência 5.26, p_1 e p_2 , se desloquem respectivamente para 0 e infinito, sendo consideradas as aproximações 6.5 e 6.6 [Almeida, 2007].

$$p_1 \approx -\frac{\omega_n}{2D} \tag{6.5}$$

$$p_2 \approx -2D\omega_n \tag{6.6}$$

Arbitrando a localização dos pólos em 0,1 e 100, os valores de factor de amortecimento D e frequência natural ω_n que respeitam o referido critério são os indicados.

$$p_1 = -0.1$$
 $p_2 = -100$ $D = 15.811$ $\omega_n = 3.162 \ rad \ / s$

Através do zero localizado em $z = -K_i/K_p$, a lenta dinâmica do pólo p_1 pode ser cancelada. Procedendo à substituição das expressões 5.30 e 5.31 na aproximação 6.5, e para valores reduzidos de coeficiente de Atrito Viscoso *B*, tem-se 6.7.

$$p_1 \approx -\frac{K_i}{K_p} \tag{6.7}$$

Através de 5.27 e 5.28, considerando as características do ponto 6.1.1, assim como os valores de factor de amortecimento D e frequência natural ω_n , tem-se os seguintes parâmetros do controlador PI.

$$K_p = 229,95$$
 e $K_i = 23$

A capacidade de rejeição da perturbação introduzida pelo binário de carga T_c pode ser considerada satisfatória, tendo em conta a ordem de grandeza elevada dos parâmetros obtidos. Para os valores de factor de amortecimento e frequência natural obtidos, e segundo a expressão 6.8 relativa ao tempo de estabelecimento a 5% em sistemas sobre-amortecidos [Almeida, 2007], tem-se o seguinte tempo de estabelecimento da resposta de velocidade.

$$t_{s}(5\%) \approx \frac{3}{D\omega_{n}}$$

$$t_{s}(5\%) \approx 0.06 \ segundos$$
(6.8)

O tempo reduzido de estabelecimento verificado implica variações muito rápidas de velocidade, traduzindo-se, segundo a equação mecânica da máquina de indução, 4.112, em bruscas variações no binário electromagnético. Como a elevada capacidade de rejeição da perturbação implica respostas rápidas, recorre-se a um limitador de declive no sinal de referência de velocidade, permitindo que esta varie no máximo, 250 rotações por minuto durante um segundo, diminuindo a rapidez da resposta de velocidade.

6.1.2.4. Controladores de Histerese

Os controladores de histerese utilizados na verificação do erro entre as componentes de referência e medidas da corrente no estator, caracterizam-se por possuir uma banda de histerese de 10 Amperes.

6.1.3. Modelos Implementados

6.1.3.1. Inversor Trifásico alimentado por conjunto Fonte de Alimentação Trifásica Alternada – Rectificador Trifásico

6.1.3.1.1. Implementação do modelo

No anexo A2 representa-se a implementação em Matlab/Simulink[®], do modelo de controlo da máquina assíncrona para inversor trifásico alimentado por conjunto Fonte de Alimentação Trifásica Alternada - Rectificador Trifásico.

6.1.3.1.2. Rectificador trifásico não controlado

De modo rectificar a tensão trifásica alternada de alimentação numa tensão contínua, recorrese à utilização de um rectificador trifásico não controlado constituído por díodos, como ilustrado na figura 6.1. Na saída do respectivo rectificador encontra-se um condensador de filtragem, C_F , de modo a alisar a tensão de saída.



Figura 6.1 - Rectificador trifásico não controlado constituído por diodos e condensador de filtragem

Para o sistema trifásico de tensões na entrada do rectificador, figura 6.2 (a), tem-se na saída a forma de onda representada na figura 6.2 (b). O condensador de filtragem vai provocar um alisamento desta última, sendo o valor médio da tensão na saída do conjunto rectificador trifásico/condensador, calculada pela expressão 6.9.

Sabendo o período da forma de onda da figura 6.2 (b), e que o valor máximo da tensão alternada U_{max} , se relaciona através de 6.10 com o valor de tensão composta de alimentação da fonte U_c , a tensão média no barramento é dada por 6.11.

$$U_{med} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} U_{max} sen(\omega t + \varphi) d\omega t$$
(6.9)

$$U_{\rm max} = \sqrt{2} U_c \tag{6.10}$$

$$U_{DC} = \frac{3}{\pi} \sqrt{2} U_c \tag{6.11}$$



Figura 6.2 – Formas de onda das tensões na entrada (a) e saída (b) do rectificador [Bose, 2002]

Para o valor médio da tensão contínua de alimentação do inversor trifásico de 400 V, a tensão composta fornecida pela fonte de alimentação trifásica, aplicando 6.11, deverá apresentar o valor seguinte.

$$U_c \approx 296V$$

6.1.3.1.3. Dimensionamento do Condensador de Filtragem

No cálculo do condensador de filtragem, torna-se necessário determinar a impedância equivalente por fase da máquina de indução. Pela figura 4.3, desprezando a resistência de magnetização, tem-se a expressão 6.12.

$$Z_{eq} = R_s + j\omega_e L_{ls} + \frac{j\omega_e L_m \left(\frac{R_r'}{S} + j\omega_e L_{lr'}\right)}{\frac{R_r'}{S} + j\omega_e (L_m + L_{lr'})}$$
(6.12)

O método de controlo utilizado implica a variação da frequência das correntes nos enrolamentos do estator e consequentemente do escorregamento. Considerando as condições nominais de funcionamento presentes no ponto 6.1.1, e o escorregamento determinado através da expressão 4.11, tem-se o valor da impedância equivalente por fase da máquina de indução.

$$S = 0,087$$

 $Z_{eq} = 1,332 \angle 28,29^{\circ} \Omega$

No dimensionamento do condensador de filtragem, é considerada a constante de tempo de carga e descarga do mesmo, expressão 6.13. Esta depende quer da capacidade do condensador, quer do módulo da impedância equivalente do circuito aos terminais do qual se encontra o condensador. De notar que a impedância do inversor trifásico pode ser desprezável.

$$\tau = \left| Z_{eq} \right| C_F \tag{6.13}$$

Quanto maior a constante de tempo do condensador relativamente ao período da forma de onda da tensão de saída do rectificador, figura 6.2 (b), mais perfeito se torna o alisamento. Sendo o período desta forma de onda 1/6 do período da tensão de alimentação, figura 6.2 (a), a constante de tempo do condensador deve suprir a seguinte condição.

