



Universidade do Minho

**OPTIMIZAÇÃO NUMÉRICA TERMO-ECONÓMICA
DE UM SISTEMA DE COGERAÇÃO**

Ângela Maria Esteves da Silva

Universidade do Minho

Março 2003



Universidade do Minho

**Optimização Numérica Termo-económica
de um Sistema de Cogeração**

Ângela Maria Esteves da Silva

Dissertação submetida na
Universidade do Minho para
obtenção do grau de Mestre em
Engenharia Industrial

Orientadora:

Doutora Senhorinha de Fátima Capela Fortunas Teixeira

Universidade do Minho

Março 2003

Aos meus pais e marido

Esta dissertação em Engenharia Industrial decorreu no âmbito do Programa Operacional Ciência, Tecnologia e Inovação, promovido pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia (FCT) e pelo Fundo Social Europeu (FSE) no âmbito do III Quadro Comunitário de Apoio.

AGRADECIMENTOS

A autora deseja manifestar o seu mais sincero agradecimento a todas as instituições e pessoas que contribuíram directa ou indirectamente para que a realização deste trabalho fosse possível. À Fundação para a Ciência e Tecnologia tenho a agradecer o financiamento deste projecto. À Universidade do Minho, em particular à Comissão Directiva do Mestrado em Engenharia Industrial, agradeço a oportunidade que me concederam em participar no Mestrado bem como a disponibilidade das instalações.

À Professora Senhorinha de Fátima Capela Fortunas Teixeira tenho a agradecer a orientação científica, todo o apoio prestado, bem como a paciência, o incentivo, a confiança e a dedicação ao longo deste trabalho. Tenho ainda a agradecer-lhe as condições materiais postas à disposição durante a execução deste trabalho, bem como as sugestões feitas durante a escrita da tese e revisão final. Por fim desejo expressar o meu reconhecimento pela amizade demonstrada.

Ao Professor José Carlos Teixeira devo agradecer a sua disponibilidade relativamente ao esclarecimento de todas as dúvidas surgidas na interpretação e descrição do modelo físico em estudo.

Docentes e funcionários do Departamento de Produção e Sistemas que sempre se mostraram disponíveis para ajudar no que fosse necessário e demonstraram sempre o seu apoio.

À Lucinda tenho também a agradecer as essenciais e descontraídas pausas para lanchar que sempre ajudaram a ganhar ânimo para continuar a trabalhar.

Ao meu marido, o meu sincero agradecimento pelo apoio incondicional nas alturas mais difíceis, disponibilidade e paciência ao longo deste período e compreensão pelos momentos em que deixei de estar com ele para conseguir finalizar este projecto.

RESUMO

Entre as várias alternativas para a produção simultânea de calor e energia, (cogeração), os sistemas baseados na turbina a gás são cada vez mais atractivos. Para além da elevada eficiência térmica, estes sistemas podem operar com uma grande variedade de combustíveis.

Neste trabalho, um sistema de cogeração, consistindo numa turbina a gás e num evaporador, foi usado para ilustrar a aplicabilidade directa dos métodos numéricos de optimização não linear, com restrições, como ferramenta útil para avaliar e optimizar sistemas de energia.

Seguindo uma metodologia termo-económica de optimização de sistemas, foram definidos os modelos físico ou termodinâmico e o modelo económico para este sistema de cogeração e o problema foi formula do matematicamente como um problema de optimização de custos sujeito às restrições físicas do processo.

Foram usados três métodos directos de optimização não linear com restrições nomeadamente, o método complexo ou método Box, o método de Programação Quadrática Sequencial (SQP) e o método do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG).

As características particulares de cada método foram assim avaliadas e comparadas, sendo os métodos implementados em ambientes diferentes: programação em Fortran, software MatLab e software LINGO.

Os resultados obtidos pelos três tipos diferentes de métodos foram semelhantes, convergindo assim para o mesmo ponto óptimo. Contudo, considerando o mesmo erro na solução, o método de Box necessita de um maior número de iterações, que os outros dois métodos que recorrem ao cálculo das derivadas da função objectivo.

Uma análise de sensibilidade permitiu concluir que os parâmetros económicos (custo de investimento de capital e custo do combustível) influenciam de modo idêntico o valor das variáveis de decisão, mas relativamente à função objectivo, o custo do combustível apresenta uma influência mais acentuada.

Os métodos numéricos de optimização provaram ser uma ferramenta adequada na determinação do ponto óptimo do sistema de cogeração, permitindo uma grande flexibilidade na implementação de modificações nas variáveis de operação.

ABSTRACT

Amongst the various alternatives for the combined production of heat and power, the systems based on a gas turbine are becoming increasingly attractive. In addition to the high thermal efficiency, they can also operate on wide variety of fuels.

The basic configuration of a simple cogeneration system consisting of a gas turbine and a heat recovery steam generator has been used, in the present work, to illustrate the application of non linear optimization numerical methods as a tool to evaluate and optimize complex energy systems.

Following a thermoeconomic approach, a thermodynamic model was developed, as well as, a cost analysis. The problem was formulated as a non linear optimization problem with constraints and it was solved with various classes of direct methods: Complex method, Sequential Quadratic Programming (SQP) method and Generalized Reduced Gradient (GRG) algorithm; implemented as a Fortran program, in the MatLab and LINGO softwares.

Results obtained by the three methods were similar and compared favorably with those produced by different and complex thermoeconomic methodologies. The Complex method showed a lower performance when compared with the SQP and GRG methods, which use information on the function derivatives.

A sensitivity analysis of the model parameters was carried out, and it was concluded that the fuel cost has a greater influence on the value of the objective function, when compared with the capital investment.

The non linear numerical optimization methods proved to be an effective tool to determine the optimum operating point of simple cogeneration plants. In addition, changes to the operating variables are easily implemented and, therefore, the algorithm can be adjusted to any change in the operating conditions.

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	1
1.1 Optimização de Sistemas	1
1.2 Sistemas de Cogeração	2
1.3 Optimização Termo-económica	4
1.4 Optimização Numérica	7
1.5 Objectivos do Trabalho	9
2. ANÁLISE ECONÓMICA	10
2.1 Fases de um Projecto de Investimento	10
2.2 Determinação do Investimento de Capital	13
2.2.1 Investimento em capital fixo	13
2.2.2 Investimento em capital variável	15
2.3 Cálculo do <i>CashFlow</i> do Projecto	15
2.4 Avaliação da Rendibilidade de Projectos de Investimento	17
2.5 A Análise Económica na Optimização Termo-económica	22
3. OPTIMIZAÇÃO NUMÉRICA NÃO LINEAR	24
3.1 Optimização Não Linear Sem Restrições	24
3.2 Optimização Não Linear Com Restrições	26
3.3 Métodos Directos	28
3.4 Métodos Numéricos de Optimização Aplicados	30
3.4.1 Método Complexo ou Método Box	31
3.4.2 Método de Programação Quadrática Sequencial (SQP)	32

3.4.3 Método do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG)	34
4. MODELAÇÃO DE UM SISTEMA DE COGERAÇÃO	37
4.1 Modelo Físico	38
4.2 Modelo Económico	42
4.3 Modelo de Optimização	46
5. IMPLEMENTAÇÃO DOS MÉTODOS	48
5.1 Método de Programação Quadrática Sequencial (SQP) em Ambiente MatLab	48
5.1.1 Actualização da matriz Hessiana da função Lagrangeana ..	49
5.1.2 Solução do problema de programação quadrática	50
5.1.3 Determinação da função mérito	50
5.1.4 Função “fmincon” do MatLab	51
5.2 Método do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) em ambiente LINGO	53
5.3 Método Box Implementado em Fortran	55
6. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS	57
6.1 Resultados Numéricos Obtidos	57
6.2 Solução Sem Restrições	60
6.3 Análise de Sensibilidade	61
7. CONCLUSÕES E TRABALHO FUTURO	66
7.1 Conclusões	66
7.2 Sugestões de Trabalho Futuro	67
REFERÊNCIAS	68

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Processo de elaboração de um projecto	13
Figura 3.1 – Métodos de optimização não linear sem restrições	26
Figura 3.2 – Métodos de optimização não linear com restrições	29
Figura 4.1 – Sistema de cogeração CGAM	39
Figura 5.1 – Implementação em MatLab da função objectivo	53
Figura 5.2 – Comandos para chamar a função “fmincon”	54
Figura 5.3 – Apresentação da solução da função “fmincon”	55
Figura 5.4 – Ficheiro de implementação do modelo em ambiente LINGO	56
Figura 5.5 – Ficheiro de apresentação de resultados no LINGO	57
Figura 6.1 – Variação do custo do combustível no rácio de pressão no compressor ..	64
Figura 6.2 – Variação do custo do combustível no rendimento da turbina	64
Figura 6.3 – Variação do custo do combustível na temperatura T_3	65
Figura 6.4 – Variação do custo do combustível na eficiência isentrópica do compressor	65
Figura 6.5 – Variação do custo do combustível na temperatura T_4	66
Figura 6.6 - Variação do custo do combustível na função objectivo	67

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Propriedades termodinâmicas do ar e gases de combustão	49
Tabela 6.1 – Valores óptimos das variáveis de decisão para o sistema CGAM	59
Tabela 6.2 – Comparação dos métodos em termos numéricos	60
Tabela 6.3 – Valores de temperaturas e pressões no ponto óptimo do sistema CGAM	61
Tabela 6.4 – Valores das variáveis termodinâmicas seleccionadas no ponto óptimo do sistema CGAM	61
Tabela 6.5 – Valores dos custos no ponto óptimo do sistema CGAM	62
Tabela 6.6 – Solução óptima do problema sem restrições	62

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Matriz de números aleatórios	(-)
A_A	Área de transferência de calor	(m ²)
C	Custo	(\$)
CC	Câmara de Combustão	(-)
C_h	Cashflow	(\$)
c	Custo específico	\$(/kg/s)
c_p	Calor específico	(kJ/kg K)
d	Direcção de procura	(-)
e	número de anos de vida útil	(anos)
f, F	Função objectivo; Rácio combustível/ar	(-)
FRC	Factor de recuperação de capital	(-)
\vec{g}	Funções restrição de desigualdade	(-)
G_R	Gradiente reduzido	(-)
GRG	Gradiente Reduzido Generalizado	(-)
\vec{h}	Funções restrição de igualdade	(-)
H	Matriz Hessiana	(-)
i	Taxa de juro	(%)
k	Número de pontos de complexo	(-)
l	Limite inferior das variáveis de decisão	(-)
\dot{m}	Fluxo de massa	(kg/s)
m	Número de restrições de desigualdade	(-)
M	Função mérito	(-)
m_i	Número de restrições de igualdade	(-)
n	Número de variáveis de decisão; número de anos	(-)
P	Pressão	(bar)
PCI	Poder Calorífico Inferior	(kJ/kg)
q	Função quadrática	(-)

r	Rácio de pressão	(-)
R	Constante dos gases	(kJ/kg K)
SQP	Programação Quadrática Sequencial	(-)
t	Tempo	(anos)
T	Temperatura	(K)
TIR	Taxa Interna de Rentabilidade	(%)
u	Limite superior das variáveis de decisão	(-)
VAL	Valor Actual Líquido	(-)
\dot{W}	Fluxo de energia	(kW)
x	Vector das variáveis de decisão ou variáveis independentes	(-)
y	Vector das variáveis dependentes (GRG)	(-)
z	Vector das variáveis independentes (GRG)	(-)

Letras Gregas

a	Constante do método Box	(-)
a_k	Comprimento do passo da iteração k	(-)
g	Constante química	(-)
d	Factor de relação capacidade/custo	(-)
h	Eficiência	(%)
m, l	Multiplicadores de Lagrange	(-)
j	Factor de operação e manutenção	(-)

Subscritos

a	Ar	(-)
c	Centróide	(-)
C	Compressor	(-)
ec	Economizador	(-)
ev	Evaporador	(-)
f	Combustível	(-)

g	Gases	(-)
T	Turbina	(-)

1. INTRODUÇÃO

O problema da optimização de um sistema de produção de energia, além de abordar um tema de relevância crescente, é um problema complexo, não só pelo número de variáveis envolvidas no modelo, como também pelos resultados diferentes e por vezes opostos que se obtêm quando a optimização é feita em termos termodinâmicos ou em termos económicos.

O sistema de produção de energia que irá ser analisado e optimizado neste trabalho, consiste num sistema de cogeração a gás natural, o qual produz simultaneamente energia eléctrica e térmica. Ainda neste capítulo será feita uma breve referência à cogeração em si, bem como às suas vantagens, sua utilidade e aplicabilidade no meio industrial.

O recurso a técnicas numéricas de optimização traz benefícios e pode ser feita para sistemas onde é possível equacionar o modelo matemático. Serão apresentados alguns conceitos em termos de optimização numérica e classificação dos problemas a optimizar.

Uma optimização termo-económica de sistemas de energia definirá um sistema em que certos custos excessivos em termos termodinâmicos, são justificados pela minimização de custos envolvidos.

1.1. OPTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS

Optimização é o acto de obter o melhor resultado sob determinadas circunstâncias (Rao, 1996).

Na determinação do projecto, construção e manutenção de qualquer sistema de engenharia, os engenheiros têm de tomar diversas decisões de gestão e tecnológicas nas mais diversas etapas durante a sua implementação. O grande objectivo de qualquer engenheiro ou gestor é minimizar o esforço requerido ou maximizar o benefício desejado. Desde que o esforço requerido ou o benefício pretendido seja traduzido numa equação em função de determinadas variáveis decisão, a optimização pode ser definida como um processo para encontrar as condições que determinam o máximo ou mínimo valor da função objectivo.

Um dos campos de aplicação onde a optimização é fundamental, é nos sistema de produção de energia, uma vez que esta é um importante factor produtivo e ao mesmo tempo indispensável, o que torna esta área numa das mais atractiva para aplicação de técnicas de optimização.

Quando se pensa em questões relacionadas com a energia eléctrica, por exemplo, nomeadamente a sua utilização, a forma como é produzida, e principalmente na sua necessidade para qualquer situação, surge naturalmente a preocupação em determinar qual será a melhor forma de se obter energia necessária para qualquer processo industrial, comercial ou doméstico, respeitando determinadas condições impostas nomeadamente em termos ambientais, devido aos graves problemas ecológicos e legislação existente nessa matéria, em termos de investimento e manutenção dos equipamentos, e em termos de capacidade de produção.

Os sistemas de cogeração apresentam-se como uma opção cada vez mais utilizada nos meios industriais e de grandes superfícies comerciais do nosso país, para geração de energia eléctrica e térmica, pois estes sistema caracterizam-se pela geração simultânea de energia eléctrica e de vapor, o que os torna ainda mais atractivos. Daí o interesse em tentar arranjar ferramentas de optimização que possam ser aplicadas a este tipo de problemas.

1.2. SISTEMAS DE COGERAÇÃO

Os sistemas de cogeração são uma alternativa eficiente aos sistemas tradicionais da rede eléctrica. A cogeração é uma tecnologia já introduzida e desenvolvida no sector industrial, devido às suas inquestionáveis vantagens. É um processo energético baseado em centrais térmicas que produzem vapor e electricidade, os quais são depois utilizados pelas empresas.

A primeira vantagem da utilização da cogeração é a redução de custos energéticos que o utilizador da cogeração consegue. Ela explica-se em dois conceitos:

a energia eléctrica resultante da cogeração é mais económica que a fornecida por uma companhia eléctrica, uma vez que não há perdas na rede e existe uma optimização da instalação pela venda da electricidade em períodos mortos;

a energia térmica produz-se simultaneamente com a eléctrica, com um custo muito inferior aos outros sistemas.

Outras vantagens são a possibilidade de redução da potência eléctrica contratada pela empresa, a independência e a segurança do seu abastecimento. Além disso, o seu manuseamento não requer uma maior especialização que aquela que possui o pessoal que opera as instalações tradicionais.

Os sistemas de cogeração a gás permitem produzir energia eléctrica e térmica de forma simultânea, mediante a combustão de gás natural, com uma eficiência energética maior que os sistemas convencionais. Podem classificar-se segundo o tipo de máquina que se utiliza para a produção de energia eléctrica. A saber:

- cogeração com motor alternativo a gás;
- cogeração com turbina a gás.

A diferença fundamental, à parte as características técnicas, é o modo de recuperação da energia térmica residual. Nas turbinas existe uma só fonte que fornece calor - os gases de escape; nos motores, a esta junta-se o calor fornecido pela refrigeração do motor. A escolha de um destes sistemas para uma aplicação concreta depende de quatro factores: horas de funcionamento, categoria de potência, nível térmico de calor necessário e estabilidade da relação calor/potência.