$\tau >> 0,0033$ segundos

Estipulando $\tau = 0,1$ segundos, tem-se segundo 6.13 o posterior valor de capacidade. De notar a inexistência de condensadores de tal capacidade que suportem tensões da ordem dos 400V, existindo para a tensão referida, condensadores de no máximo 6 mF. Pode no entanto utilizarse condensadores em paralelo, de modo a perfazer a capacidade pretendida.

$$C_F = 75 \, mF$$

6.1.3.1.4. Circuito Dinâmico de Travagem

Durante o processo dinâmico de travagem a máquina assíncrona funciona como gerador, sendo a energia eléctrica gerada nos seus terminais convertida para modo contínuo através do inversor que funciona então como rectificador, invertendo-se a corrente no barramento contínuo. Como a corrente não flui através do rectificador, carrega o condensador C_F , aumentando a nível de tensão no barramento.

O circuito dinâmico de travagem, figura 6.3, tem como funcionalidade dissipar na resistência *R*, a energia gerada pelas travagens ou desacelerações da máquina assíncrona.
6.15.



Figura 6.3 – Circuito Dinâmico de Travagem

O erro verificado entre a tensão contínua no barramento e a referência pretendida de 400V, é aplicado a um controlador PI, originando um sinal que comparado com uma portadora, origina os pulsos de comando do IGBT (modulação por largura de impulso). Quanto maior o erro verificado, maior a largura dos pulsos de comando, e consequentemente maior o tempo em que o IGBT se encontra à condução, dissipando uma maior energia na resistência R. Segundo [Dynamic Resistor], o máximo valor da resistência dinâmica de travagem R pode ser calculada recorrendo a 6.14, em que P_b é o pico de potência verificado durante a travagem,

$$R_{\max} = \frac{U_{DC}^{2}}{P_{h}} \tag{6.14}$$

$$P_b = \omega_{\max} J \frac{d\omega}{dt} \tag{6.15}$$

Como definido no ponto 6.1.2.3., o limitador de declive utilizado implica uma variação constante de velocidade de 250 rotações/minuto/segundo, ou analogamente, 26,18 rad/s², sendo este valor entendido como a aceleração angular. O método de controlo utilizado, associado ao enfraquecimento de fluxo possibilita velocidades máximas da ordem de 3 a 4 vezes o valor de velocidade nominal de funcionamento. Assumindo uma velocidade máxima da ordem dos 4500 RPM, ou analogamente, 471,24 rad/s., para a constante de inércia dada no ponto 6.1.1. tem-se o máximo pico de potência verificado durante a travagem, e consequentemente a máxima resistência dinâmica de travagem a utilizar.

$$P_b = 28,375 \ kW$$
$$R_{\rm max} = 5,64 \Omega$$

6.1.3.2. Inversor Trifásico alimentado por conjunto Bateria – Conversor DC/DC de dois quadrantes

6.1.3.2.1. Implementação do modelo

No anexo A3 ilustra-se a implementação em Matlab/Simulink[®], do modelo de controlo da máquina assíncrona para inversor trifásico alimentado por conjunto Bateria - Conversor DC/DC de dois quadrantes.

6.1.3.2.2. Bateria

Na implementação em Matlab/Simulink[®] é utilizado um modelo de bateria com as seguintes características:

- Tipo de Bateria: Hidratos Metálicos de Níquel (NIMH)
- Tensão Nominal (*U_{Bat}*): 200 V
- Capacidade: 25 Ah
- Estado de carga inicial (SoC): 100%

6.1.3.2.3. Conversor CC/CC de dois quadrantes

A aplicabilidade da máquina assíncrona a veículos eléctricos implica, para além do funcionamento como motor, igualmente o de gerador, existindo um fluxo de energia da fonte energética para a máquina, ou vice-versa. Utilizando a bateria como fonte de energia, existe a possibilidade de armazenamento de energia por parte desta, aquando do funcionamento da máquina como gerador.

O conversor CC/CC de dois quadrantes, figura 6.4, possibilita o fluxo de corrente nos dois sentidos, mantendo a tensão sempre positiva. No sentido da bateria para a máquina assíncrona o conversor CC/CC funciona como elevador de tensão, funcionando como redutor de tensão no sentido oposto, permitindo utilizar uma bateria de tensão nominal inferior à tensão necessária aos terminais do inversor trifásico.

O IGBT Q_2 e o diodo D_1 constituem o conversor elevador, enquanto o IGBT Q_1 e o diodo D_2 constituem o conversor redutor, sendo ambos os conversores controlados simultaneamente, alternando os IGBT Q_1 e Q_2 entre si no estado de fecho e abertura, durante intervalos de tempo bem definidos. Na figura 6.5 (a) e (b) esquematiza-se para o período de controlo *T*, as formas de onda relativas ao funcionamento do conversor CC/CC como elevador e redutor de tensão, respectivamente.



Figura 6.4 - Conversor CC/CC de dois quadrantes



Figura 6.5 – Formas de onda relativas ao funcionamento do conversor CC/CC como elevador (a) e redutor (b) de tensão

Relativamente ao controlo dos IGBT, o erro verificado entre a referência pretendida de 400V e a tensão contínua no barramento, é aplicado a um controlador PI, originando um sinal que comparado com uma portadora, origina os pulsos de comando do IGBT (modulação por largura de impulso). Quanto maior o erro verificado, maior a largura dos pulsos de comando do IGBT Q_2 , e consequentemente menor será a largura dos pulsos de comando do IGBT Q_1 .