Da combustão com gás natural é possível recuperar-se água para aquecimento (a 90-95°C) e vapor. As vantagens deste sistema (com motor alternativo) são a adaptação instantânea às necessidades de produção de energia e a flexibilidade, pois permite dar uma resposta ágil à potência que o utilizador precisa. Os motores adaptam-se muito rapidamente a variações na procura, o que permite trabalhar em regime contínuo separado do abastecimento da rede eléctrica, em empresas cuja procura de potência seja variável.

Os sistemas com turbina de gás produzem energia eléctrica mediante um turbo-gerador de gás, de modo que os gases de escape (cerca de 500°C) podem ser empregues para gerar vapor ou água quente. As vantagens deste sistema resultam do facto da relação da energia térmica ser superior à que se produz em motor e do seu equipamento ser muito fiável, requerendo intervenções de manutenção pouco frequentes.

A rentabilidade dos projectos de cogeração é pois determinada pela relação entre os seguintes factores:

- a diminuição dos custos energéticos;
- as vendas de energia eléctrica à rede;
- o preço do gás natural empregue no sistema;
- a amortização do investimento.

Um dos problemas existentes na optimização de sistemas de energia é o facto de existir uma relação antagónica entre a optimização feita em termos de minimização de custos ou em termos de maximização de eficiência termodinâmica (produção de energia ou

diminuição de perdas de energia), isto é, se se pretende minimizar os custos associados à implementação de um sistema de energia, isto obriga que se façam determinados sacrifícios em relação à produção de energia ou eficiência do sistema.

Para resolver este problema surge então, como alternativa, a realização da optimização termo-económica do sistema.

1.3. OPTIMIZAÇÃO TERMO-ECONÓMICA

Termo-economia é o ramo da engenharia que combina a análise exergética com os princípios económicos, fornecendo ao projectista ou operador do sistema, informação não disponível através da análise de energia e da análise económica convencionais, mas crucial para o custo efectivo do projecto e operação de um sistema (Bejan *et al*, 1996).

A análise termo-económica combina a primeira com a segunda lei da termodinâmica e com o balanço de custos conduzidos ao nível dos componentes do sistema. Esta técnica ajuda a compreender o processo de formação dos custos, minimiza o custo global dos produtos e distingue o custo dos vários produtos do processo.

O objectivo da optimização termo-económica é encontrar os valores das variáveis do sistema térmico (temperatura, pressão, composição química do caudal, dimensão dos equipamentos, eficiência dos equipamentos, etc.) que minimizam os custos de instalação do sistema. Normalmente, consideram-se os custos de capital e os custos de operação e manutenção (incluindo o combustível) do sistema como um todo.

Os problemas típicos de projecto e operação de sistemas de energia têm, por vezes, uma infinidade de soluções. A selecção da melhor solução é um processo que requer conhecimentos de engenharia, intuição e análise crítica.

A optimização termo-económica não é uma área muito recente, tendo início ainda na década de 50, generalizando-se mais tarde em 1970 e 1980, sendo as décadas de 80 e 90 consideradas como período de florescimento desta área, com o desenvolvimento e a aplicação de metodologias termo-económicas à análise, projecto e optimização de sistemas térmicos (Cerqueira, 1999). Nesta fase, destacam-se os trabalhos de Valero e Lozano, Tsatsaronis, Frangopoulos e Von Spakovsky. Estes investigadores foram autores dos trabalhos publicados num número especial da revista “Energy”, totalmente dedicado à Termo-economia. Neste número, foi ainda apresentado um sistema de cogeração com uma turbina a gás regenerativa com caldeira de recuperação (Valero *et al*, 1994-a). A esse

sistema foi dado o nome de CGAM, correspondente às iniciais dos principais autores (Christos Frangopoulos, George Tsatsaronis, Antonio Valero e Michael Spakovsky) e foi definido com o objectivo de servir de comparação às várias metodologias termo-económicas desenvolvidas por cada um dos autores, metodologias essas que mostraram ser eficientes na optimização de sistemas de energia mais complexos.

As metodologias termo-económicas referidas anteriormente são as seguintes: “Análise Funcional Termo-económica” (Frangopoulos, 1994), “Análise Funcional de Engenharia” (Spakovsky, 1994), “Teoria do Custo Exergético” (Valero *et al*, 1994-b) e “Exergoeconomia” (Tsatsaronis e Pisa, 1994).

A teoria desenvolvida por Frangopoulos (1994) utiliza a análise funcional ao definir um sistema como um conjunto de unidades interrelacionadas, em que cada unidade tem uma única função (ou produto) que determina a sua relação com as demais unidades e com o ambiente. As unidades podem representar equipamentos, conjuntos de equipamentos ou ainda ser virtuais. Estas últimas são utilizadas quando diferentes unidades fornecem ou consomem o mesmo recurso. A tradução matemática do funcionamento do sistema térmico (relações entre os componentes do sistema) traduz-se num problema de optimização não linear em que a função objectivo consiste na minimização dos custos totais de aquisição e manutenção do sistema, sujeita as restrições de ordem técnica e de ordem física. O problema de optimização não linear resultante é resolvido através do método dos Multiplicadores de Lagrange.

Na teoria denominada por Análise Funcional de Engenharia, Spakovsky (1994) considera o estudo das condições de isolamento termo-económico, nas quais a optimização em separado das unidades que constituem o sistema conduz à sua optimização global. Na determinação da estrutura funcional, dos custos marginais e médios dos produtos, assemelha-se bastante à Análise Funcional Termo-económica.

A Teoria do Custo Exergético, proposta por Valero *et al* (1994-b) baseia-se num conjunto de regras para construir o sistema de equações utilizado na determinação dos custos dos fluxos do sistema. Faz uso extensivo de ferramentas de análise de sistemas, em especial a representação matricial. Para aplicação desta técnica é necessária uma definição prévia da estrutura física e da estrutura produtiva do sistema. A estrutura física é definida através da identificação das suas unidades e da relação dos fluxos materiais e/ou energéticos entre as unidades e entre as unidades e o ambiente. A estrutura produtiva define-se através da função termodinâmica de cada unidade do sistema em consonância com as suas definições de eficiência exergética. A determinação dos custos é feita seguindo determinadas proposições que utilizam definições prévias das estruturas física e produtiva.

A metodologia denominada Exergoeconomia inicia-se pela análise termodinâmica e económica do sistema, tal como todas as outras. Destas análises resultam a identificação e a determinação dos fluxos de exergia, de energia e de materiais e a identificação dos custos associados à aquisição e manutenção dos equipamentos. O segundo passo consiste em definir se serão utilizados fluxos de exergia totais ou parciais (exergia térmica, mecânica e/ou química), o que depende basicamente do estudo em questão. O terceiro passo consiste em estabelecer as equações auxiliares. Existem duas vertentes da metodologia: método do custo médio e método do custo específico, descritas em pormenor por Tsatsaronis e Pisa (1994).

Cerqueira e Nebra (1999) aplicaram as diferentes metodologias a um sistema de energia semelhante ao CGAM, realizando um estudo comparativo das mesmas. Concluíram que as referidas metodologias diferem significativamente em alguns aspectos importantes.

A Análise Funcional Termo-económica surge da aplicação de uma técnica de optimização, em que a determinação dos custos dos produtos não é o principal objectivo da metodologia. A Exergoeconomia e a Teoria dos Custos Exergético são metodologias baseadas em regras claras definidas pelos autores para determinação dos custos dos produtos.

A representação do sistema e a definição dos subsistemas é outro ponto de divergência das metodologias. As duas primeiras definem a estrutura produtiva em que um elemento ou um fluxo não tem necessariamente que corresponder a um elemento físico do sistema. As outras duas metodologias funcionam com uma estrutura física, imputando os custos aos fluxos reais do sistema.

Contudo existem aspectos que são comuns a todas estas metodologias de análise termo-económica, nomeadamente a divisão do sistema em sub-sistemas (ou unidades) e talvez o mais importante, a necessidade de definir um único produto para cada um destes sub-sistemas.

Existem na literatura diversos trabalhos de aplicação de metodologias termo-económicas a sistemas de energia, nomeadamente Attala *et al* (2001), Kodal *et al* (2000), Uche *et al* (2000), Accadia e Rossi (1998), Frangopoulos (1991), entre outros. Mais recentemente na 15ª Conferência Internacional em “Efficiency, Costs, Optimization, Simulation and Environmental Impact of Energy Systems”, ECOS2002, realizada em Berlim, foram apresentados vários trabalhos referentes à aplicação das metodologias de análise termo-económica de sistemas térmicos, por exemplo Sánchez e Nebra (2002).

Todas estas metodologias são baseadas na optimização do sistema de energia pela optimização das partes, ou seja, os diversos componentes dos sistemas térmicos complexos, operam de forma acoplada, onde uma variação nas condições operacionais de

um componente influenciam os demais. A definição de um sistema óptimo só é possível otimizando matematicamente um modelo que represente todo o sistema, que será tanto mais complexo, quanto maior for a precisão desejada na otimização.

A otimização matemática de sistema de energia inclui dois passos muito importantes: traduzir o problema em equações matemáticas e definir a estratégia de resolução e otimização do mesmo. Normalmente um sistema de energia é traduzido por uma função objectivo sujeita a restrições de igualdade (equações de estado) e restrições de desigualdade que representam limitações físicas e técnicas impostas pelo sistema.

Se a complexidade do sistema permitir escrever as equações matemáticas que o descrevem, então é possível a utilização de métodos numéricos de otimização (Frangopoulos, 1994).

1.4. OPTIMIZAÇÃO NUMÉRICA

A aplicação de métodos numéricos na resolução de problemas físicos de grande dimensão torna mais fácil e rápida a obtenção da solução, considerando à partida, que a solução não é exacta mas aproximada com um determinado erro máximo conhecido. Existem diversas técnicas de otimização que podem ser aplicadas na resolução destes problemas, dependendo do tipo de problema a resolver.

Otimização implica encontrar a melhor solução para um determinado problema. Matematicamente, significa encontrar o mínimo ou o máximo de uma função de 1 ou n variáveis. Esta função pode ainda ter ou não restrições.

A formulação matemática de um problema de optimização, na sua forma mais geral, é:

$$\text{Min ou Max } f(\vec{x}) \quad (1.1)$$

Sujeita a :

$$\vec{h}(\vec{x}) = \vec{0} \quad (1.2)$$

$$\vec{g}(\vec{x}) \leq \vec{0} \quad (1.3)$$

$$\vec{l}(\vec{x}) \leq \vec{x} \leq \vec{u}(\vec{x}) \quad (1.4)$$

sendo, f a função objectivo, em que \vec{x} é o vector das variáveis de decisão, \vec{h} e \vec{g} são funções das variáveis de decisão, que descrevem as restrições de igualdade e de desigualdade, respectivamente, \vec{l} e \vec{u} correspondem aos limites inferiores e superiores

das variáveis de decisão, que limitam o espaço de soluções válidas do problema. As restrições do problema de optimização podem ser expressas por funções lineares e não lineares.

Os algoritmos ou técnicas de optimização utilizadas na resolução de problemas dependem do tipo de problema em questão. Existem várias formas de classificação de problemas de optimização, a que se apresenta de seguida é baseada na classificação utilizada por Rao (1996):

- **Classificação baseada na existência de restrições:** qualquer problema de optimização deve ser classificado de “com restrições” ou “sem restrições”, dependendo da existência ou não de restrições no problema;
- **Classificação baseada na natureza das variáveis de decisão (independentes):** se as variáveis de decisão podem ser tratadas como parâmetros, o problema é classificado como estático ou paramétrico. Se, por outro lado, as variáveis de decisão são representadas por funções, o problema classifica-se como um problema de optimização de trajectória;
- **Classificação baseada na natureza das equações envolvidas:** de acordo com esta classificação, o problema de optimização pode ser classificado como linear, não linear, geométrico ou quadrático. Um problema diz-se geométrico se a função objectivo pode ser expressa como uma função polinomial. Um problema quadrático é um problema de programação não linear com uma função objectivo quadrática e restrições lineares;
- **Classificação baseada nos valores permitidos para as variáveis independentes:** dependendo dos valores permitidos para as variáveis de decisão, o problema de optimização pode ser classificado como inteiro, real ou problema “mixed integer” ;
- **Classificação baseada na natureza determinística das variáveis independentes:** os problemas podem ser classificados como estocásticos ou determinísticos;
- **Classificação baseada na separabilidade das funções:** o problema pode ser classificado como separável ou não separável dependendo se a função objectivo ou as funções das restrições podem ser descritas como somatório de n funções;
- **Classificação baseada no número de funções objectivo:** o problema pode ser classificado como simples ou multi-objectivo.

O problema de optimização em estudo consiste no modelo de um sistema de produção de energia, em estado estacionário, traduzido num problema não linear com restrições, com apenas um único objectivo e determinístico.

1.5. OBJECTIVOS DO TRABALHO

O objectivo genérico deste trabalho consiste no uso de técnicas numéricas de optimização não linear numa análise termo-económica de um sistema de cogeração. Os objectivos específicos a considerar serão o estudo de um modelo hidro e termodinâmico que descreve o comportamento físico de um sistema térmico de cogeração, a análise detalhada de todos os custos envolvidos no processo, recorrendo a métodos de análise económica apropriados e a implementação de algoritmos numéricos de optimização não linear com restrições, avaliando o método mais adequado.

A análise económica de projectos é apresentada no capítulo 2 deste relatório, onde são discutidos os principais aspectos a ter em conta na implementação de um projecto de investimento. No caso de existirem alternativas ao investimento, são referidas técnicas de avaliação de rentabilidade que permitem fazer uma opção do projecto mais vantajoso de forma mais segura.

No capítulo seguinte é apresentado um estudo detalhado dos vários métodos numéricos de optimização não linear com restrições, nomeadamente os métodos directos, que são usados neste estudo.

No capítulo 4, é descrito o modelo do sistema de cogeração retirado da literatura (CGAM), onde se apresentam o modelo económico e termodinâmico, permitindo que o problema seja optimizado com o objectivo de minimizar o custo total de aquisição dos equipamentos, de operação e manutenção do sistema e consumo do combustível, numa base de laboração anual.

No capítulo 5, a implementação dos métodos numéricos seleccionados no presente trabalho é discutida, bem como os algoritmos e a estrutura dos programas.

Os resultados são apresentados e analisados no capítulo 6. Estuda-se a influência do custo do combustível utilizado e da variação nos custos de aquisição dos componentes do sistema, na solução óptima das variáveis de decisão, através duma análise de sensibilidade.

São, por fim, sumarizadas as principais conclusões e dão-se sugestões para trabalho futuro.

2. ANÁLISE ECONÓMICA

A avaliação económica de um projecto consiste em ponderar todos os factores que envolvem a tomada de decisão, com maior probabilidade de sucesso no desenvolvimento de um projecto de investimento.

Após a decisão de execução de um projecto, de estarem definidas exactamente as suas características, o local onde irá ser implementado, o equipamento, mão-de-obra e materiais necessários, é preciso calcular todos os custos envolvidos e qual será o investimento necessário.

O sucesso de qualquer projecto passa por uma análise o mais exacta possível de todo o investimento necessário à sua implementação, desde investimentos em terrenos, edifícios, equipamento, gastos com pessoal afecto à produção e manutenção, à gestão do projecto, etc., bem como a determinação da sua rendibilidade ou o seu “lucro”. Após estes cálculos, será necessário verificar se existem alternativas de investimento que se tornem mais vantajosas em termos de investimento e de retorno, por isso é necessário fazer a comparação de alternativas.

Neste capítulo são descritas as fases essenciais para a realização de qualquer projecto de investimento e são apresentados alguns conceitos de engenharia económica tais como a determinação do investimento de capital, o cálculo dos fluxos monetários (*cashflow*) de projecto e a análise dos índices de avaliação da rendibilidade de projectos de investimento.

Finalmente, faz-se uma breve referência à forma como é utilizada a análise económica na optimização termo-económica de sistemas de energia, bem como a sua importância na análise económica de projectos de investimento.

2.1. FASES DE UM PROJECTO DE INVESTIMENTO

Um investimento em equipamentos produtivos, por exemplo, pressupõe a inserção no processo produtivo da empresa, de novas tecnologias, que permitam a obtenção de uma melhor “performance” tanto dos produtos como do processo de fabricação. Para tal exige

que se façam estudos rigorosos no sentido de otimizar o esforço de investimento, por fases, de modo a permitirem tomadas de decisão acertadas para o futuro da empresa (Bom et al, 1992).

O ciclo de desenvolvimento de um projecto de investimento é composto por três grandes fases: fase de pré-investimento, fase de investimento e a fase de exploração.

Cada uma destas três fases principais podem subdividir-se em várias etapas, algumas delas constituindo importantes actividades empresariais.