6.1.3.2.3.1. Relação entrada-saída de tensões

A relação de tensão entrada-saída para o funcionamento do conversor como elevador de tensão, pode ser obtida recorrendo à relação entre a corrente e a tensão na bobina, 6.16., assim como às formas de onda da figura 6.5 (a). Considerando a aproximação 6.17, e para o intervalo $\Delta t = t_1$, tem-se a expressão 6.18 relativa à variação de corrente na bobina $\Delta I = I_2 - I_1$. Para o intervalo $\Delta t = t_2$, a variação de corrente na bobina é dada por 6.19.

$$u_L = L \frac{di_L}{dt} \tag{6.16}$$

$$\frac{di_L}{dt} \approx \frac{\Delta I}{\Delta t} \tag{6.17}$$

$$\Delta I = \frac{U_{Bat}}{L} t_1 \tag{6.18}$$

$$\Delta I = -\frac{U_{Bat} - U_{DC}}{L} t_2$$
 (6.19)

Igualando 6.18 a 6.19, e sabendo que $t_1 = \delta_2 T$ e $t_2 = (1-\delta_2)T$, tem-se a relação 6.20 entre a tensão da bateria e a tensão contínua no barramento, dependente da largura dos pulsos de comando do IGBT Q_2, δ_2 .

$$U_{DC} = \frac{U_{Bat}}{(1 - \delta_2)} \tag{6.20}$$

No funcionamento do conversor como redutor de tensão, recorrendo a 6.16, à aproximação 6.17, e às formas de onda presentes na figura 6.5 (b), tem-se para os intervalos $\Delta t = t_1 e \Delta t = t_2$ respectivamente as expressões 6.21 e 6.22. Da igualdade entre estas e para $t_1 = (1-\delta_1)T$ e $t_2 = \delta_1 T$, tem-se 6.23, dependente da largura dos pulsos de comando do IGBT Q_1, δ_1 .

Alternando os IGBT Q_1 e Q_2 entre si no estado de fecho e abertura, a relação entre as larguras dos pulsos de comando destes é dada por 6.24, permitindo concluir que independentemente do modo de funcionamento do conversor CC/CC, elevador ou redutor, a tensão da bateria e a tensão contínua no barramento mantêm-se aproximadamente constantes e com uma relação bem definida entre elas.

$$\Delta I = \frac{U_{Bat}}{L} t_1 \tag{6.21}$$

$$\Delta I = \frac{U_{DC} - U_{Bat}}{L} t_2 \tag{6.22}$$

95

6. Implementação e Resultados

$$U_{Bat} = \delta_1 U_{DC} \tag{6.23}$$

$$\delta_1 = 1 - \delta_2 \tag{6.24}$$

6.1.3.2.3.2. Dimensionamento da Bobina

No dimensionamento da bobina pode ser considerado tanto o funcionamento do conversor como elevador ou redutor de tensão, sendo idênticos os resultados obtidos. Optando pelo modo elevador, a partir de 6.18 e 6.19 é possível determinar o período e frequência de controlo dos sinais de comando dos IGBT, 6.25 e 6.26. Resolvendo em ordem a *L*, tem-se a expressão de cálculo da bobina, 6.27, dependente das tensões de entrada e saída do conversor, frequência de controlo e ondulação na corrente.

$$T = t_1 + t_2 = L\Delta I \frac{U_{DC}}{U_{Bat} (U_{DC} - U_{Bat})}$$
(6.25)

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{L\Delta I} \frac{U_{Bat} (U_{DC} - U_{Bat})}{U_{DC}}$$
(6.26)

$$L = \frac{U_{Bat} (U_{DC} - U_{Bat})}{\Delta I f U_{DC}}$$
(6.27)

Para os parâmetros definidos seguidamente, tem-se o seguinte valor de indutância da bobina.

•
$$U_{DC} = 400 \text{ V}$$

• $U_{Bat} = 200 \text{ V}$ $L = 5 \text{ mH}$
• $\Delta I = 2 \text{ A}$

■ *f* = 10 kHz

6.1.3.2.3.3. Dimensionamento do Condensador de saída

No dimensionamento do condensador de saída C apenas tem interesse o funcionamento como elevador de tensão. Estando o IGBT Q_2 à condução, o conversor encontra-se dividido em dois circuitos, figura 6.6, sendo a tensão de saída mantida pelo condensador C, que descarrega parte da energia armazenada, diminuindo o nível de tensão, sendo negativa a corrente através deste. A tensão na carga mantém-se positiva, assim como a corrente que durante este intervalo é igual à corrente no condensador. Quando Q_2 está ao corte, parte da corrente do indutor Lcarrega o condensador, aumentando o seu nível de tensão. Considerando diminuta a variação na tensão de saída, a corrente na carga pode ser considerada constante em termos do seu valor médio, sendo 6.28 a corrente no condensador. Visto que a tensão no condensador é idêntica à tensão de saída, a relação entre tensão e corrente no condensador, 6.29, pode ser dada por 6.30.



Figura 6.6 – Circuito equivalente do conversor estando apenas Q_2 à condução

$$i_c = i_o = \frac{u_0}{Z_{eq}}$$
 (6.28)

$$i_c = C \frac{du_c}{dt} \tag{6.29}$$

$$i_c = C \frac{du_0}{dt} \tag{6.30}$$

Pela aproximação 6.31, e para o intervalo $\Delta t = t_1 = \delta_2 T$ em que Q_2 se encontra à condução, temse pela igualdade entre 6.28 e 6.30, a variação da tensão na saída ΔU_0 , 6.32.

Resolvendo em ordem a *C*, tem-se a expressão de cálculo do condensador de saída, 6.33, podendo igualmente ser definida em função da frequência de controlo dos IGBT, 6.34.

$$\frac{du_0}{dt} \approx \frac{\Delta u_0}{\Delta t} \tag{6.31}$$

$$\Delta u_0 = \frac{u_0}{Z_{eq}} \frac{\delta_2 T}{C} \tag{6.32}$$

$$C = \frac{u_0}{\Delta u_0} \frac{\delta_2 T}{Z_{eq}} \tag{6.33}$$

$$C = \frac{u_0}{\Delta u_0} \frac{\delta_2}{Z_{eq} f}$$
(6.34)

97

6. Implementação e Resultados

Para os parâmetros definidos seguidamente, tem-se o seguinte valor de capacidade do condensador *C*. De notar que a variável u_0 definida como tensão na carga é para o caso concreto, a tensão no barramento contínuo U_{DC} . A largura dos pulsos de comando do IGBT Q_2 , δ_2 , pode ser calculada segundo 6.20.

- $u_0 = U_{DC} = 400 \text{ V}$
- $U_{bat} = 200 \text{ V}$
- $\delta_2 = 0.5$ C = 7.5 mF
- $\Delta U_0 = 2 \text{ V}$
- *f* = 10 kHz
- $Z_{eq} = 1,332 \ \Omega$

6.1.4. Simulação

6.1.4.1. Simulação do modelo 6.1.3.1.

6.1.4.1.1. Velocidade máxima de funcionamento

O método de controlo utilizado, associado ao enfraquecimento de fluxo possibilita a obtenção de velocidades máximas da ordem de três a quatro vezes o valor de velocidade nominal de funcionamento. Deste modo, procede-se à simulação assumindo a referência de velocidade máxima três vezes superior à velocidade nominal de funcionamento.

Para os parâmetros de simulação abaixo indicados, obtiveram-se os resultados presentes no Anexo B.1.1.

- Tempo de amostragem da simulação: 10 microsegundos;
- Tempo de simulação: 45 segundos;
- Referência de velocidade em RPM = [4500 0] para tempo em segundos = [4 24];

Os resultados verificados evidenciam a capacidade de alcançar velocidades três vezes superiores à velocidade nominal de funcionamento, existindo um seguimento perfeito da referência de velocidade.

O método de controlo na zona de enfraquecimento de fluxo revelou-se satisfatório, verificando-se a diminuição de fluxo ligado no rotor com aumento de velocidade acima dos 10 segundos, instante a partir do qual a velocidade superou o valor nominal de funcionamento.

Pela expressão 5.6, e para determinado binário de referência a desenvolver, a diminuição de fluxo ligado no rotor para velocidades superiores à velocidade nominal de funcionamento implica o aumento da componente de corrente no estator i_{qs}^* . Apesar da diminuição da componente i_{ds}^* relacionada com o fluxo ligado no rotor, o aumento da componente i_{qs}^* traduz-se no aumento da corrente nos enrolamentos no estator.

Na desaceleração de 4500 RPM até à paragem, a potência desenvolvida é negativa, evidenciando o funcionamento da máquina assíncrona como gerador, aumentando o nível de tensão no barramento contínuo. Este aumento de tensão é limitado pelo circuito dinâmico de travagem, que possibilita a dissipação de grande parte da energia gerada neste processo.

6.1.4.1.2. Análise de regimes de velocidade

Neste ponto realiza-se a simulação para diversos regimes de velocidade, avaliando o funcionamento da máquina assíncrona nas acelerações e desacelerações, efectuadas para velocidades inferiores e superiores à velocidade nominal de funcionamento.

Para os parâmetros de simulação abaixo indicados, foram alcançados os resultados presentes no Anexo B.1.2.

- Tempo de amostragem da simulação: 10 microsegundos;
- Tempo de simulação: 35 segundos;
- Referência de velocidade em RPM = [1400 600 3400 2000] para tempo em segundos
 = [4 11 15 28];

Os resultados verificados evidenciam a dependência entre a amplitude e frequência da corrente nos enrolamentos do estator, respectivamente para com o binário desenvolvido e velocidade de funcionamento. Registou-se ainda um correcto seguimento da referência de velocidade, quer na zona de enfraquecimento de fluxo, quer para velocidades inferiores à velocidade nominal de funcionamento.

Durante as desacelerações, o binário assim como a potência desenvolvida são negativos, evidenciando o funcionamento da máquina assíncrona como gerador. A energia gerada durante este período de funcionamento é dissipada pela resistência do circuito dinâmico de travagem, limitando o aumento de tensão no barramento contínuo.

De realçar ainda o aumento de binário desenvolvido com o aumento de velocidade, devido à existência de atrito viscoso, parcela $B\omega$ na expressão 4.112.

6.1.4.1.3. Análise de regimes de velocidade para binário de carga aplicado

Como realizado no ponto 6.1.4.1.2., analisa-se o funcionamento para diversos regimes de velocidade, mas tendo em conta o binário de carga. Na aplicação da máquina assíncrona a veículos eléctricos, o binário de carga traduz as condições de relevo, sendo as subidas e descidas, correspondentes respectivamente, a binários de carga positivos e negativos.

Segundo os parâmetros de simulação seguidamente indicados, obtiveram-se os resultados presentes no Anexo B.1.3.

- Tempo de amostragem da simulação: 10 microsegundos;
- Tempo de simulação: 35 segundos;
- Referência de velocidade em RPM = [1400 600 3400 2000] para tempo em segundos
 = [4 11 15 28];
- Referência de binário de carga em N.m = [50 -30] para tempo em segundos = [4 15];

Para binário de carga aplicado, alcançaram-se resultados semelhantes aos verificados no ponto 6.1.4.1.2, sendo apenas de realçar o ligeiro aumento de binário desenvolvido e corrente no estator para binário de carga positivo, verificando-se o inverso no que respeita ao binário desenvolvido, quando aplicado binário de carga negativo.

O seguimento da referência de velocidade é idêntico ao caso onde o binário de carga aplicado é inexistente, sendo possível concluir sobre o correcto dimensionamento dos parâmetros do controlador PI de velocidade efectuado no ponto 6.1.2.3.

6.1.4.1.4. Limite de velocidade para fluxo nominal no rotor

Similarmente ao efectuado no ponto 6.1.4.1.1., mas sem recorrer ao método de enfraquecimento de fluxo, realiza-se a simulação com o intuito de verificar a possibilidade de alcançar uma velocidade três vezes superior à velocidade nominal de funcionamento, tendo como referência de fluxo no rotor, o seu valor nominal para qualquer gama de velocidades. A referida simulação foi efectuada tendo em conta os parâmetros seguintes, obtendo-se os resultados presentes no Anexo B.1.4.