1ª Fase – Pré -Investimento

- Identificação e selecção de ideias ou esquemas com interesse – estudos de oportunidade;
- Preparação do anteprojecto com estudos de mercado, estudos técnicos e uma primeira aproximação dos custos de funcionamento e investimento, e acima de tudo realização de estudo do contexto aos níveis jurídico, económico, financeiro, político e humano – estudos de pré-viabilidade;
- Formulação do projecto para decisão final com avaliações económica, financeira e análise de risco. Deve ainda nesta fase constituir-se variantes alternativas para o projecto, preparando-se um relatório bem fundamentado para a tomada de decisão- estudos de viabilidade;
- Avaliação e decisão de investir.

2ª Fase – Investimento

- Preparação do projecto para execução, com estudos de engenharia, consulta de fornecedores, formação profissional, aquisição dos equipamentos e elaboração do plano de realização do projecto - execução física do projecto;
- Fase de arranque do projecto.

3ª Fase – Implementação / exploração

- Fase de controlo de implementação do projecto;
- Fase de pleno funcionamento.

Convém salientar que são desenvolvidas diversas actividades em paralelo no decorrer de cada uma das fases.

A partir do momento em que as etapas iniciais de estudo de pré-investimento tenham fornecido indicações suficientemente seguras quanto à viabilidade do projecto, passar-se-á à promoção do investimento e planificação da execução, embora o esforço dos promotores se reserve para a etapa de avaliação final e para a fase de investimento. Na Figura 2.1 estão representadas as fases referidas.

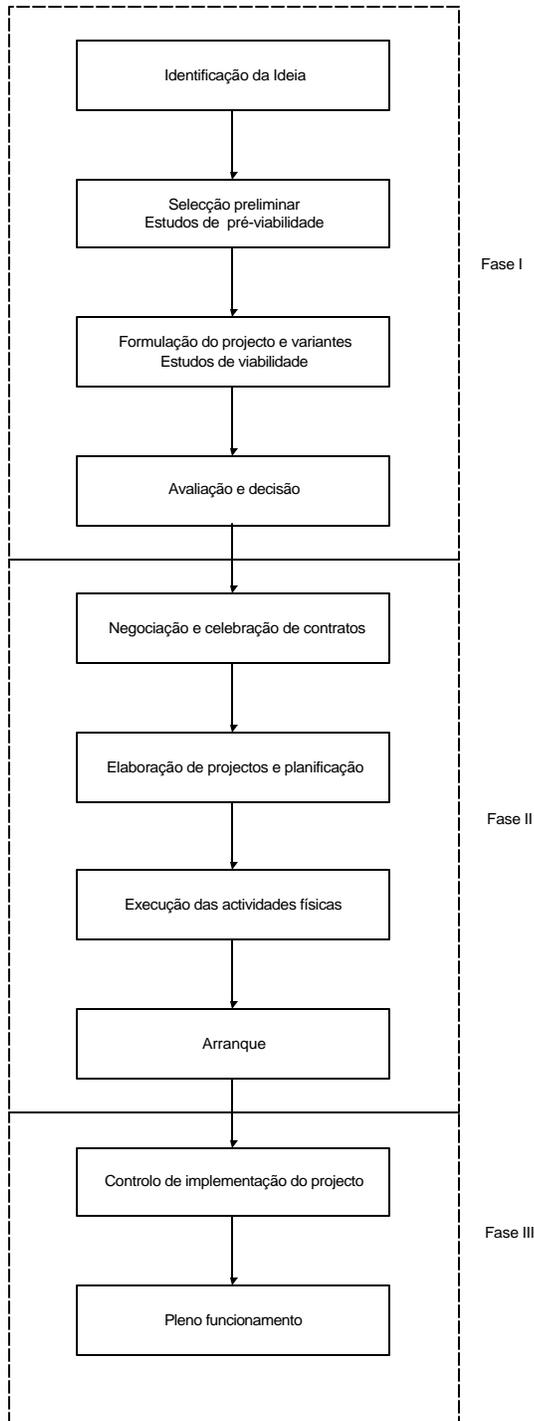


Figura 2.1- Processo de elaboração de um projecto

Desde a criação da ideia ao momento de arranque de um projecto de investimento, decorre um período de tempo, normalmente longo, que é preciso gerir de uma forma

racional de modo a não haver desperdício de tempo e dinheiro. Para isso, definem-se um conjunto de actividades que se ordenam por precedência e por tempo de duração de cada uma delas de modo a minimizar as perdas de tempo (folgas).

2.2. DETERMINAÇÃO DO INVESTIMENTO DE CAPITAL

O investimento de capital pode dividir-se em dois grandes grupos, o investimento em capital fixo, que engloba aquisição de terrenos, edifícios, equipamento produtivo, mão-de-obra, investigação e desenvolvimento, etc., e o investimento em capital variável, que engloba todos os custos directamente relacionados com a produção, nomeadamente, electricidade, materiais, matérias-primas, manutenção do equipamento, combustíveis utilizados, etc. O investimento total é o somatório dos custos fixos com os custos variáveis.

2.2.1. INVESTIMENTO EM CAPITAL FIXO

Do total do investimento em capital fixo, estimar o custo de aquisição dos equipamentos é talvez o mais difícil, quando se pretende compreender o seu relacionamento com as características técnicas dos mesmos, sendo um dos primeiros passos a realizar em qualquer estudo detalhado dos custos do projecto.

O tipo de equipamento e a sua capacidade e dimensão, o material de construção, etc., devem ser determinados durante o desenvolvimento do projecto. É lógico que a validade dos valores dos custos dos equipamentos a estimar, depende directamente da quantidade e da qualidade de informação disponível, do seu custo e do tempo disponível para a realização do tratamento da informação e cálculo dos custos dos equipamentos.

A melhor forma de se saber o custo de aquisição dos equipamentos, é dirigir-se aos vendedores e obter os valores de venda destes, o que por vezes não é muito fácil de conseguir e além de que não estão directamente relacionados com as propriedades técnicas dos equipamentos (eficiência, consumos, etc.).

Uma segunda hipótese de fonte de informação para estimar os custos dos equipamentos, é obter informação relativamente aos seus valores no passado, ou cálculo

através de bases de dados de custos existentes em algumas companhias ou departamentos de engenharia.

Existem ainda alguns *softwares* comerciais que ajudam na estimação dos custos, embora a qualidade dos custos obtidos desta forma não é superior em relação aos valores obtidos através dos vários gráficos de estimação de custos.

Relativamente a alguns equipamentos técnicos existem na literatura (Humphreys e Wellman, 1996; Heinze, 1996; Jelen e Black, 1983) métodos para determinação do custo que relacionam directamente o custo dos equipamentos com propriedades destes, nomeadamente os gráficos de estimação de custos.

Gráficos de estimação de custos

Quando os vendedores não são acessíveis, ou o custo ou tempo requerido para preparar a estimação dos custos é muito curto, o preço de aquisição dos vários equipamentos pode ser obtido através da literatura, onde são normalmente apresentados em forma de gráficos.

Estes gráficos foram obtidos através da correlação de uma grande quantidade de dados relativos ao custo e design.

Num gráfico de estimação típico, quando todos os dados dos custos são conhecidos, são colocados num gráfico logarítmico, custo vs dimensão do equipamento, a correlação dos dados resulta numa linha recta (numa determinada capacidade). O declive dessa recta, δ , representa o parâmetro importante na estimação dos custos, demonstrada na seguinte equação:

$$C_Y = C_W * \left(\frac{X_Y}{X_W} \right)^\delta \quad (2.1)$$

Esta equação calcula o custo de aquisição de um equipamento (C_Y) com uma determinada capacidade ou dimensão (X_Y) em função do custos de aquisição do mesmo equipamento (C_W) com capacidade diferente (X_W).

Para equipamentos de processos térmicos, o expoente δ é normalmente inferior à unidade, expressando o facto de que a percentagem que aumenta ou diminui no custos do equipamento é menor que a percentagem que aumenta ou diminui na capacidade ou dimensão do equipamento. Na falta de informação sobre o factor δ , um expoente de 0,6 pode ser considerado. Esta aproximação é conhecida como a regra de “six-tenths”.

Todos os dados utilizados numa análise económica devem ser referentes ao mesmo ano de referência: o ano usado como base para o cálculo dos custos.

Para dados de custos baseados em tempo diferente, é utilizado um índice de custo apropriado.

$$\text{Custo no ano de referência} = \text{custo original} * \left(\frac{\text{índice custo ano referência}}{\text{índice custo ano do custo original}} \right) \quad (2.2)$$

O índice de custo é um indicador da inflação usado para corrigir o custo do equipamento, material, mão-de-obra, etc.

O índice de custo, quando aplicado a um equipamento isolado, deve ser usado com precaução ao considerar um intervalo superior a 10 anos. Também não deve ser aplicado quando os preços dos equipamentos são fortemente influenciados pela evolução tecnológica, ou pela competição com outros produtos.

2.2.2. INVESTIMENTO EM CAPITAL VARIÁVEL

Os custos variáveis de operação dependem directamente da produção, isto é, da média anual do factor de capacidade do sistema, a qual determina o equivalente à média do número de horas de operação do sistema por ano no limite de capacidade.

Os custos de combustível e os custos de operação variáveis, podem facilmente ser determinados através do fluxo de produção. Quando é conhecido o fluxo de material em cada etapa do sistema ou a sua utilidade, poder-se-á simplesmente multiplicar esse fluxo pelo custo por unidade e pela média anual do tempo total de operação.

2.3. CÁLCULO DO CASHFLOW DO PROJECTO

Os objectivos de um projecto só serão alcançados quando e se o projecto gerar fluxos monetários positivos, que lhe permita pagar-se a si mesmo e deixar, no mínimo, uma remuneração aos investidores, equivalente a uma aplicação alternativa no mercado de capitais ou outro.

Quando o objectivo do estudo económico for o cálculo dos custos dos produtos finais ou a comparação de projectos, torna-se fundamental na decisão entre duas ou mais opções o cálculo dos fluxos monetários destes, normalmente referido como cashflow.

Entre muitos modelos, irá ser apresentado aquele que melhor explica a conjugação entre os diferentes fluxos económicos que contribuem para a formação do ‘*cashflow* do projecto’ que vai ser objecto de actualização.

Modelo a preços constantes (não se considera a inflação):

Recebimentos

1. Vendas
2. Crédito concedido
3. Valor residual das existências
4. Valor residual do imobilizado

Pagamentos

1. Investimento em capital fixo
2. Custos variáveis
3. Custos fixos
4. Imposto sobre o rendimento
5. Investimento em fundo de maneoio
6. Crédito obtido

O *cashflow* de um determinado projecto é equivalente ao “lucro” do projecto e representa:

$$\text{Cashflow} = \text{Recebimentos} - \text{Pagamentos} \quad (2.3)$$

Como foi referido anteriormente, após o cálculo do *cashflow* do projecto, este valor terá de ser actualizado a uma taxa de rentabilidade. É lógico que um euro hoje vale mais do que um euro amanhã, já que, o euro hoje pode ser investido de modo a começar imediatamente a gerar lucros.

$$\text{Valor Actual} = Ch_{t_1} * \left(\frac{1}{1+i} \right) \quad (2.4)$$

em que Ch_{t_1} é o rendimento esperado para o período de tempo 1 e i é a taxa de rentabilidade em cada período. A taxa de rentabilidade é o custo de oportunidade do capital a que se renuncia por investir no projecto em vez de o fazer em actividades sem risco e de rentabilidade igual, por exemplo, depósito bancário.

No caso de existirem *cashflows* estimados para vários períodos:

$$\text{Valor Actual} = \sum \left(\frac{Ch_t}{(1+i_t)^t} \right) \quad (2.5)$$

2.4. AVALIAÇÃO DA RENDIBILIDADE DE PROJECTOS DE INVESTIMENTO

Na posse de toda a informação necessária relativa ao projecto, convém analisar as hipóteses mais atractivas que possam surgir para a sua concretização e tomar uma decisão de investimento ou não.

Todos os problemas de tomada de decisão são estabelecidos em termos relativos, isto é, num contexto de alternativas ou variantes. Por isso deve-se nesta altura medir a rendibilidade do projecto em questão e verificar se existem ou não alternativas melhores.

A rendibilidade de um projecto mede-se através de critérios de avaliação, critérios esses que indicam a rendibilidade dos projectos de investimento e servem de suporte à tomada de decisão de implementar ou não um determinado projecto.

Existem dois procedimentos alternativos para a tomada de decisão no contexto de avaliação de projectos: em termos de *cashflows* absolutos e em termos de *cashflows* relativos.

Quando a tomada de decisão se define como implementar ou não um determinado projecto, compara-se o *cashflow* do projecto com um *cashflow* nulo, onde o *cashflow* do projecto é considerado em termos absolutos.

Quando se pretende determinar qual de dois projectos de investimentos alternativos se deve implementar, comparam-se os *cashflows* dos dois projectos determinado-se o *cashflow* absoluto actualizado de cada um deles, à mesma taxa de actualização. Em alternativa, pode-se também determinar os *cashflows* relativos, isto é, o *cashflow* da diferença entre os projectos.

Quando o *cashflow* é positivo, o *cashflow* absoluto do primeiro projecto é superior ao do segundo, pelo que, através dos dois procedimentos vai obter-se o mesmo resultado.

Existem dois tipos de critérios de avaliação: os contabilísticos, baseados nos resultados do exercício, e os critérios de avaliação baseados no *cashflow*.

Tendo em consideração que o resultado líquido é um mau indicador de rendibilidade de um projecto de investimento, o primeiro tipo de critérios são inadequados enquanto medidas de avaliação de projectos de investimentos, podendo contudo ser utilizados na comparação destes (Barros,1999).

Estes critérios são facilmente adaptáveis de forma a transformarem-se num critério assente no *cashflow*, desde que tenham em consideração o valor temporal do dinheiro.

Os critérios de avaliação baseados no *cashflow* são os critérios por excelência da avaliação da rentabilidade dos projectos de investimento.

Existem vários critérios alternativos, a saber:

- Período de recuperação de capital (Payback Period);
- Valor actual líquido (VAL);
- Taxa interna de rentabilidade (TIR);
- Rácio benefício - custo e índice de rentabilidade;
- Critério da anuidade.

Período de Recuperação de Capital (Payback Period)

O período de recuperação é um critério de avaliação que atende apenas ao período de tempo que o projecto leva a recuperar o capital investido. Qualquer projecto de investimento possui de início um período de despesas (em investimento) a que se segue um período de receitas líquidas (líquidas dos custos de exercício). As receitas recuperam o capital investido. Ao período de tempo necessário para as receitas recuperarem a despesa em investimento dá-se o nome de período de recuperação de capital. O período de recuperação pode ser considerado com ou sem o *cashflow* actualizado.

Como se pode verificar, este é um critério muito simples, adequado à avaliação de projectos em contexto de risco, ou com ciclo de vida curto. Não é adequado à avaliação de projectos de longa duração.

Para que um projecto seja aceitável, o período de recuperação deve ser inferior a um período máximo fixado pelo investidor. A fixação deste período máximo admissível é subjectiva não existindo regras que o permitam justificar.

Um projecto de investimento é tanto mais interessante quanto menor for o período de recuperação.

Inquéritos realizados, mostram que este é o critério mais utilizado nos EUA. Na Europa, a sua utilização é menos generalizada devido ao facto do Estado, no mercado de investimento, socializar o risco de investimento, restringindo administrativamente os critérios a aplicar (Barros,1999).

Valor Actual Líquido (VAL)

O critério do valor actual líquido é o critério de avaliação favorecido por quase todos os manuais de avaliação financeira de projectos, principalmente por ser o critério mais consistente no contexto da selecção de projectos mutuamente exclusivos.

O critério do VAL define-se por:

$$VAL = \sum_{t=0}^e \frac{Cashflow \text{ líquido}}{(1+i)^t} \quad (2.6)$$

em que i é a taxa de juro e t corresponde ao tempo sendo e o número de anos de vida do projecto. O VAL actualiza a série anual de *cashflows* do projecto a uma determinada taxa de actualização escolhida previamente.

A expressão do VAL conduz a uma das três seguintes situações:

VAL > 0 - O projecto tem interesse, pois proporciona a integral recuperação dos capitais a investir, a cobertura do risco associado ao projecto e ainda a criação de excedentes monetários.

VAL = 0 - O projecto continua a ter interesse, tal como na situação anterior, embora nesta situação, aconselha-se a realizar uma nova análise do nível da taxa de actualização, sobretudo o prémio de risco, por um erro de apenas 1% pode originar graves consequências futuras.

VAL < 0 - O projecto de investimento não tem interesse, porque não remunera os capitais a investir, pelo que deve decidir-se neste momento a não continuação do estudo.

O critério do VAL é um critério que atende ao valor do dinheiro no tempo, valorizando os *cashflows* actuais mais do que os *cashflows* futuros, e admite como hipótese implícita que os *cashflows* gerados pelo projecto são reinvestidos à taxa de actualização do projecto.