- Tempo de amostragem da simulação: 10 microsegundos;
- Tempo de simulação: 25 segundos;
- Referência de velocidade em RPM = [4500] para tempo em segundos = [4];

Mantendo constante o fluxo no rotor para qualquer gama de velocidade, tem-se uma limitação na velocidade máxima relativamente ao ponto 6.1.4.1.1, tendo apenas sido possível efectuar o seguimento da referência de velocidade até próximo dos 3000 RPM.

Assim se conclui sobre a importância do método de enfraquecimento de fluxo, para velocidades superiores à velocidade nominal de funcionamento.

6.1.4.2. Simulação do modelo 6.1.3.2.

6.1.4.2.1. Velocidade máxima de funcionamento

Para os parâmetros de simulação abaixo indicados, e assumindo uma velocidade máxima 3 vezes superior à velocidade nominal de funcionamento, obtiveram-se os resultados presentes no Anexo B.2.1.

- Tempo de amostragem da simulação: 10 microsegundos;
- Tempo de simulação: 45 segundos;
- Referência de velocidade em RPM = [4500 0] para tempo em segundos = [4 24];

Comparativamente ao ponto 6.1.4.1.1., foram obtidos resultados semelhantes, existindo um correcto seguimento da referência de velocidade. A tensão de alimentação do inversor é praticamente constante e de valor aproximado de 400 V, evidenciando a capacidade do conversor DC/DC em elevar a tensão nominal de 200 V da bateria.

Neste modelo, a energia gerada durante o processo de desaceleração é utilizada para recarregar a bateria, aumentando o estado de carga da mesma. Tal é possível pela utilização do conversor DC/DC, que possibilita o fluxo bidireccional de energia.

De notar a diminuição do estado de carga da bateria durante o processo de aceleração, devido ao pedido de corrente efectuado pela máquina assíncrona.

6.1.4.2.2. Análise de regimes de velocidade

Similarmente ao ponto 6.1.4.1.2, foram obtidos para este modelo os resultados ilustrados no anexo B.2.2, tendo em conta os seguintes parâmetros de simulação.

- Tempo de amostragem da simulação: 10 microsegundos;
- Tempo de simulação: 35 segundos;
- Referência de velocidade em RPM = [1400 600 3400 2000] para tempo em segundos
 = [4 11 15 28];

Os resultados obtidos na simulação deste modelo são idênticos aos registados no ponto 6.1.4.1.2., diferenciando-se apenas no aproveitamento pela bateria, da energia gerada nas desacelerações.

O conjunto bateria - conversor DC/DC associado ao controlo indirecto por orientação de campo, possibilita a obtenção de resultados satisfatórios para diferentes regimes de velocidade, realçando a sua aplicabilidade em veículos eléctricos.

A tensão de alimentação do inversor mantém-se constante, apresentando apenas pequenas variações nos instantes iniciais de variação de velocidade.

6.1.4.2.3. Análise de regimes de velocidade para binário de carga aplicado

Tal como realizado no ponto 6.1.4.1.3., foram alcançados para este modelo, os resultados presentes no anexo B.2.3, assumindo os seguintes parâmetros de simulação.

- Tempo de amostragem da simulação: 10 microsegundos;
- Tempo de simulação: 35 segundos;
- Referência de velocidade em RPM = [1400 600 3400 2000] para tempo em segundos
 = [4 11 15 28];
- Referência de binário de carga em N.m = [50 -30] para tempo em segundos = [4 15];

Atendendo aos resultados verificados, conclui-se que o binário de carga em nada altera o seguimento da referência de velocidade, alterando apenas o binário desenvolvido, assim como a corrente nos enrolamentos do estator, directamente relacionadas com este.

De notar que o tempo de carga ou descarga da bateria, se encontra directamente relacionado com o módulo do binário desenvolvido.

6.2. Implementação prática

6.2.1. Características da Máquina Assíncrona

Na implementação prática do método de controlo indirecto por orientação de campo, recorrese à utilização de um motor assíncrono com as seguintes características:

- Potência Nominal (*P_n*): 1,1 kW
- Tensão Nominal de Alimentação (*U_{nom}*): 380 V
- Corrente Nominal (*I*_{nom}): 2,5 A
- cos *φ*: 0,9
- Frequência Nominal (*f*_{nom}): 50 Hz
- Velocidade Nominal (*N_{nom}*): 2830 RPM
- Número de Pares de Pólos (p): 1
- Rotor do tipo "Gaiola de Esquilo"

6.2.2. Ensaios da Máquina Assíncrona

Com o intuito de determinar alguns parâmetros necessários à implementação do método de controlo da máquina assíncrona, efectuam-se diversos ensaios à máquina assíncrona.

6.2.2.1. Relação de transformação

Para a determinação da relação de transformação, serão efectuados dois ensaios distintos. Num primeiro ensaio, aplicando uma tensão alternada sinusoidal aos enrolamentos do estator, procede-se à medição da tensão entre os anéis do rotor, encontrando-se a máquina parada com os enrolamentos do rotor em aberto.

Para os seguintes valores de tensão composta aplicada ao estator e medida no rotor, a relação de transformação, expressão 6.35, toma o valor dado por N_1 .

$$N = \frac{U_{estator}}{U_{rotor}}$$
(6.35)

- Tensão aplicada ao estator $U_{estator} = 235 \text{ V}$
- Tensão medida no rotor $U_{rotor} = 246 \text{ V}$ $N_1 = 0.955$

De modo a tornar a relação de transformação a mais precisa possível, efectua-se um segundo ensaio aplicando uma tensão alternada sinusoidal ao rotor, e medindo o correspondente valor de tensão no estator.

Para os seguintes valores de tensão composta aplicada ao rotor e medida no estator, a relação de transformação toma o valor dado por N_2 .