Este critério, embora seja favorecido por todos os manuais de avaliação de projectos, pela sua coerência, simplicidade de cálculo e consistência no contexto da selecção de projectos, possui alguns inconvenientes, tais como a sensibilidade face à taxa de actualização, e o facto de não ter em consideração a solvabilidade do projecto - o critério aceita um projecto com *cashflows* negativos ao longo da sua vida, desde que no último ano o *cashflow* gerado origine um VAL positivo, e um projecto nestas condições tende a ter problemas de tesouraria.

Os critérios de decisão são estabelecidos em termos relativos, o VAL é um critério cujo termo de referência é o VAL ser nulo; trata-se de um termo de referência incómodo. Aceita-se o projecto com VAL positivo, sendo o projecto tanto mais interessante quanto mais elevado for o seu valor.

A Taxa Interna de Rendibilidade (TIR)

A taxa interna de rendibilidade (TIR) é a taxa de actualização do projecto que dá o VAL nulo. Define-se portanto por:

$$\sum_{t=0}^e \frac{\text{Cashflow líquido}}{(1+i)^t} = 0 \quad (2.7)$$

com $i = TIR$. A TIR iguala o *cashflow* de exploração ao *cashflow* de investimento, anulando o VAL.

O critério de decisão inerente à TIR consiste na implementação do projecto sempre que a esta seja superior à taxa de juro de referência.

A TIR enquanto critério de decisão exige sempre uma taxa de juro de referência, sendo a rendibilidade do projecto medida quer pela diferença (TIR – taxa de referência) quer pela taxa média:

$$\frac{TIR - \text{taxa de referência}}{\text{taxa de referência}} \quad (2.8)$$

A taxa de referência é, em geral, o custo de oportunidade do capital investido, isto é, o rendimento perdido na alternativa mais rentável ao investimento aplicado no projecto. As taxas de juro dos títulos de tesouro e as taxas de juro de operações passivas são em geral as taxas de referência utilizadas, por constituírem taxas de juro sem risco existentes na economia, podendo os capitais serem investidos a essa taxa e constituindo por isso uma taxa de referência natural.

Existem duas interpretações alternativas para a TIR, sendo neste caso a segunda a que mais adequadamente a caracteriza. Na primeira interpretação, a TIR é considerada a taxa de rendibilidade que remunera o capital que se mantém investido, e que simultaneamente permite reembolsá-lo. O capital libertado não auferirá juros. Na segunda interpretação, a TIR é considerada a taxa de rendibilidade do capital inicialmente investido durante o período de vida do projecto, desde que se admita que o capital recuperado é reinvestido à mesma taxa.

Este critério, tal como o VAL atende ao valor do dinheiro no tempo, valorizando os *cashflows* actuais mais do que os *cashflows* futuros; trata-se de um critério muito popularizado pelos técnicos de avaliação de projectos, gozando de elevada aceitação, contudo este critério não é adequado à selecção de projectos de investimento, a não ser quando é determinado a partir do *cashflow* relativo.

Para um projecto ser aceite com o critério da TIR é necessário que esta seja superior à taxa de rendibilidade mínima exigida pelo investidor. A taxa mínima é a taxa de referência ou taxa de rejeição. Um projecto é tanto mais interessante quanto mais elevada for a TIR.

O Rácio Benefício/Custo e o Índice de Rendibilidade

O critério de avaliação rácio benefício / custo relaciona as receitas do projecto com as despesas em termos de rácio. Existem duas variantes alternativas deste critério:

- **Rácio benefício/custo em termos brutos** – relaciona o valor actual dos benefícios brutos com o valor actual dos custos de exploração e de investimento. Esta alternativa é pouco utilizada pelo facto de no orçamento de capital não se obter directamente quer o numerador, quer o denominador do rácio, havendo necessidade de se manipular os dados por forma a agregá-los adequadamente para a elaboração do rácio;
- **Rácio benefício/custo em termos líquidos ou índice de rendibilidade** – relaciona o *cashflow* de exploração com o *cashflow* do investimento. Um projecto de investimento é tanto mais interessante quanto maior for o índice de rendibilidade.

Este rácio, sendo um critério de avaliação que utiliza a noção de *cashflow*, é semelhante aos rácios contabilísticos que caracterizam a rendibilidade do projecto com base no lucro.

O Critério da Anuidade

O critério da anuidade é uma variante do VAL que consiste na transformação do *cashflow* de investimento, do *cashflow* de exploração e do valor residual, em anuidades constantes. Comparando a anuidade do capital com a anuidade do *cashflow* e do valor residual, obtém-se por diferença a anuidade do rendimento do projecto.

Na classificação de projectos de investimento com base no critério da anuidade opta-se pelo projecto que apresentar maior valor. Este é também um critério muito interessante na selecção de projectos de investimento.

Pode-se assim concluir que dos métodos considerados, o VAL e a TIR são sem dúvida os melhores. O VAL tem a vantagem de medir um projecto em termos de dinheiro e goza da propriedade aditiva, o que já não acontece com a TIR. Esta por sua vez mede o interesse sobre os investimentos necessários e é útil na comparação diferencial de alternativas que envolvam níveis de investimento substancialmente diferentes.

Qualquer método ou índice de avaliação de projectos deve ser usado com prudência, não devendo o analista basear decisões importantes de investimento numa única avaliação, mas sim comparar sempre os resultados obtidos por diferentes métodos. Contudo a obtenção de resultados diferentes numa particular análise constitui uma indicação clara de que um estudo mais minucioso se torna necessário para tomar uma decisão correcta.

Não se deve esquecer que existem factores não quantificáveis, mas igualmente importantes e relevantes, que têm de ser considerados juntamente com a avaliação económica na decisão final.

Em suma, os diferentes critérios avaliam diferentes aspectos complementares da rentabilidade, considerando os critérios mais importantes, tem-se que devido à complementaridade de análise é corrente utilizar-se mais do que um critério na avaliação da rentabilidade do projecto.

2.5. A ANÁLISE ECONÓMICA NA OPTIMIZAÇÃO TERMO-ECONÓMICA

A análise económica efectuada em optimização termo-económica, baseia-se numa análise económica convencional do sistema de energia como um todo. Os inputs para esta análise incluem o investimento inicial despendido (plano de facilidades de investimento, custo do terreno, organização, despesas de arranque, mão-de-obra, etc.), a despesa anual (seguros, impostos, custos fixos e variáveis de operação e manutenção, etc.), o custo do combustível (é analisado em separado) e o agravamento das taxas variáveis anuais (inflação, variação no custo do combustível, mão-de-obra, etc.).

O resultado desta análise económica será o custo final do(s) produto(s) do sistema de energia. Para ser considerada a variação nas várias taxas anuais, é realizada uma análise do período de vida útil prevista para os equipamentos e feita a actualização dos valores dos diversos custos, utilizando os conceitos económicos conhecidos e já tabelados em função da taxa de juro e dos anos de vida prevista (factores de actualização de capital).

Para ser utilizado com a análise termo-económica de um sistema de energia, o estudo económico deve fornecer o custo do capital (investimento realizado na compra dos equipamentos do sistema), o custo de operação e manutenção associado a cada componente do sistema (compressor, turbina, caldeira, etc.), separadamente, e o custo do combustível (Tsatsaronis, 1993).

No processo de optimização termo-económica de um projecto apenas se considera a parte dos custos que dependem da eficiência e capacidade dos equipamentos (componentes do sistema). Este processo enquadra-se na primeira fase de elaboração do projecto de investimento, a fase de pré-investimento, na qual se estuda quais serão as características que o equipamento necessário ao projecto terá que possuir para que se consigam atingir os objectivos previstos, normalmente o máximo lucro.

Após o processo de optimização do projecto ao nível do equipamento, terão de ser avaliadas as previsão de vendas dos produtos bem como a margem de lucro a praticar,

entre outros aspectos, e os respectivos *cashflows*, através dos quais se conseguiria avaliar as diferentes alternativas ao projecto que pudessem surgir.

Uma vez que o problema em estudo consiste num caso da literatura, e baseado em dados de outro país (EUA), não existem dados suficientes para se realizar uma análise económica mais aprofundada e posterior análise de rentabilidade do projecto. Irá contudo ser realizada uma análise de sensibilidade aos parâmetros económicos envolvidos no modelo em estudo, por forma a detectar a sua influência no ponto óptimo de operação.

3. OPTIMIZAÇÃO NUMÉRICA NÃO LINEAR

Como referido anteriormente, o recurso a técnicas numéricas de optimização a sistemas de geração de energia traz benefícios e pode ser feito para sistemas onde é possível equacionar o modelo matemático.

Um problema de optimização é definido não linear se a função objectivo é não linear e as restrições são funções lineares ou não lineares. A maioria dos problemas reais são problemas de programação não linear e todos os outros tipos de problemas podem ser considerados como casos especiais destes.

Será feito um estudo detalhado dos vários métodos numéricos de optimização não linear com restrições, nomeadamente os métodos directos, e será feita a selecção dos métodos mais adequados para a resolução numérica do problema de optimização termo-económica de um sistema de cogeração.

3.1. OPTIMIZAÇÃO NÃO LINEAR SEM RESTRIÇÕES

Os problemas de optimização não linear sem restrições, podem ser considerados como um caso particular dos problemas com restrições. A característica especial deste tipo de problemas é que o vector solução não tem que satisfazer qualquer restrição.

A realidade é que não existem muitos problemas em que não existam restrições, mas mesmo assim convém fazer referência a este tipo de problemas pelos seguintes motivos:

- (i) Existem vários problemas que podem ser tratados como problemas sem restrições, até se estar muito perto do ponto mínimo final;
- (ii) Alguns dos métodos mais eficientes de resolução de problemas de optimização com restrições envolvem a transformação do problema noutro sem restrições;
- (iii) O estudo das técnicas de resolução deste tipo de problemas fornece-nos uma boa base para o estudo de técnicas para resolução de problemas de optimização com restrições;
- (iv) Este tipo de técnicas são cada vez mais consideradas poderosas formas de obter a solução para alguns problemas de engenharia.

Existem diversos métodos de resolução de problemas de optimização não linear sem restrições. Estes métodos podem ser classificados em duas categorias distintas, métodos directos e métodos indirectos ou métodos de descida (descendentes).

Na Figura 3.1 apresentam-se alguns dos mais importantes métodos de resolução de problemas do optimização não linear sem restrições (Rao, 1996).

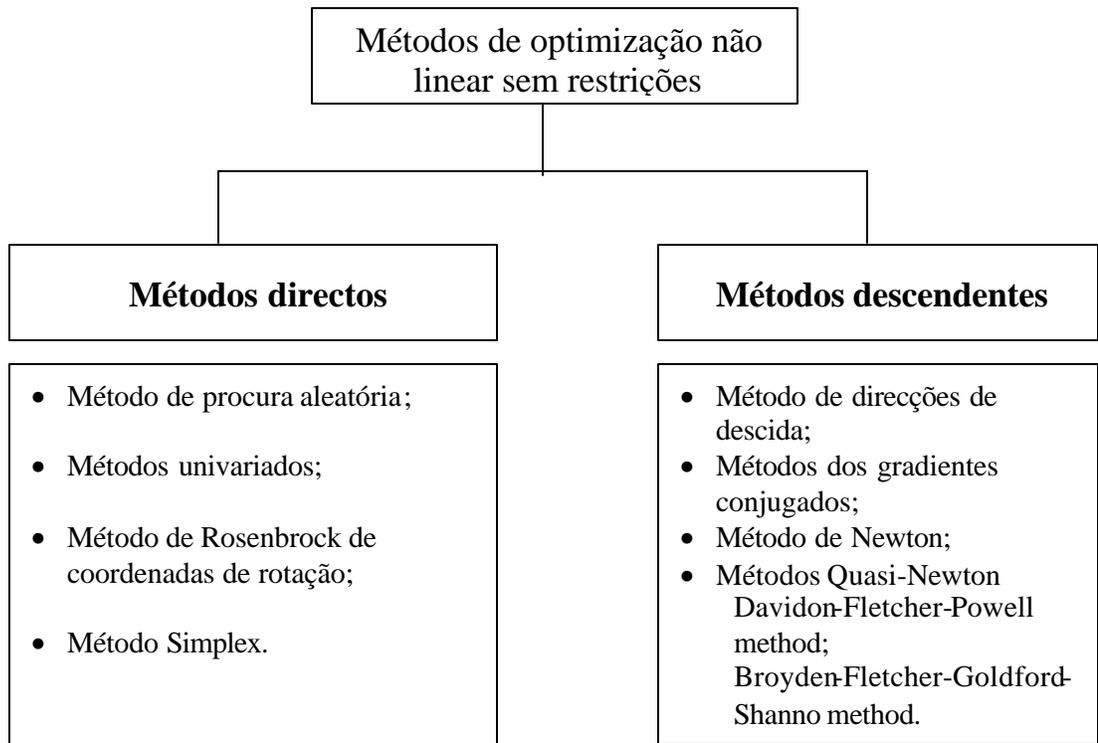


Figura 3.1 – Métodos de optimização não linear sem restrições

Os métodos directos são métodos que requerem apenas uma simples comparação de valores da função objectivo em dois pontos, não utilizando as derivadas parciais, partem de um intervalo que contém um mínimo e têm como objectivo reduzi-lo, calculando e comparando valores da função objectivo em diversos pontos desse intervalo (Fernandes, 1996). Estes métodos são mais indicados para resolução de problemas simples, envolvendo um pequeno número de variáveis, e podem ser aplicados a qualquer função desde que seja unimodal (função que contém apenas um único mínimo ou máximo no intervalo considerado). Estes métodos são muito fáceis de implementar, contudo não são tão eficientes e robustos como os métodos descendentes.

Os métodos descendentes envolvem não só os valores da função objectivo como a amplitude da diferença entre esses valores da função e utiliza o cálculo das derivadas

parciais de primeira ordem e de ordem superior. Uma vez que existe mais informação relativa à função a minimizar, inclusive o uso de derivadas, estes métodos mostram-se mais eficientes do que os métodos directos.

Os métodos de programação não linear sem restrições, utilizados para optimização multidimensional são procedimentos iterativos que seguem repetidamente dois passos:

- 1º) começam por utilizar um ponto inicial dado e seguem uma direcção de procura;
- 2º) minimizam ou maximizam essa direcção até encontrarem um novo ponto melhor que o anterior.

3.2. OPTIMIZAÇÃO NÃO LINEAR COM RESTRIÇÕES

Os problemas de optimização, com função objectivo não linear e restrições de igualdade e desigualdade, são os mais comuns.

As condições necessárias de primeira ordem para que um ponto seja mínimo local são chamadas condições de Kuhn-Tucker. Estas condições estão estabelecidas no seguinte teorema:

O Teorema dos Multiplicadores de Lagrange

Seja \bar{x}^* o mínimo local do problema referido nas equações (1.1) a (1.4). Significa que existe dois vectores, $\bar{\mathbf{l}}^*$ e $\bar{\mathbf{m}}^*$, que verificam:

$$\bar{\mathbf{m}}^* \geq \bar{\mathbf{0}} \quad (3.1)$$

$$\nabla f(\bar{x}^*) + \bar{\mathbf{l}}^{*T} \nabla \bar{h}(\bar{x}^*) + \bar{\mathbf{m}}^{*T} \nabla \bar{g}(\bar{x}^*) = \bar{\mathbf{0}} \quad (3.2)$$

$$\bar{\mathbf{m}}^{*T} \bar{g}(\bar{x}) = \bar{\mathbf{0}} \quad (3.3)$$

Normalmente aos vectores $\bar{\mathbf{l}}^*$ e $\bar{\mathbf{m}}^*$ são referidos como os vectores multiplicadores de Lagrange das restrições de igualdade e desigualdade. Na literatura, o vector $\bar{\mathbf{m}}^*$ é por vezes designado por multiplicador de Kuhn-Tucker.

Além das condições de primeira ordem, existem ainda as condições suficientes de primeira ordem, que garantem que o mínimo local \bar{x}^* é também um mínimo global. Estas condições adicionais impõem certas restrições de convexidade e concavidade na função objectivo $f(\bar{x})$ e nas restrições de igualdade $\bar{h}(\bar{x})$ e desigualdade $\bar{g}(\bar{x})$.

Todas as condições descritas anteriormente de forma simples, ditam os principais fundamentos de optimabilidade para problemas de optimização não linear. Na prática, estas condições, especialmente as suficientes, são muito difíceis, por vezes impossíveis de se conhecer.

Anteriormente foram apresentados alguns métodos numéricos para encontrar o mínimo ou o máximo de uma determinada função objectivo quando não existem quaisquer restrições na escolha do vector solução, contudo sabe-se que a maioria dos problemas de reais exigem imposição de restrições ou limites aos valores das variáveis de decisão. Como os métodos de optimização de problemas sem restrições não lidam com estas limitações, foi então necessário desenvolver métodos em que fosse possível entrar em consideração com as restrições.

As técnicas de optimização desenvolvidas para resolução de problemas de optimização não linear com restrições são divididas em duas categorias: métodos directos e métodos indirectos, como mostra a Figura 3.2.

Os métodos indirectos reformulam os problemas com restrições, transformando-os em problemas sem restrições e resolvem-nos através de uma sequência de minimização de problemas sem restrições, utilizando para isso os métodos mencionados anteriormente, enquanto que nos métodos directos, as restrições são tratadas de forma explícita.

Em problemas cuja complexidade é moderada, a formulação sem restrições de problemas com restrições é simples de aplicar e usando um algoritmo de minimização adequado é possível resolvê-lo e optimizá-lo. Devido a este facto, estas aproximações são utilizadas frequentemente em problemas simples de optimização. Contudo não são tão eficientes para outros problemas mais complexos e de alguma dimensão, como os métodos directos.

Em problemas de optimização do projecto de grandes sistemas de energia, onde se utilizam variáveis contínuas e discretas, são ainda usados métodos, tais como, métodos de decomposição e algoritmos genéticos, que apenas utilizam o valor da função objectivo (Guevara, 2000 e ElSayed, 1988).



Figura 3.2 – Métodos de otimização não linear com restrições

3.3. MÉTODOS DIRECTOS

Dentro da classe de métodos directos existem diferentes tipos de métodos que serão brevemente referidos, tendo por base Vanderplaats (1984) e Rao (1996).

Método de Procura Aleatória

O método de procura aleatória para problemas com restrições implica apenas algumas alterações ao método aplicado a problemas sem restrições.

O conceito base deste método está em gerar valores para as variáveis através da função random (geração de números aleatórios) dentro de uma região de soluções válidas, comparar o valor da função objectivo nesses pontos e verificar se todas as restrições de desigualdade são verificadas e as restrições de igualdade satisfeitas com uma tolerância especificada inicialmente.

Se um ponto anterior violar alguma restrição e o novo ponto verificar todas as restrições, este é considerado melhor que o anterior, embora o valor da função objectivo possa ser pior. Neste sentido, a principal prioridade é conseguir encontrar um ponto que seja válido.

Este método não é considerado muito eficiente, mas é muito fácil de programar. Assim como em outros algoritmos de optimização este não é aconselhável a aplicar na resolução de problemas com restrições de igualdade, embora possa ser utilizado em determinados casos.

Métodos de Procura Heurísticos

Estes métodos são na sua maioria intuitivos como o próprio nome indica, e não têm um bom suporte teórico.

O método heurístico de Box ou método complexo, que é similar ao método simplex aplicado a problemas sem restrições será usado no presente trabalho. Este método utiliza apenas os valores da função objectivo (método de procura) sendo fácil a sua implementação.

Métodos de Aproximação

Uma abordagem possível para resolução de problemas não linear com restrições consiste em aproximá-lo por um problema mais simples, cujas propriedades são bem conhecidas.

O método de Programação Linear Sequencial aproxima a função objectivo e as restrições por formas lineares. O problema resultante pode então ser facilmente resolvido por técnicas de optimização lineares mais simples.

O método de Programação Quadrática Sequencial (SQP) aproxima a função objectivo por um modelo quadrático e as restrições por formas lineares. Assim o problema inicial é aproximado a um problema simples de programação quadrática.

Métodos das Direcções Possíveis

Os métodos das direcções possíveis consistem em produzir sucessivos vectores, movendo o ponto em direcções possíveis. Uma direcção diz-se possível se ao longo desta, pelo menos um passo pequeno pode ser percorrido, sem sair da zona de soluções válidas, ou seja, sem violar nenhuma restrição.

Uma direcção possível é válida, se ao longo desta a função objectivo pode ser melhorada, nem que seja apenas ligeiramente. Cada iteração deste método consiste em dois

passos importantes, o primeiro consiste em encontrar uma direcção possível que seja válida num ponto específico e o segundo consiste em determinar o comprimento do passo a percorrer na direcção válida.

Métodos do Gradiente Reduzido Generalizado

O método do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) é uma extensão do método do gradiente reduzido aplicado na resolução de problemas apenas com restrições de igualdade.

As restrições de menor ou igual requerem a adição de variáveis de folga não negativas, passando estas também a ser consideradas como variáveis de decisão. Se existirem muitas restrições de desigualdade, o problema pode não ser possível de resolver através deste método. Por outro lado se existirem algumas restrições de desigualdade e diversas de igualdade, este método é muito eficiente.

Pretende-se no presente trabalho comparar resultados obtidos através da aplicação de três tipos de métodos directos: os métodos heurísticos, em particular o método complexo (método heurístico também conhecido por método de Box, nome do autor), os métodos de aproximação nomeadamente o método da Programação Quadrática Sequencial (SQP) e o método do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG). A selecção específica destes métodos, deve-se ao facto de o método de Box não necessitar de derivadas enquanto que os outros dois métodos as usam e dentro dos outros tipos de métodos foram seleccionados o SQP e GRG por terem já demonstrado ser os mais eficientes na optimização não linear de problemas com restrições através de vários testes computacionais efectuados (Edgar e Himmelblau, 1988).

Este estudo irá proporcionar uma análise de comparação em termos de resultados obtidos bem como em termos de desempenho dos métodos propriamente ditos, a nível computacional e a nível de rapidez de execução e convergência.

3.4. MÉTODOS NUMÉRICOS DE OPTIMIZAÇÃO APLICADOS

Fazendo de seguida uma descrição mais pormenorizada dos métodos de optimização não linear, usados na resolução do problema de optimização termo-económica de um sistema de cogeração.

3.4.1. MÉTODO COMPLEXO OU MÉTODO DE BOX

Box (1965) elaborou uma extensão ao método Simplex usado para resolver problemas de otimização sem restrições, para aplicação a problemas de maximização do tipo:

$$\text{Maximizar } f(\bar{x}) \quad (3.4)$$

Sujeito a:

$$g_j(\bar{x}) \leq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (3.5)$$

$$l_i \leq x_i \leq u_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.6)$$

Este método assume a existência de um ponto inicial válido, isto é, verifica todas as restrições e consiste numa técnica de procura sequencial, que já provou ser eficiente na resolução de problemas com função objectivo não linear, sujeita a restrições não lineares de desigualdade.

O algoritmo evolui da seguinte forma:

1. É gerada uma sequência de figuras geométricas (“complexo”) originais, cada uma com $k \geq n + 1$ vértices, traduzido no ponto inicial válido e $(k-1)$ pontos adicionais gerados aleatoriamente e limitados para cada variável independente, isto é, que têm obrigatoriamente que satisfazer todas as restrições do problema:

$$\begin{aligned} x_{i,j} &= l_i + a_{i,j} * (l_i - u_i) & i &= 1, 2, \dots, n \\ & & j &= 1, 2, \dots, k - 1 \end{aligned} \quad (3.7)$$

onde $a_{i,j}$ são números aleatórios entre 0 e 1;

2. Os pontos seleccionados deverão satisfazer todas as restrições explícitas e implícitas. Se em qualquer altura alguma restrição explícita for violada, o ponto será deslocado uma pequena distância para dentro do limite. Se uma restrição implícita é violada, o ponto é deslocado metade da distância ao centróide dos restantes ponto:

$$x_{i,j}(\text{nov}) = \frac{(x_{i,j}(\text{antigo}) + \bar{x}_{i,c})}{2} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.8)$$

onde as coordenadas do centróide dos restantes pontos, $\bar{x}_{i,c}$, são definidas por

$$\bar{x}_{i,c} = \frac{1}{k-1} * \left[\sum_{j=1}^k x_{i,j} - x_{i,j}(\text{antigo}) \right] \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.9)$$

Este processo repete-se tantas vezes quantas as necessárias até que todas as restrições implícitas sejam satisfeitas;

3. A função objectivo é calculada para cada ponto de complexo. O ponto que tiver menor valor da função é substituído por um novo ponto localizado através da seguinte expressão:

$$x_{i,j}(novo) = \mathbf{a} * (\bar{x}_{i,c} - x_{i,j}(antigo)) + \bar{x}_{i,c} \quad i = 1,2,\dots,n \quad (3.10)$$

Box (1965) recomenda $\mathbf{a} = 1,3$;

4. Se o novo ponto se repete como tendo o menor valor da função, este é deslocado metade da distância ao centróide dos restantes pontos;

5. Verifica-se se o novo ponto verifica todas as restrições ou se é necessário algum ajuste, isto é, se viola alguma restrição;

6. Assume-se a convergência da função objectivo quando a diferença do seu valor em cada ponto é inferior a \mathbf{b} unidades em \mathbf{g} iterações consecutivas. Uma iteração é definida como os cálculos necessários à selecção de um novo ponto que satisfaça as restrições.

Este método apresenta algumas vantagens, nomeadamente, não necessita de recorrer ao cálculo das derivadas de $f(\bar{x})$ e $\bar{g}(\bar{x})$ para encontrar o mínimo ou máximo da função, daí a sua computação e programação ser muito simples, e não exige muita memória computacional.

As principais desvantagens devem-se à necessidade de se conhecer um ponto inicial obrigatoriamente válido, não poder ser utilizado em problemas com restrições de igualdade e ao facto de se tornar rapidamente ineficiente à medida que aumenta o número de variáveis.

A título de curiosidade, mais recentemente (Augusto e Kawano, 1998), surgiu um novo método baseado no método complexo, com importantes alterações, para posterior aplicação a problemas com variáveis discretas, nomeadamente a introdução de funções de penalidade na procura de um ponto inicial válido, entre outras.

3.4.2. MÉTODO DE PROGRAMAÇÃO QUADRÁTICA SEQUENCIAL (SQP)

O método de programação quadrática sequencial é um método relativamente recente sendo considerado, por alguns autores, como o melhor dos métodos de optimização não linear com restrições (Rao, 1996).

A base do algoritmo SQP é a resolução das equações de Kuhn-Tucker representadas na equações (3.1) a (3.3), implementando directamente os Multiplicadores de Lagrange. Este método consiste na formulação de um subproblema quadrático para determinar a

direcção de procura, baseado numa aproximação quadrática da função Lagrangiana, isto é, o SQP aproxima a função objectivo $f(\bar{x})$ por um modelo quadrático, $q(\bar{x})$, e aproxima as funções de restrição não lineares por funções lineares. Esta aproximação é simplificada assumindo que as restrições de fronteira das variáveis de decisão são expressas com restrições de desigualdade. Então, o subproblema quadrático surge na seguinte forma:

$$\text{Minimizar } q(d) = \frac{1}{2} d^T H_k d + \nabla f(x_k)^T d \quad (3.11)$$

Sujeita a:

$$\nabla h_i(x_k)^T d + h_i(x_k) = 0 \quad (i = 1, \dots, mi) \quad (3.12)$$

$$\nabla g_j(x_k)^T d + g_j(x_k) \leq 0 \quad (j = 1, \dots, m) \quad (3.13)$$

cuja solução é a direcção de procura, d , e H_k é uma aproximação da matriz Hessiana (matriz das segundas derivadas) da função Lagrangiana definida positiva.

Este problema de procura de direcção é agora um problema de programação quadrática que pode ser resolvido através de qualquer algoritmo específico existente na literatura. A matriz H_k inicialmente assume-se como a matriz de identidade e pode ser actualizada através dos métodos quasi-Newton, nomeadamente o método BFGS (Broyden-Fletcher-Shanno-Goldfarb) que parece ser o mais popular para o efeito. Note-se que neste subproblema de optimização, as funções e as suas derivadas são facilmente avaliadas, e nele estão incluídas todas as restrições do problema original.

A solução do subproblema quadrático é então utilizada para formar nova iteração:

$$x_{k+1} = x_k + \mathbf{a}_k d_k \quad (3.14)$$

Como a aproximação implementada só é válida numa pequena vizinhança de x_k (aproximação à solução do problema original), só é possível garantir convergência do método se x_k estiver numa vizinhança da solução (convergência local). Para que o método tenha convergência global – convergência partindo de “qualquer” aproximação inicial – é preciso introduzir um esquema que, com a ajuda de uma função mérito possa forçar o progresso do algoritmo em direcção à solução.

A função mérito serve para medir o progresso do algoritmo e verificar se o ponto é x_{k+1} “melhor” que x_k .

Um ponto x_{k+1} é melhor que x_k se, pelo menos,

$$M(x_{k+1}) < M(x_k) \quad (3.15)$$

sendo M , a função mérito. Existem várias funções mérito, normalmente dependem da função objectivo e das funções de restrição.

O comprimento do passo, \mathbf{a}_k , é determinado utilizando um método de procura unidimensional conseguindo assim um decréscimo na função mérito. Um dos algoritmos para calcular \mathbf{a}_k é o método das repetidas divisões por dois.

Tem-se assim um processo iterativo que deve ser repetido, com base na nova aproximação x_{k+1} , até se obter uma aproximação que esteja próxima da solução do problema original.

O algoritmo SQP pode ser aplicado na resolução de problemas não lineares com ou sem restrições.

O algoritmo evolui da seguinte forma:

$$k = 0$$

Dados os valores iniciais de x (x_0), e dos multiplicadores (\mathbf{l}_0, \mathbf{m}) e assumindo $H(x_0) = I$.

$$k = k+1$$

1. Calcular $\nabla f(x_k), \nabla h(x_k), \nabla g(x_k), H(x_k)$

2. Resolver problema quadrático

Solução: vector de direcção de procura e os vectores dos multiplicadores de Lagrange do problema quadrático.

A resolução do problema quadrático é baseada nas condições de optimabilidade deste.

3. Determinação do comprimento do passo \mathbf{a}_k através de um método de procura unidimensional que gere uma redução significativa na função mérito.

4. Actualizar a aproximação x_{k+1}

5. Verificar convergência.

3.4.3. MÉTODO DE GRADIENTE REDUZIDO GENERALIZADO (GRG)

O método GRG aplica-se a problemas de optimização não linear com restrições da forma:

$$\text{Minimizar } f(\bar{x}) \tag{3.16}$$

Sujeito a:

$$h_k(\bar{x}) = 0 \quad (k = 1, 2, \dots, m) \tag{3.17}$$

$$g_j(\bar{x}) \leq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (3.18)$$

$$l_i \leq x_i \leq u_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.19)$$

Transformando-os em problemas apenas com restrições de igualdade, através da introdução de um variável de folga por cada restrição de desigualdade:

$$h_k(\bar{x}) = 0 \quad (k = 1, 2, \dots, mi) \quad (3.20)$$

$$g_j(\bar{x}) + x_{j+n} = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (3.21)$$

$$l_i \leq x_i \leq u_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.22)$$

$$x_{j+n} \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (3.23)$$

A equação (3.21) requer a adição de m variáveis de folga não negativas o que origina um aumento no número de variáveis.

O vector x contém agora as n variáveis originais mais as m variáveis de folga. Por conveniência, deve-se escrever x da seguinte forma :

$$x = \begin{Bmatrix} z \\ y \end{Bmatrix} \quad (3.24)$$

em que z é o vector das $(n-mi)$ variáveis independentes e y é o vector das $(m+mi)$ variáveis dependentes.

Simplifica-se o problema, uma vez que existem somente restrições de igualdade:

$$\text{Minimizar } f(z, y) \quad (3.25)$$

Sujeito a:

$$h_j(\bar{x}) = 0 \quad (j = 1, \dots, m + mi) \quad (3.26)$$

$$l_i \leq x_i \leq u_i \quad (i = 1, \dots, n + m) \quad (3.27)$$

De seguida faz-se o cálculo das derivadas da função objectivo e das restrições:

$$df(\bar{x}) = \nabla_z f(\bar{x}) * dz + \nabla_y f(\bar{x}) * dy \quad (3.28)$$

$$dh_j(\bar{x}) = \nabla_z h_j(\bar{x}) * dz + \nabla_y h_j(\bar{x}) * dy \quad (j = 1, \dots, m + mi) \quad (3.29)$$

Simplificando :

$$\nabla_z h_j(\bar{x}) = A \quad (3.30)$$

$$\nabla_y h_j(\bar{x}) = B \quad (3.31)$$

Tem-se que:

$$dh(x) = A * dz + B * dy \quad (3.32)$$

Como $dh(\bar{x}) = 0$ para qualquer variação nas variáveis independentes dz , pode-se facilmente obter a correspondente variação dy nas variáveis dependentes:

$$dy = B^{-1}A * dz \quad (3.33)$$

Substituindo a equação (3.33) na equação (3.28), vem:

$$\begin{aligned} df(\bar{x}) &= \nabla_z f(\bar{x}) * dz - \nabla_y f(\bar{x})^T [B^{-1}A]^* dz \\ &= \left\{ \nabla_z f(\bar{x}) - \nabla_y f(\bar{x})^T [B^{-1}A]^* \right\} dz \end{aligned} \quad (3.34)$$

Então,

$$G_R = \frac{df(\bar{x})}{dz} = \nabla f(\bar{x}) - [B^{-1}A]^T \nabla_y f(\bar{x}) \quad (3.35)$$

Esta equação define o gradiente reduzido generalizado G_R . O gradiente reduzido generalizado pode agora ser utilizado para determinar a direcção de procura, d , para utilizar na equação (3.14). Na forma mais simples, a direcção de procura corresponde ao gradiente reduzido com sinal negativo:

$$d = -G_R \quad (3.36)$$

Pode-se então resumir o método no seguinte algoritmo:

1. Escolher as variáveis dependentes e independentes;
2. Calcular o gradiente reduzido (G_R);
3. Através do gradiente reduzido, determinar a direcção de procura (d) nas variáveis de decisão;
4. Procurando nesta direcção, para cada valor de \mathbf{a}_k faz-se a actualização do vector y .
5. Determinar x_{k+1}
6. Encontrando um mínimo nesta direcção, o processo repete-se até se conseguir a convergência.