- Tensão aplicada ao rotor $U_{rotor} = 234 \text{ V}$
- Tensão medida no estator $U_{estator} = 217 \text{ V}$ $N_2 = 0.927$

Segundo o manual do motor assíncrono trifásico De Lorenzo DL 1022, a relação de transformação pode ser calculada pela média geométrica dos resultados obtidos em cada um dos ensaios anteriores, expressão 6.36, obtendo-se o valor seguinte.

$$N = \sqrt{N_1 N_2} \tag{6.36}$$
$$N = 0.941$$

6.2.2.2. Resistência do estator

A resistência do estator pode ser determinada através da injecção de corrente contínua, e medição da consequente queda de tensão.

Para os seguintes valores de tensão e corrente medidos, tem-se o seguinte valor de resistência do estator.

- Tensão medida no estator U = 20 V
- Corrente medida no estator I = 4,17 A $R_s = 4,8 \Omega$

6.2.2.3. Ensaio em vazio

No ensaio em vazio, aplicando ao estator a tensão nominal de alimentação, coloca-se a máquina a rodar sem qualquer carga mecânica aplicada ao veio. Nestas condições, a máquina roda aproximadamente à velocidade de sincronismo, considerando-se nulo o escorregamento S, pelo que $R_r/S \approx \infty$.

Considerando o circuito equivalente por fase da máquina assíncrona, figura 4.5, a impedância medida neste ensaio corresponde praticamente à impedância de magnetização Z_m , figura 6.7, sendo possível determinar a indutância mútua L_m .



Figura 6.7 - Circuito equivalente por fase da máquina assíncrona para o ensaio em vazio

Para um valor nominal de tensão composta de alimentação de 380 V, foram verificados os seguintes valores medidos para a corrente e potência em vazio. Atendendo às expressões 6.37 a 6.39, é possível determinar o valor de indutância mútua.

U _{nom} (V)	I ₀ (A)	P ₀ (W)	$Z_{0}\left(\Omega ight)$	cos φ	$\omega_e L_m(\Omega)$	L _m (H)
380	1,22	345	179,83	0,43	119,15	0,634

$$Z_{0} = Z_{m} = \frac{U_{s}}{I_{0}} = \frac{U_{nom}}{\sqrt{3}I_{0}}$$
(6.37)

$$\cos\varphi = \frac{P_0}{\sqrt{3}U_{nom}I_0} \tag{6.38}$$

$$\omega_e L_m = \frac{Z_m}{sen\,\varphi} \tag{6.39}$$

6.2.2.4. Ensaio em curto-circuito

No ensaio em curto-circuito, o rotor é mantido imóvel, sendo o estator alimentado à frequência nominal por uma tensão reduzida, de modo a evitar perdas excessivas. Nestas condições o escorregamento *S* é unitário, pelo que $R_r(1 - S)/S = 0$.

Considerando o circuito equivalente por fase da máquina assíncrona, figura 4.3, a impedância Z_{cc} medida neste ensaio corresponde à série do ramo longitudinal de entrada, com o paralelo dos outros dois, figura 6.8. Admitindo que o ramo de magnetização tem impedância muito maior que o ramo longitudinal referente ao rotor, a corrente de magnetização é desprezável face à equivalente do rotor, resultando para a impedância de curto-circuito, expressão 6.40, a série dos dois ramos longitudinais.

$$Z_{cc} = R_s + R_r + j\omega_e (L_{ls} + L_{lr})$$
(6.40)

105



Figura 6.8 - Circuito equivalente por fase da máquina assíncrona para o ensaio em curto-circuito

Para um valor de tensão composta de 50 V aplicado aos enrolamentos do estator, foram verificados os seguintes valores medidos para a corrente e potência em curto-circuito. Atendendo às expressões 6.41 a 6.44, determina-se o a indutância de dispersão do estator, assim como a resistência e indutância de dispersão do rotor reduzida ao estator, sendo consideradas iguais as indutâncias de dispersão relativas ao estator e rotor.

As grandezas referentes ao rotor podem ser obtidas das grandezas reduzidas ao estator, pela relação de transformação obtida no ponto 6.2.2.1, e expressões 4.22 e 4.23.

$$Z_{cc} = \frac{U_s}{I_{cc}} = \frac{U}{\sqrt{3}I_{cc}} \tag{6.41}$$

$$\cos\varphi = \frac{P_{cc}}{\sqrt{3}UI_{cc}} \tag{6.42}$$

$$R_s + R_r' = Z_{cc} \cos \varphi \tag{6.43}$$

U	Icc	P _{cc}	Zcc	cos	$\mathbf{R}_{s} + \mathbf{R}_{r}$	$\omega_{e}(L_{ls} + L_{lr})$	Rs	R _r '	L _{ls}	L _{lr} '	R _r	L_{lr}
(V)	(A)	(W)	(Ω)	φ	(Ω)	(Ω)	(Ω)	(Ω)	(mH)	(mH)	(Ω)	(mH)
50	2,5	148	11,55	0,68	7,89	8,43	4,8	3,09	13	13	3,49	15

$$\mathcal{P}_{e}\left(L_{ls}+L_{lr}\right)=Z_{cc}sen\,\varphi\tag{6.44}$$

6.2.2.5. Constantes mecânicas da máquina assíncrona

A obtenção experimental das constantes mecânicas, momento de inércia J e coeficiente de atrito viscoso B, traduz-se em resultados imprecisos, assumindo-se para estas grandezas, valores típicos verificados em máquinas assíncronas com as características do ponto 6.2.1.