4. MODELAÇÃO DE UM SISTEMA DE COGERAÇÃO

Como referido no Capítulo 1, o sistema de cogeração a ser otimizado será o sistema CGAM, criado por um grupo de especialistas da área da termo-economia (Valero *et al.*,1994-a).

Os modelos, físico e económico, utilizados no problema CGAM são realísticos mas incompletos, do ponto de vista de engenharia, uma vez que este sistema foi desenvolvido apenas com o objectivo de servir de base para a comparação das diferentes metodologias de análise e projecto de sistemas de energia.

O problema CGAM refere-se então a um sistema de cogeração que produz 30 MW de electricidade e 14 Kg/s de vapor saturado a 20 bar de pressão. A estrutura do sistema é apresentada na Figura 4.1.

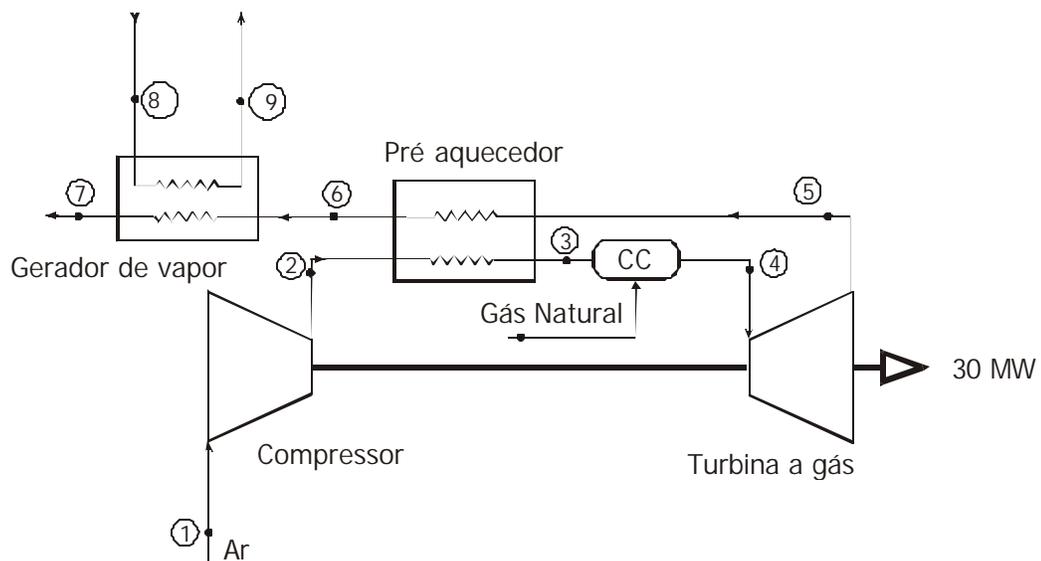


Figura 4.1- Sistema de cogeração CGAM

Este sistema é constituído por um compressor, uma câmara de combustão, uma turbina a gás seguida de um pré-aquecedor, que utiliza parte da energia térmica dos gases que saem da turbina, e um recuperador de calor e evaporador.

As condições ambientais são definidas com uma temperatura inicial (T_0) de 25°C (equivale a 298.15 K) e 1.013 bar de pressão inicial (P_0). O combustível utilizado é o gás natural com Poder Calorífico Inferior (PCI) igual a 50.000 kJ/kg.

Para simplificação do modelo, são assumidos determinados pressupostos, nomeadamente:

- (i) O ar e os gases de combustão comportam-se como gases ideais com calores específicos constantes;
- (ii) Para o cálculo da combustão, o combustível utilizado é o gás natural (metano-CH₄);
- (iii) Todos os componentes, excepto a câmara de combustão, são adiabáticos;
- (iv) Foram escolhidos valores razoáveis para as perdas de pressão nos fluxos de ar e gás na câmara de combustão, no pré-aquecedor e no recuperador da caldeira.

É de seguida apresentado um sumário das principais equações que descrevem o funcionamento do sistema, nomeadamente, o cálculo dos custos (modelo económico) e as equações de balanço em estado estacionário, de massa e energia (modelo físico) para cada componente do sistema. Equações auxiliares foram retiradas da literatura mencionada onde o modelo é apresentado e usado.

4.1. MODELO FÍSICO

As equações que compõem o modelo físico são apresentadas para cada componente do sistema.

Assume-se que a temperatura e a pressão à entrada do compressor são as de referência, T_0 e P_0 (Figura 4.1).

O ar e os gases de combustão são considerados como um gás ideal com propriedades físicas constantes, dentro do intervalo de temperatura considerado.

Compressor

Admitindo que o compressor possui um rendimento isentrópico η_c , a temperatura final de compressão é dada por:

$$T_2 = T_0 * \left[1 + \frac{r_C \left(\frac{\gamma_a - 1}{\gamma_a} \right) - 1}{h_C} \right] \quad (4.1)$$

sendo r_C a razão de compressão do compressor, definida por

$$r_C = \frac{P_2}{P_0} \quad (4.2)$$

Para uma potência mecânica \dot{W}_C no veio do turbocompressor e, admitindo que f representa o rácio combustível/ar da câmara de combustão, tem-se que o caudal mássico de ar no compressor é dado pela relação:

$$\dot{m}_a = \frac{\dot{W}_C}{(1+f) c_{p_g} (T_4 - T_5) - c_{p_a} (T_2 - T_0)} \quad (4.3)$$

Com base nas condições de entrada e saída do ar no compressor, a potência de compressão pode, então, ser calculada:

$$\dot{W}_C = \dot{m}_a c_{p_a} (T_2 - T_0) \quad (4.4)$$

pelo que este valor depende directamente do fluxo de ar e da sua variação da temperatura no compressor.

Pré - aquecedor

O pré aquecedor é essencialmente um permutador de calor, onde é razoável admitir uma queda de pressão. Desta forma, a pressão à saída para ambos os fluidos (ar e gases de combustão) podem ser calculadas pelas relações seguintes:

$$P_3 = 0.95 P_2 \quad (4.5)$$

$$P_5 = P_6 / 0.97 \quad (4.6)$$

Os valores assumidos nas equações (4.5) e (4.6) referem-se às quedas de pressão no pré-aquecedor assumidas pelos autores aquando do desenvolvimento do modelo CGAM.

Na troca de calor entre os dois fluidos assume-se que a energia cedida pelos gases de combustão é cedida na íntegra ao caudal de ar de admissão. Assim,

$$T_6 = T_5 - \frac{c_{p_a} (T_3 - T_2)}{(1+f) c_{p_g}} \quad (4.7)$$

Com base nas temperaturas de entrada e de saída dos dois fluxos, pode determinar-se a diferença média logarítmica de temperatura:

$$\Delta T_A = \frac{(T_6 - T_2) - (T_5 - T_3)}{\ln \frac{(T_6 - T_2)}{(T_5 - T_3)}} \quad (4.8)$$

Este valor permitirá o cálculo da área de transferência necessária à troca de calor entre os dois fluidos (ou seja, a dimensão do permutador) o que servirá de base à determinação do seu custo (investimento).

$$A_A = \frac{\dot{m}_g c_{pg} (T_5 - T_6)}{0.018 \Delta T_A} \quad (4.9)$$

Câmara de Combustão

Admite-se também que na câmara de combustão (termicamente equivalente a um permutador) o fluxo de gases (ar e combustível) sofre uma queda de pressão (de 5%), pelo que:

$$P_4 = 0.95 * P_3 \quad (4.10)$$

A quantidade de combustível a fornecer à instalação depende da temperatura necessária à saída da câmara de combustão (entrada da turbina) o que irá condicionar o trabalho debitado pela turbina. Neste modelo, admite-se que a câmara de combustão é adiabática e, para um poder calorífico do combustível, PCI, e supondo um rendimento na combustão de 98%, o rácio combustível/ar é determinado por:

$$f = \frac{c_{pg} (T_4 - T_0) - c_{pa} (T_3 - T_0)}{0.98 \text{ PCI} - c_{pg} (T_4 - T_0)} \quad (4.11)$$

pelo que o caudal de combustível é facilmente determinado:

$$\dot{m}_f = \dot{m}_a * f \quad (4.12)$$

Turbina a Gás

A turbina a gás é admitida como sendo adiabática e com um rendimento isentrópico, h_T . Considerando um rácio de expansão r_T

$$r_T = P_4 / P_5 \quad (4.13)$$

que será diferente daquele do compressor devido à queda de pressão na câmara de combustão, a temperatura de descarga dos gases da turbina resulta:

$$T_5 = T_4 \left[1 - h_T \left(1 - r_T \frac{(1-g_g)}{g_g} \right) \right] \quad (4.14)$$

e a potência debitada pela turbina virá:

$$\dot{W}_T = \dot{m}_g c_{p_g} (T_4 - T_5) \quad (4.15)$$

O caudal de gases de combustão, descarregados pela turbina, será então o somatório do caudal de ar e de combustível:

$$\dot{m}_g = \dot{m}_a + \dot{m}_f \quad (4.16)$$

Recuperador de Calor e Evaporador

Aqui o aproveitamento de calor é efectuado em dois estágios (recuperador e evaporador). Em qualquer dos casos, considera-se também uma pequena queda de pressão, pelo que:

$$P_6 = P_7 / 0.95 \quad (4.17)$$

A energia trocada em cada um dos elementos (de acordo com a sua função) permite determinar as condições termodinâmicas dos fluidos à saída de cada elemento. Considerando que o calor é recuperado na totalidade pelo fluido frio, tem-se que a temperatura de saída para ambos os fluidos (gases e água/vapor) é dada pela relações

$$T_7 = T_6 - \frac{37660}{\dot{m}_g * c_{p_g}} \quad (4.18)$$

e

$$T_{7p} = T_6 - \frac{27384}{\dot{m}_g * c_{p_g}} \quad (4.19)$$

Com base nestas temperaturas pode determinar-se a área de transferência de calor para o economizador

$$\Delta T_{ec} = \frac{(T_{7p} - T_{8p}) - (T_7 - T_8)}{\ln \frac{(T_{7p} - T_{8p})}{(T_7 - T_8)}} \quad (4.20)$$

e evaporador

$$\Delta T_{ev} = \frac{(T_6 - T_9) - (T_{7p} - T_9)}{\ln \frac{(T_6 - T_9)}{(T_{7p} - T_9)}} \quad (4.21)$$

Ficam então descritas todas as relações termodinâmicas efectuadas entre os componentes do sistema, demonstrando a influência que cada componente tem sobre outro.

4.2. MODELO ECONÓMICO

O objectivo do desenvolvimento de um modelo económico é permitir o cálculo do custo de aquisição, operação e manutenção dos componentes do sistema de cogeração, e ainda estabelecer valores que descrevam o ambiente económico que permitam determinar o custo por unidade de tempo para cada componente e para o sistema como um todo.

As equações que descrevem o custo de aquisição dos equipamentos, apresentam em comum uma tendência de elevar os custos ao infinito quando a medida de eficiência da unidade ou a variação da pressão, tende para um determinado valor, que na realidade é impraticável.

Custo do compressor

$$C_1 = \frac{39.5 * \dot{m}_a * r_c * \ln r_c}{0.9 - h_c} \quad (4.22)$$

O custo de investimento num compressor depende directamente da capacidade de compressão que se reflecte no rácio de pressão do compressor ($r_c = P_2/P_1$) e obviamente da sua eficiência (h_c). O numerador da equação (4.22) representa os gastos no consumo de ar, sendo 39.5 o preço por unidade de fluxo de ar, em denominador apresenta-se o diferencial de eficiência relativamente à eficiência máxima que o compressor pode atingir (90%).

Custo da Câmara de Combustão

$$C_2 = \frac{25.6 * \dot{m}_a}{0.995 - 0.95} * [1 + \exp(0.018 * T_4 - 26.4)] \quad (4.23)$$

Relativamente ao custo de investimento na aquisição da câmara de combustão, este traduz-se na equação (4.23), em que o quociente da equação reflecte a mesma relação do compressor traduzindo investimento em consumo de ar relativamente ao diferencial entre o máximo de eficiência de uma câmara de combustão e a eficiência efectiva da mesma. A parcela seguinte reflecte a influência da temperatura à saída da câmara de combustão no seu investimento.

Custo da Turbina

$$C_3 = \frac{266.3 * \dot{m}_g}{0.92 - h_T} * \ln r_C * [1 + \exp(0.036 * T_4 - 54.5)] \quad (4.24)$$

O custo de investimento de uma turbina depende directamente da capacidade de compressão inicial do compressor (r_C), do consumo de gases, da sua eficiência (h_T) e finalmente da temperatura à entrada da turbina.

O numerador da equação (4.24) representa os gastos no consumo dos gases que são libertados pela turbina, sendo 266.3 o preço por unidade de fluxo dos gases. Em denominador apresenta-se o diferencial de eficiência relativamente à eficiência máxima que uma turbina pode atingir (92%).

O custo de aquisição da câmara de combustão e da turbina de expansão apresenta ainda um crescimento expressivo com o aumento da temperatura máxima do ciclo (T_4).

Custo do Pré-aquecedor

$$C_4 = 2290 * A_A^{0.6} \quad (4.25)$$

A equação (4.25) traduz o custo de investimento de um pré-aquecedor, que depende directamente da sua área de transferência de calor (A).

Custo do Recuperador de Calor e Evaporador

$$C_5 = 3650 * \left[\left(\frac{10276}{\Delta T_{ec}} \right)^{0.8} + \left(\frac{27384}{\Delta T_{ev}} \right)^{0.8} \right] + 11820 * 14 + 658 * \dot{m}_g^{1.2} \quad (4.26)$$

Além dos custos de aquisição dos equipamentos, há ainda a considerar os custos anuais de operação e manutenção de equipamento e o respectivo consumo de combustível.

O ambiente económico considera uma taxa de juro de 12,7 % e um período (n) de 10 anos, o que implica um factor de recuperação de capital (FRC), o inverso do factor de valor presente em série uniforme (renda anual uniforme) de 18,2 %, segundo a seguinte equação:

$$FRC = \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i * (1+i)^n} \right]^{-1} \quad (4.27)$$

Os custos de operação e manutenção foram introduzidos através de um factor de operação e manutenção equivalente a 6 % do custo dos equipamentos ($f = 1.06$).

Estes custos podem ainda ser considerados através de uma expressão que relacione a produção ou quantidade produzida com o necessidade de manutenção em função do tempo de laboração do sistema, não tem obrigatoriamente de ser considerado uma percentagem do custo de aquisição. Caso seja um valor conhecido então basta adicionar este valor anual à função custo.

Considerou-se neste estudo um total de 8000 h de laboração anual.

4.3. MODELO DE OPTIMIZAÇÃO

A função objectivo do problema foi definida como a minimização dos custos totais do sistema de cogeração, ou seja, custo de aquisição dos equipamentos, o custo associado com os gastos anuais em combustível e o custo anual de operação e manutenção de cada componente.

Função Objectivo

$$\text{Min } F = 0.182 * 1.06 * \sum_{r=1}^5 C_r + c_f * \dot{m}_f * 50000 * 8000 * 3600 \quad (4.28)$$

Em que C_r representa o custo de investimento de cada componente do sistema ($r =$ compressor, câmara de combustão, turbina, pré-aquecedor, recuperador de calor), c_f o custo por unidade de energia (com base no PCI) do combustível.

Após a definição do modelo, segue-se a definição das variáveis de decisão. Qualquer um dos parâmetros do sistema poderia constituir uma variável de decisão, dependendo do objectivo do estudo em questão.

Após uma análise ao mercado de equipamentos industriais de sistemas de cogeração com turbina a gás, verificou-se que os componentes que têm um custo mais elevado são respectivamente a turbina e o compressor, logo serão os elementos que irão ter um maior peso na função objectivo, uma vez que esta descreve ao custo total de aquisição, operação e manutenção do sistema total.

Assim sendo, as variáveis de decisão seleccionadas são o rácio da pressão no compressor (r_c), a eficiência isentrópica do compressor (h_c) e da turbina a gás (h_T) e as temperaturas do ar à saída do pré-aquecedor (T_3) e do gás de combustão à entrada da turbina (T_4). O modelo de optimização é formulado em função destas variáveis de decisão.

A optimização do problema está sujeita a restrições de nível termodinâmico e físico traduzidas por inequações não lineares.

Restrições Termodinâmicas

As restrições termodinâmicas não são mais do que equações lógicas do processo físico.

Por exemplo, a inequação:

$$T_3 - T_2 \geq 0 \quad (4.29)$$

traduz uma relação óbvia do ponto de vista físico: a temperatura à saída do pré-aquecedor terá forçosamente que ser superior à temperatura de entrada, uma vez que a função do pré-aquecedor é essa mesma: aquecer o ar para entrar na câmara de combustão.

$$T_5 - T_3 \geq 0 \quad (4.30)$$

A temperatura dos gases à saída da turbina (T_5) será superior à temperatura do ar à saída do pré-aquecedor.

A restrição expressa por:

$$T_4 - T_3 \geq 0 \quad (4.31)$$

representa que a temperatura dos gases à saída da câmara de combustão será superior à temperatura do ar à entrada da mesma.

$$T_6 - T_2 \geq 0 \quad (4.32)$$

A equação (4.31) traduz que a temperatura dos gases à saída do pré-aquecedor será superior à temperatura do ar à entrada do pré-aquecedor.

$$T_6 - T_9 \geq 0 \quad (4.33)$$

$$T_7 \geq 400.0 \quad (4.34)$$

A temperatura à saída do recuperador de calor terá de ser inferior a 400.0 K, por forma a evitar a formação de condensados na chaminé. Por outro lado, por forma a garantir a produção de vapor à temperatura T_9 , terá de ser garantida a desigualdade:

$$T_{7p} - T_9 \geq 0 \quad (4.35)$$

Restrições Físicas

As restrições físicas traduzem limites aos componentes relativamente às suas capacidades baseadas na análise de características reais dos mesmos.

Estas características não estão expressas de uma forma explícita na descrição do modelo CGAM, mas uma vez que se pretende aproximar a solução da realidade actual mostrou-se interessante a imposição de algumas limitações às variáveis de decisão do problema original, uma vez que se teve acesso a essa informação.

A informação obtida baseou-se na análise de catálogos de fornecedores e entrevista com alguns engenheiros mecânicos que operam com sistemas térmicos.

$$r_c \leq 16 \quad (4.36)$$

Em média, o rácio de pressão num compressor actualmente no mercado, não é superior a 16, daí a imposição desta restrição no modelo, com o objectivo de o tornar o mais próximo possível de um caso real.

$$h_c \leq 90 \% \quad (4.37)$$

$$h_T \leq 92 \% \quad (4.38)$$

As equações (4.37) e (4.38) traduzem limites superiores de eficiência do compressor e turbina respectivamente, limites esses relativos a equipamentos existentes nas indústrias e considerados excelentes caso se consigam atingir.

$$T_4 \leq 1550 \text{ K} \quad (4.39)$$

Relativamente à temperatura de combustão esta não poderá exceder os 1550 K.

As propriedades termodinâmicas referentes ao ar e gases de combustão apresentam-se na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Propriedades termodinâmicas do ar e gases de combustão

Propriedades Termodinâmicos	c_p (kJ / kg K)	g	R_a (kJ / kg K)
Ar	1.004	1.40	0.287
Gases de combustão	1.170	1.33	0.290

O modelo de otimização aqui descrito é um modelo não linear com restrições não lineares, que foi resolvido usando técnicas numéricas. A sua implementação e resolução nos vários softwares usados é descrita em seguida.

5. IMPLEMENTAÇÃO DOS MÉTODOS

Para obtenção da solução do problema de otimização não linear descrito foram utilizados três métodos de otimização numérica com características próprias, implementados em diferentes ambientes.

5.1. MÉTODO DE PROGRAMAÇÃO QUADRÁTICA SEQUENCIAL (SQP) EM AMBIENTE MATLAB

O software MatLab foi usado na resolução do problema de otimização. O nome MatLab deriva do inglês Matrix Laboratory. É um sistema interactivo baseado na representação matricial para resolução de problemas, no âmbito científico e de engenharia, ou de uma forma geral, no estudo de qualquer problema em que haja um trabalho computacional significativo a realizar e que envolva matrizes, e na sua visualização gráfica. Possui um conjunto de “Toolboxes” (Sistema de Controlo, Otimização, Redes Neurais Artificiais) que permitem resolver classes particulares de problemas. Tem a possibilidade de chamar rotinas desenvolvidas em C ou em Fortran.

O função do MatLab utilizada denomina-se “fmincon” encontra-se na “Toolbox” de otimização e aplica o método da Programação Quadrática Sequencial (SQP), para a resolução de problemas de otimização não linear com restrições lineares e não lineares de igualdade e desigualdade.

A implementação SQP em MatLab consiste em três etapas:

1. Actualização da matriz Hessiana da função Lagrangeana;
2. Solução do problema de programação quadrática;
3. Determinação da função mérito.

5.1.1. ACTUALIZAÇÃO DA MATRIZ HESSIANA DA FUNÇÃO LAGRANGEANA

Para a actualização da matriz Hessiana, garantindo que seja definida positiva, em cada iteração é feita uma aproximação utilizando o método Quasi-Newton, fórmula BFGS onde I_i é uma estimativa dos multiplicadores de Lagrange.

$$H_{k+1} = H_k + \frac{q_k q_k^T}{q_k^T s_k} - \frac{H_k^T H_k}{s_k^T H_k s_k} \quad (5.1)$$

onde

$$s_k = x_{k+1} - x_k \quad (5.2)$$

$$q_k = \nabla f(x_{k+1}) + \sum_{i=1}^n I_i \nabla g_i(x_{k+1}) - \left(\nabla f(x_k) + \sum_{i=1}^n I_i \nabla g_i(x_k) \right) \quad (5.3)$$

Consegue-se ter uma Hessiana definida positiva quando se garante que $q_k^T s_k$ é positivo em cada actualização e H é inicializada com uma matriz definida positiva. Quando $q_k^T s_k$ não é positivo, q_k é modificado elemento a elemento até que $q_k^T s_k > 0$. O principal objectivo desta modificação é fazer uma pequena distorção dos elementos de q_k , que contribuem para que a matriz seja definida positiva. Assim, na fase inicial da modificação, o elemento mais negativo de $q_k s_k$ é repetidamente dividido por dois. Este processo continua até $q_k^T s_k$ ser maior do que $1e-5$. Se após este processo $q_k^T s_k$ continuar negativo, q_k é modificado adicionando-lhe um vector v multiplicado por um escalar w , isto é:

$$q_k = q_k + wv \quad (5.4)$$

onde

$$v_i = \nabla g_i(x_{k+1}) * g_i(x_{k+1}) - \nabla g_i(x_k) * g_i(x_k) \quad (5.5)$$

Se

$$(q_k)_i w < 0 \quad (5.6)$$

e

$$(q_k)_i (s_k)_i < 0 \quad (i = 1, \dots, m) \quad (5.7)$$

$$v_i = 0 \quad (5.8)$$

Então w é aumentado sistematicamente até $q_k^T s_k > 0$.

5.1.2. SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO QUADRÁTICA

Em cada iteração do método SQP é resolvido um problema quadrático (QP) na forma :

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad q(d) &= \frac{1}{2} d^T H d + c^T d \\ A_i d &= b_i \quad i = 1, \dots, m \\ A_i d &\leq b_i \quad i = m + 1, \dots, m_i \end{aligned} \quad (5.9)$$

O método usado na “toolbox” de optimização é uma estratégia conhecida como método de projecção, modificado para aplicação a problemas de programação linear e programação quadrática.

A solução do processo envolve duas fases: a primeira fase consiste no cálculo de um ponto válido (se existir), a segunda fase consiste na geração iterativa de um sequência de pontos válidos que irá convergir para a solução.

A solução obtida através do método de projecção, isto é, a direcção de procura, é utilizada na determinação do novo vector solução. O comprimento do passo a efectuar na direcção d_k é calculado por forma a proporcionar um decréscimo substancial na função mérito, com $A_i d_k$ superior a zero.

$$\mathbf{a}_i = \min \left\{ \frac{-(A_i x_k - b_i)}{A_i d_k} \right\} \quad (i = 1, \dots, m) \quad (5.10)$$

5.1.3. DETERMINAÇÃO DA FUNÇÃO MÉRITO

A função mérito utilizada nesta implementação do SQP é a seguinte:

$$\mathbf{y}(x) = f(x) + \sum_{i=1}^{m_e} r_i f_i(x) + \sum_{i=m_e+1}^m r_i \max\{0, g_i(x)\} \quad (5.11)$$

Em que r é o parâmetro de penalidade:

$$r_i = (r_{k+1})_i = \max \left\{ \mathbf{I}_i, \frac{1}{2} ((r_k)_i + \mathbf{I}_i) \right\} \quad (i = 1, \dots, m) \quad (5.12)$$

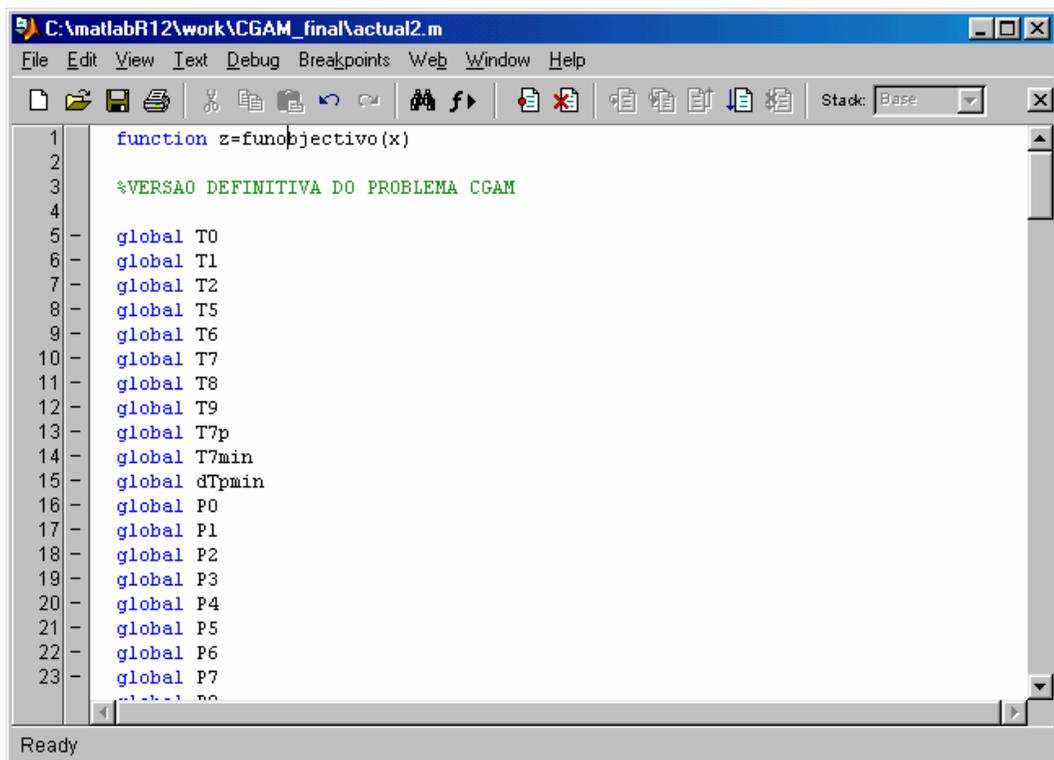
Inicialmente assume-se r_i como sendo:

$$r_i = \frac{\|\nabla f(x)\|}{\|\nabla g_i(x)\|} \quad (5.13)$$

5.1.4. FUNÇÃO “FMINCON” DO MATLAB

Para resolução de qualquer problema não linear com restrições lineares ou não lineares, de igualdade ou desigualdade, através da função “fmincon”, o utilizador deverá criar dois ficheiros do MatLab (“m-files”), um para implementar a função objectivo ($fun(x)$), e outra para implementar as respectivas restrições não lineares de igualdade ($ceq(x)$) e de desigualdade (c_i). Poderá também optar por introduzir num outro ficheiro ou não as equações referentes às restrições lineares. Terá também que definir, caso existam os limites superior (ub) e inferior (lb) das variáveis de decisão.

A título de exemplo na Figura 5.1 está visualizada a janela do MatLab referente ao ficheiro da função objectivo.



```
1 function z=funobjectivo(x)
2
3 %VERSAO DEFINITIVA DO PROBLEMA CGAM
4
5 - global T0
6 - global T1
7 - global T2
8 - global T5
9 - global T6
10 - global T7
11 - global T8
12 - global T9
13 - global T7p
14 - global T7min
15 - global dTpmin
16 - global P0
17 - global P1
18 - global P2
19 - global P3
20 - global P4
21 - global P5
22 - global P6
23 - global P7
```

Figura 5.1 – Implementação em MatLab da função objectivo

Após a implementação do problema em estudo, o utilizador terá apenas de “chamar” a respectiva função, “fmincon”, como se pode visualizar através da Figura 5.2, da seguinte forma:

$$\gg x = \text{fmincon}(\text{fun}, x0, A, b, Aeq, beq, lb, ub, \text{nonlcon}, \text{options})$$

onde x_0 , b , beq , lb , e ub são vectores que definem respectivamente os valores iniciais das variáveis independentes, os vectores dos termos independentes das restrições lineares de desigualdade e igualdade respectivamente e os limites inferiores e superiores das variáveis independentes; A e Aeq são matrizes que definem as funções das restrições lineares de desigualdade e igualdade, respectivamente. $nonlcon$ é o ficheiro que contém os vectores $c(x)$ e $ceq(x)$, que são funções que definem as restrições não lineares de desigualdade e igualdade respectivamente, e que retorna os valores dos respectivos vectores; fun é o nome do ficheiro que contém $f(x)$, a função objectivo, e que devolve um escalar que representa o seu valor na solução óptima. $f(x)$, $c(x)$, e $ceq(x)$ são funções não lineares. O comando “options” apresenta as diversas opções que ficam ao critério do utilizador, salientando-se principalmente a tolerância pretendida para critério de paragem relativamente ao valor da função objectivo (“TolFun”), ao valor do ponto óptimo (“TolX”) e das restrições (“TolCon”) bem como o número máximo de iterações.

Por defeito, o MatLab assume para as tolerâncias mencionadas o valor de $1e-6$.

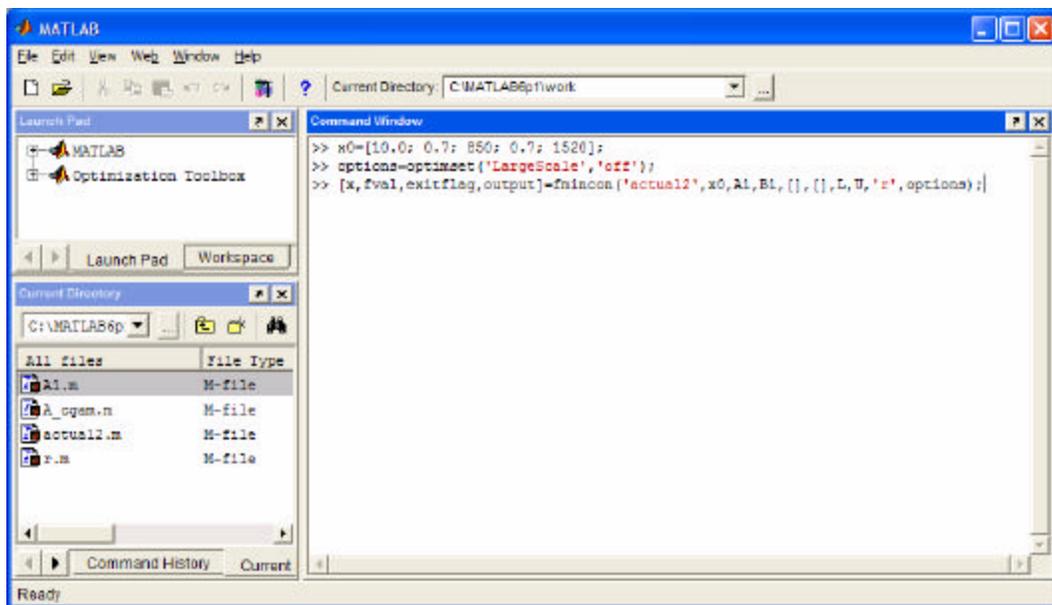


Figura 5.2 – Comandos para chamar a função “fmincon”

O resultado do processo de optimização apresenta-se na forma como se demonstra na Figura 5.3, em que “x” é o vector solução das variáveis independentes ou de decisão, “fval” corresponde ao valor da função objectivo no ponto óptimo, “exitflag” é uma condição de saída, que se for positiva indica que a função convergiu para a solução “x”, se for nula significa que o número máximo de iterações foi atingido e se for negativa indica que a função não convergiu para a solução. O output fornece informação relativa ao

número de iterações efectuadas, ao número de avaliações da função objectivo e o algoritmo usado.