- Momento de Inércia $J = 0,0008 \text{ kg.m}^2$
- Coeficiente de atrito viscoso *B* desprezável

6.2.3. Algoritmo de controlo indirecto por orientação de campo

6.2.3.1. Referência de Fluxo

Tal como efectuado no ponto 6.1.2.1., mas atendendo às características da máquina assíncrona constantes de 6.2.1. e 6.2.2., a referência de fluxo ligado no rotor para velocidades inferiores à velocidade nominal de funcionamento, apresenta o valor seguinte.

$$\psi_{drnom} = 0,484 Wb$$

6.2.3.2. Dimensionamento do controlador PI de Fluxo

Seguindo a metodologia adoptada no ponto 6.1.2.2., mas considerando os parâmetros da máquina assíncrona determinados em 6.2.2., os parâmetros do controlador PI de fluxo e o tempo de estabelecimento a 5% da resposta de fluxo ligado no rotor são indicados seguidamente.

$$K_p = 1$$
 e $K_i = \frac{1}{\tau_r} = 5,394$

 $t_s(5\%) \approx 0.89 \ segundos$

6.2.3.3. Dimensionamento do controlador PI de velocidade

Analogamente ao efectuado no ponto 6.1.2.3., mas arbitrando a localização dos pólos em 0,1 e 50000, tem-se para as constantes mecânicas definidas em 6.2.2.5, os seguintes parâmetros do controlador PI e o tempo de estabelecimento a 5% da resposta de velocidade.

$$K_p = 40$$
 e $K_i = 4$
 $t_s (5\%) \approx 0.12 \text{ milisegundos}$

A capacidade de rejeição da perturbação introduzida pelo binário de carga T_c pode ser considerada satisfatória, tendo em conta a ordem de grandeza dos parâmetros obtidos.

Com o intuito de diminuir a rapidez da resposta de velocidade, recorre-se igualmente a um limitador de declive de 250 rotações por minuto num segundo, no sinal de referência de velocidade.

6.2.4. Circuito Implementado

6.2.4.1. Inversor Trifásico alimentado por conjunto Fonte de Alimentação Trifásica Alternada – Rectificador Trifásico

6.2.4.1.1. Implementação do circuito de controlo

No anexo C representa-se a implementação prática de controlo da máquina assíncrona para inversor trifásico alimentado por conjunto Fonte de Alimentação Trifásica Alternada - Rectificador Trifásico. Os enrolamentos do rotor da máquina assíncrona são colocados em curto-circuito, similarmente ao verificado na configuração em "gaiola de esquilo".

6.2.4.1.2. Material utilizado

Na implementação prática efectuada, recorreu-se à utilização do material seguinte:

- Computador portátil Asus Z53J com processador Intel[®] Centrino Duo 1,83 GHz
- Motor assíncrono trifásico De Lorenzo DL 1022
- Travão electromagnético De Lorenzo DL 1019P
- Fonte de alimentação De Lorenzo DL 1013
- Transdutor óptico de velocidade De Lorenzo DL 2031M
- Unidade de medição de potência mecânica, binário, e velocidade de rotação De Lorenzo DL 10055
- Célula de medição de binário De Lorenzo DL 2006E
- Rectificador trifásico International Rectifier 26MT60
- Inversor trifásico International Rectifier IRAMX16UP60B
- Placa de aquisição de dados National Instruments NI USB-6008
- Três transdutores de corrente LEM LTS 15-NP
- Três condensadores electrolíticos de alumínio 4,7 μ F 450 V_{DC}
- Condensador electrolítico de alumínio 2200 μ F 450 V_{DC}
- Quatro condensadores de alta frequência de película de plástico 0,1 μ F 1500 V_{DC}
- Condensador electrolítico de alumínio 10 mF 16 V_{DC}
- Condensador electrolítico de alumínio 0,1 mF 16 V_{DC}
- Placa de montagem
- Fios condutores

6.2.5. Resultados Experimentais

Na implementação experimental do método de controlo indirecto por orientação de campo, não foi possível verificar os resultados obtidos nas simulações efectuadas no ponto 6.1.4.1.

Nas diversas tentativas experimentais efectuadas, o inversor trifásico entrou consecutivamente em curto-circuito, impossibilitando a implementação do referido método de controlo.

Realizando uma análise global ao circuito no intuito de determinar o problema, revelou-se inconclusiva a causa do mesmo, visto todos os restantes componentes se encontrarem em devidas condições de funcionamento.

Para a elevada precisão do método de controlo empregado, as características de funcionamento de alguns dos componentes utilizados podem traduzir-se no entanto, em limitações em termos práticos. De referir a reduzida frequência de amostragem da placa de aquisição de dados, limitada a um máximo de 2500 amostras por segundo por sinal de entrada, assim como a frequência máxima de 20 kHz dos sinais de comando dos IGBT's do inversor trifásico.

7. Conclusões

As crescentes preocupações relacionadas com a escassez de reservas petrolíferas e aumento de emissões poluentes, conduziram ao desenvolvimento de novos métodos de propulsão em veículos rodoviários.

A análise do estado da arte permitiu analisar a situação presente relativa ao desenvolvimento de veículos eléctricos, a nível de topologias, sistemas de propulsão e controlo.

Recorrendo à representação da máquina assíncrona através de um modelo dinâmico de quinta ordem, foi possível definir o método de controlo indirecto por orientação de campo da máquina assíncrona, assim como proceder à sua implementação.

Apesar da impossibilidade de obtenção de resultados experimentais, as simulações efectuadas revelaram resultados bastante interessantes no que respeita à aplicação deste método de controlo a veículos eléctricos. Evidenciou-se a capacidade de funcionamento para uma gama aceitável de velocidades, associada ao desenvolvimento de binário adequado às condições inerentes ao funcionamento de um veículo rodoviário.

Comparativamente ao verificado nos veículos com motor de combustão interna, em que o binário máximo está disponível numa pequena gama de velocidades, o controlo indirecto por orientação de campo do motor de indução, permite aos veículos eléctricos disporem do binário máximo desde o arranque até uma gama de velocidades relativamente elevada, inclusive, para além da velocidade nominal de funcionamento do motor.

Um outro aspecto bastante importante a realçar na aplicabilidade deste método de controlo a veículos eléctricos é a capacidade de aproveitamento da energia regenerativa de travagem. Pelas simulações efectuados foi possível demonstrar que, recorrendo a electrónica de potência adequada, essa energia pode ser armazenada em baterias.

A máquina assíncrona pelas características de funcionamento verificadas, em conjunto com o desenvolvimento de fontes de armazenamento energético mais eficazes, pode ser considerada uma excelente alternativa ao método convencional de propulsão em voga presentemente, o motor de combustão interna.

8. Bibliografia

[Almeida, 2007] Almeida, Luis Borges de (2007). Resposta no tempo de sistemas de primeira e de segunda ordem só com pólos. Portugal http://www.lx.it.pt/~lbalmeida/sinaisesistemas/respostas%20no%20tempo.pdf

[Benbouzid et al., 2000] Benbouzid, M.E.H.; Zidani, F.; Diallo, D. (October 2000). Fuzzy efficient optimization controller for induction motor drives, *IEEE Power Engineering Letters, vol. 20, n°10, Pages*: 43-44 http://ieeexplore.ieee.org/iel5/39/18983/00876882.pdf

[Bose, 2002] Bose, Bimal, K. (2002). Modern Power Electronics and AC Drives. Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, New Jersey

[Chan, 2002] Chan, C. C. (February 2002). The state of the art of electric and hybrid vehicles. *In Proceedings of the IEEE Volume 90, Issue 2, Pages:* 247 – 275 http://ieeexplore.ieee.org/iel5/5/21333/00989873.pdf

[Dynamic Resistor]

http://samplecode.rockwellautomation.com/idc/groups/literature/documents/at/pflex-at001_en-p.pdf

[Emadi et al., 2005] Emadi, A.; Rajashekara, K.; Williamson, S.S.; Lukic, S.M. (May 2005). Topological overview of hybrid electric and fuel cell vehicular power system architectures and configurations. *Vehicular Technology, IEEE Transactions on Volume 54, Issue 3, Pages:* 763 – 770 http://ieeexplore.ieee.org/iel5/25/30904/01433222.pdf?arnumber=1433222

[Hybrid Center] <u>http://www.hybridcenter.org/hybrid-center-how-hybrid-cars-work-under-the-hood-2.html</u>

[Ong, 1998] Ong, Chee-Mun (1998). Dynamic Simulation of Electric Machinery using Matlab/Simulink. Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, New Jersey

[Palma, 1999] Palma, João C. P. (1999). Accionamentos Electromecânicos de Velocidade Variável. Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa

[Silva, 2004] Silva, Rui Neves (2004). Controlo e Decisão na Energia, Aula 9: Sistemas de Células de Combustível. Portugal http://moodle.fct.unl.pt/file.php/1555/SlidesTeoricas/Aula09-FuelCells.pdf

[Thongam, 2006] Thongam, Jogendra Singh (June 2006). High Performance Sensorless Induction Motor Drive. University of Quebec at Chicoutimi, Canadá. <u>http://bibvir.uqac.ca/theses/24684111/24684111.pdf</u>

[Trzynadlowski, 2001] Trzynadlowski, Andrzej M. (2001) Control Of Induction Motors. Academic Press, USA

[Ventim Neves, 2005] Neves, Mário Ventim (2005). Apontamentos da Cadeira de Electrotecnia Teórica – Máquina de Indução. Portugal

[West, 1994] West J.G.W. (April 1994). DC, induction, reluctance and PM motors for electric vehicles, *Power Engineering Journal, vol. 8, Issue 2, Apr 1994 Pages:* 77 - 88 <u>http://ieeexplore.ieee.org/iel1/2224/6976/00281755.pdf</u>

[Westbrook, 2001] Westbrook, Michael H. (2001). The Electric Car: Development and Future of Battery, Hybrid and Fuel-Cell Cars. Iee Power & Energy Series, 38, London

[Zeraoulia et al., 2005] Zeraouila, M.; Benbouzid, M.E.H.; Diallo, D. (September 2005) Electric motor drive selection issues for HEV propulsion systems: a comparative study, *Vehicle Power and Propulsion, 2005 IEEE Conference Volume , Issue , Pages: 280 – 287* http://ieeexplore.ieee.org/iel5/10416/33078/01554571.pdf?arnumber=1554571

9. Glossário

ACM - Motor de Corrente Alternada (Alternating Current Motor - designação inglesa)

BEV - Veículo Eléctrico de Baterias (Battery Electric Vehicle - designação inglesa)

DCM - Motor de Corrente Contínua (Direct Current Motor - designação inglesa)

DTC - Controlo Directo de binário (Direct Torque Control - designação inglesa)

EV – Veículo Eléctrico (Electric Vehicle - designação inglesa)

FC - Célula de Combustível (Full-Cell - designação inglesa)

FCEV - Veículo Eléctrico de Células de Combustível (*Full-Cell Electric Vehicle - designação inglesa*)

FOC - Controlo por Orientação de Campo (Field Oriented Control - designação inglesa)

HEV – Veículo Eléctrico Híbrido (Hybrid Electric Vehicle - designação inglesa)

ICE – Motor de Combustão Interna (Internal Combustion Engine - designação inglesa)

ICEV – Veículo de Motor de Combustão Interna (Internal Combustion Engine Vehicle - designação inglesa)

IM - Motor Assíncrono ou de Indução (Induction Motor - designação inglesa)

PMSM – Motor Síncrono de Magnetos Permanentes (*Permanent Magnet Synchronous Motor* - *designação inglesa*)

- PWM Modulação por largura de impulso (Pulse Width Modulation designação inglesa)
- SRM Motor de Relutância Comutado (Switched Relutance Motor designação inglesa)
- ZEV Veículo de emissões poluentes nulas (Zero-Emission Vehicles designação inglesa)

Anexos

Anexos

Anexo A – Modelos em Matlab/Simulink®

Anexo A – Modelos em Matlab/Simulink®

Anexo A.1 - Algoritmo de controlo indirecto por orientação de campo



Anexo A – Modelos em Matlab/Simulink®

Anexo A.2 – Modelo de controlo para inversor trifásico alimentado por conjunto Fonte de Alimentação Trifásica Alternada - Rectificador Trifásico



Anexo A – Modelos em Matlab/Simulink®

Anexo A.3 – Modelo de controlo para inversor trifásico alimentado por conjunto Bateria – Conversor DC/DC de dois quadrantes



Anexo B.1 - Simulação do Modelo 6.1.3.1.























Anexo B.2 – Simulação do Modelo 6.1.3.2.







126






Anexo B – Resultados de Simulação em Matlab/Simulink®

128

Anexo B – Resultados de Simulação em Matlab/Simulink®







Anexo B – Resultados de Simulação em Matlab/Simulink®

130



Anexo C – Circuito Implementado na Prática