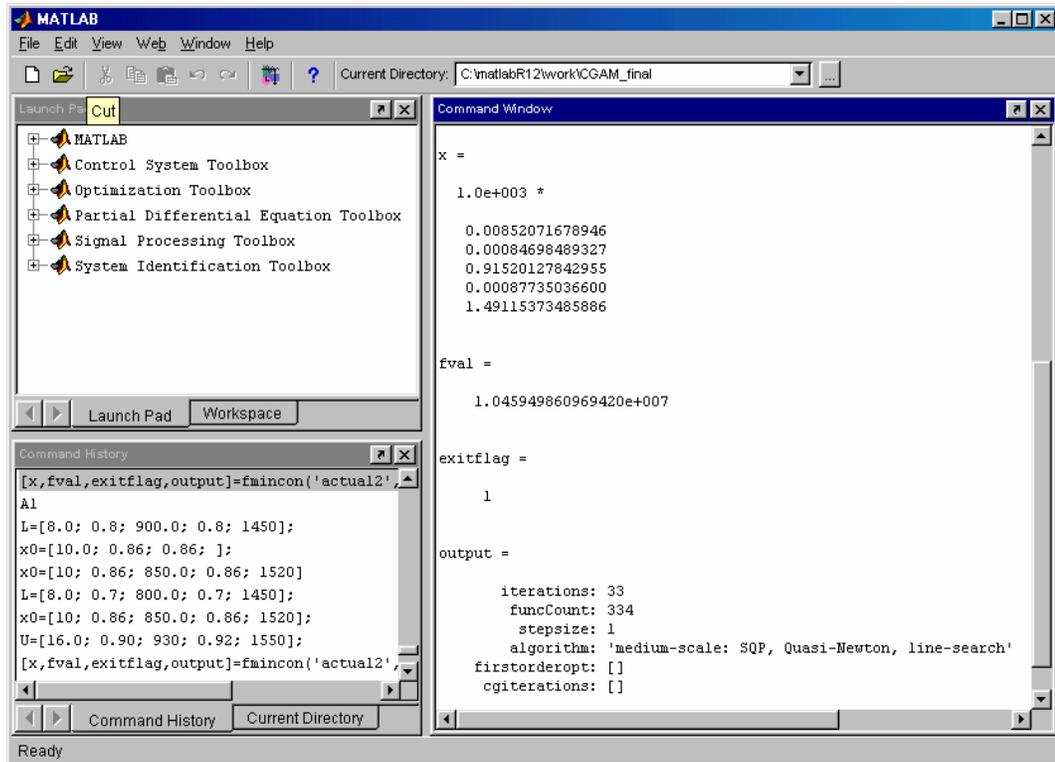


Figura 5.3 – Apresentação da solução da função “fmincon”

5.2. MÉTODO DO GRADIENTE REDUZIDO GENERALIZADO (GRG) EM AMBIENTE LINGO

O software LINGO (versão 8.0) consiste numa ferramenta de desenvolvimento e resolução de modelos de optimização linear, não linear e programação inteira.

O utilizador terá que implementar o modelo referente ao problema em estudo, numa linguagem específica. No ficheiro onde se implementa o modelo, deverão constar todas as equações que descrevem o modelo bem como todas as restrições lineares e não lineares e função objectivo (Figura 5.4).

```

LINGO - [LINGO Model - CGAM]
File Edit LINGO Window Help

C4 = c41*AA^0.6;

C5 = c51*((Qec/dTec)^0.8+(Qev/dTev)^0.8)+c52*ms+c53*(mg^1.2);

!F = cf*mf*Hu*t*3600;

@bnd(6.0,x1,9.0);
@bnd(0.6,x2,0.9);
@bnd(800.0,x3,1000.0);
@bnd(0.6,x4,0.92);
@bnd(1000,x5,1500);

x3 >= T2;
x3 <= T5;
T2 <= T6;
T7 >= T7min;
T9 <= T6;
T9 <= T7p;
T7 >= 400;
T2 > 0;
T5 > 0;
T6 > 0;
T7 >= 0;
T7p >= 0;

min = FCR*ff1*(C1+C2+C3+C4+C5)+cf*mf*Hu*t*3600;

```

Ready NUM Ln 137, Col 12 3:28 pm

Figura 5.4 – Ficheiro de implementação do modelo em ambiente LINGO

Após a implementação do modelo, faz-se a compilação do mesmo e através do comando “LINGO” efectua-se a resolução (“solve”).

O programa abre de imediato uma janela onde se pode visualizar a evolução do método (“LINGO Solver Status) que apresenta o número total de variáveis do modelo e quantas são não lineares e inteiras, o número de restrições identificando igualmente quais as não lineares, podem ainda visualizar-se a quantidade de memória usada e o tempo de processamento bem como o tipo de modelo em análise (linear ou não linear); o tipo de ponto óptimo (local ou global); o valor da função objectivo, o respectivo erro e o número de iterações efectuadas.

Após a convergência do método é processado um relatório de resultados onde constam o valor da função objectivo e o número de iterações efectuadas; os valores de todas as variáveis do modelo e o seu respectivo valor dual, isto é, o custo de uma unidade adicional desse recurso (Figura 5.5).

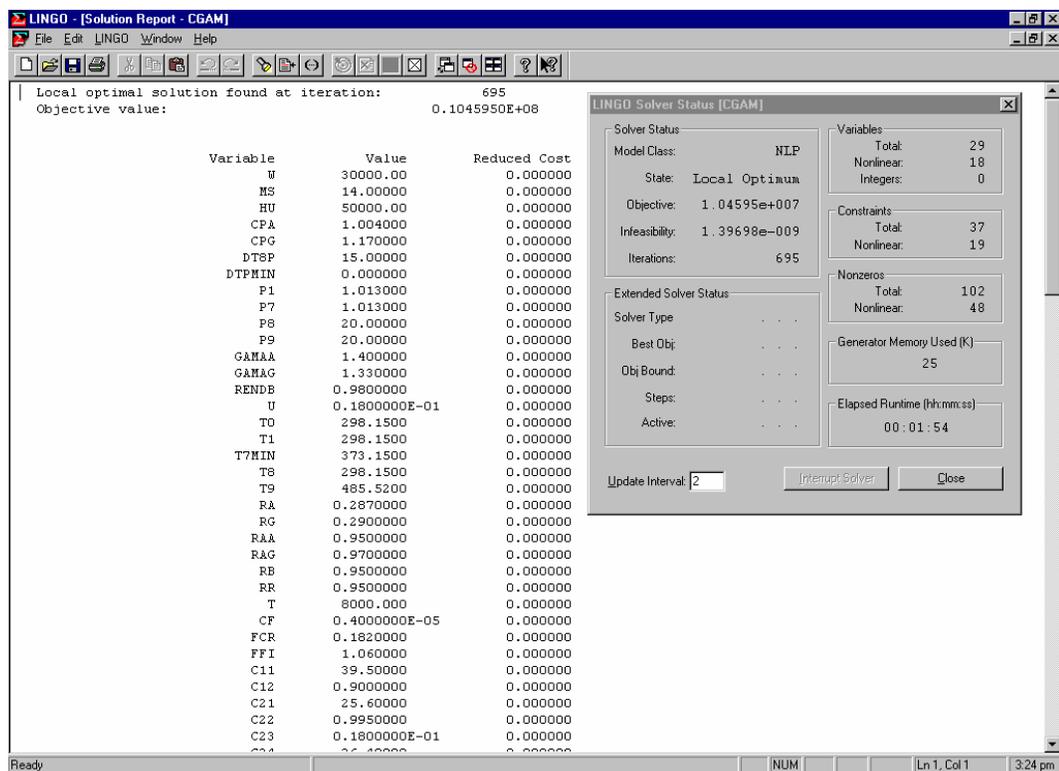


Figura 5.5 – Ficheiro de apresentação de resultados no LINGO

Convém referir que para modelos de programação não linear, o LINGO 8.0 utiliza o método GRG, contudo, para ajudar a encontrar um solução válida mais rapidamente, tem incorporado o método de programação linear sucessiva (SLP).

5.3. MÉTODO BOX IMPLEMENTADO EM FORTRAN

Com base no algoritmo anteriormente apresentado, desenvolveu-se um programa em linguagem FORTRAN, consistindo essencialmente num programa principal com três subrotinas gerais (CONSX, CHECK e CENTR), duas subrotinas definidas pelo utilizador (FUNC e CONST) e um ficheiro de entrada de dados.

Ficheiro de dados de entrada

O ficheiro de introdução de dados armazena os valores dos parâmetros (número de variáveis independentes, número de restrições, o número de variáveis implícitas e o factor

de reflexão), os pontos do complexo gerados aleatoriamente, os valores iniciais das variáveis independentes, o número máximo de iterações e o código de impressão com as opções de impressão apenas do resultado final da optimização ou impressão de todas as iterações.

Programa principal e subrotinas

De acordo com os dados fornecidos pelo ficheiro de “input”, o programa efectua a inicialização das variáveis e transfere os dados para as subrotinas. O valor final da função objectivo e das variáveis independentes são transferidos para um ficheiro de impressão.

De seguida chama a subrotina CONSX que irá coordenar as restantes subrotinas.

A subrotina CHECK verifica se todos os pontos cumprem as restrições explícitas e implícitas e aplica as correcções necessárias ao cumprimento dessas condições se for caso disso, enquanto a subrotina CENTR calcula o centróide dos pontos, que é utilizado na correcção dos pontos que não cumpram todas as restrições e na geração de novos pontos;

O utilizador terá de implementar duas subrotinas, onde especifica a função objectivo (subrotina FUNC) e outra onde especifica as restrições explícitas e implícitas (subrotina CONST), em que as restrições explícitas são colocadas em primeiro lugar

O programa principal imprime em primeiro lugar os valores dos parâmetros introduzidos pelo utilizador e a subrotina CONSX providencia a impressão de resultados intermédios (por iteração) ou apenas o resultado final do programa mediante a opção do utilizador(código de impressão introduzido no ficheiro de input).

Quando a solução converge para um valor óptimo esperado ou quando o número máximo de iterações foi atingido, o programa imprime o valor final da função, o vector solução e o número total de iterações.

6. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS

Os programas implementados usando três tipos de métodos numéricos de otimização não linear, com restrições foram usados para o sistema CGAM.

Neste capítulo, far-se-á a apresentação e discussão dos resultados obtidos.

Foi ainda estudada a influência das restrições físicas e termodinâmicas, de desigualdade, que se impõem pela própria natureza do modelo físico, resolvendo o modelo de otimização sem restrições, usando o software MAPLE V.

Finalmente, realiza-se também a análise de sensibilidade relativamente a alguns parâmetros. Estes testes foram efectuados usando o software MatLab, dada a sua versatilidade e rapidez de cálculo.

6.1. RESULTADOS NUMÉRICOS OBTIDOS

Os valores óptimos das variáveis de decisão (rácio de pressão e eficiência isentrópica do compressor, temperatura de entrada e saída da câmara de combustão, e eficiência isentrópica da turbina) obtidos, usando os métodos numéricos de otimização (após convergência), são os indicados na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 - Valores óptimos das variáveis de decisão para o sistema CGAM

Variáveis	Método Box	Método SQP	Método GRG
P_2/P_1	8.526	8.521	8.521
h_C	0.847	0.847	0.847
T_3	915.372	915.202	915.201
h_T	0.877	0.877	0.877
T_4	1491.4	1491.2	1491.2
F (\$/ano)	$1.04595 * 10^7$	$1.04595 * 10^7$	$1.04595 * 10^7$

A aplicação dos métodos conduziu à obtenção do mesmo valor óptimo da função objectivo. As diferenças que existem nos valores obtidos para as variáveis independentes ou de decisão, que são mínimas e podem considerar-se irrelevantes, devem-se a possíveis

arredondamentos numéricos realizados, e ainda ao facto da função objectivo não ser muito sensível a oscilações nas variáveis independentes quando se está próximo do ponto óptimo.

Assumindo como ponto inicial $x_0 = [10.0; 0.86; 800.0; 0.86; 1520.0]^T$ e sendo este um ponto válido, o número de iterações efectuadas pelos diferentes métodos, até convergirem para a solução óptima, são comparados na Tabela 6.2.

Tabela 6.2 – Comparação dos métodos em termos numéricos

	Método Box	Método SQP	Método GRG
Número de iterações	301	34	23
Tolerância da Função	$1e^{-6}$	$1e^{-6}$	$1e^{-6}$

Foram realizados vários testes com diferentes pontos iniciais válidos e todos os métodos convergiram para a mesma solução, apresentada na Tabela 6.1, que se aproxima bastante da solução apresentada na literatura (Valero *et al*, 1994-a).

Como se pode verificar pela análise da Tabela 6.2, o método Box mostrou-se muito mais lento na convergência, considerando como critério de paragem a tolerância relativamente à função objectivo. Este resultado era previsível, devido às próprias características dos métodos, nomeadamente o recurso à derivada para obtenção da melhor solução. O método Box apresenta ainda outro inconveniente que consiste no facto de só ser aplicado na resolução de problemas de optimização não linear com restrições de desigualdade, enquanto os outros métodos podem ser aplicados a qualquer problema não linear com qualquer tipo de restrições.

Contudo, convém salientar que por vezes o cálculo das derivadas não é muito fácil quando as funções não lineares são mais complicadas, e neste caso, um método de procura seria mais adequado, ou talvez o único que poderá obter alguma solução óptima.

Na Tabela 6.3, apresentam-se os valores das temperaturas e pressões em vários pontos relevantes do sistema CGAM, no ponto óptimo calculado pelo método SQP. Os valores são calculados usando as equações de balanço de massa e energia do sistema, descritas no Capítulo 4 e obedecem às restrições físicas e termodinâmicas, como é exigível.

Tabela 6.3 - Valores de temperaturas e pressões no ponto óptimo do sistema CGAM

Fluxo	Temperaturas (K)	Pressões (bar)
1	298.15	1.013
2	595.38	8.63145
3	915.20	8.19987
4	1491.154	7.78988
5	987.69	1.099
6	717.65	1.0663
7	400.69	1.013
8	298.15	20.0
9	485.52	20.0

Os valores de algumas variáveis termodinâmicas seleccionadas, consideradas importantes, são apresentados na Tabela 6.4.

Tabela 6.4 - Valores das variáveis termodinâmicas seleccionadas no ponto óptimo do sistema CGAM

Variáveis	Valores
\dot{m}_a	99.92217 (kg/s)
\dot{m}_f	1.629457 (kg/s)
\dot{W}_C	29818.96 (kW)
\dot{W}_T	59818.96 (kW)
$\dot{W}_{sistema}$	30000.0 (kW)

Na Tabela 6.5, apresentam-se os valores dos custo de investimento, de operação e manutenção bem como o custo do combustível e o custo total por segundo de laboração.

Como se pode verificar pela sua análise, os componentes com maior peso na função objectivo são o compressor e a turbina, constituindo ambos cerca de 67 % do total de investimento na aquisição do equipamento. Deste modo se compreende a importância de análise e estudo mais focado nas características destes dois componentes do sistema.

Outro aspecto importante que se reflecte na solução óptima obtida relativamente aos custos, é o peso do custo do combustível que compreende cerca de 63 % do custo total por segundo de utilização do sistema. Deste modo, surge também a necessidade de análise detalhada dos parâmetros relativos ao combustível mais indicado a utilizar no sistema.

Tabela 6.5 - Valores dos custos no ponto óptimo do sistema CGAM

Custos	Valores
Custo do Compressor de Ar (\$)	$1.3591 * 10^6$
Custo da Câmara de Combustão (\$)	$1.45175 * 10^5$
Custo da Turbina a Gás (\$)	$2.02078 * 10^6$
Custo do Pré – aquecedor (\$)	$8.37934 * 10^5$
Custo do HRSG (\$)	$1.20319 * 10^6$
Total de Capital Investido em Equipamento (\$)	$5.566179 * 10^6$
Custo do combustível por segundo (\$/s)	0.3258914
Custo de Investimento por segundo (\$/s)	0.1931701
Custo Total por segundo (\$/s)	0.5191615

6.2. SOLUÇÃO SEM RESTRIÇÕES

Na tentativa de obtenção da solução analítica, implementou-se o modelo em estudo, inicialmente sem restrições, no software MAPLE, software dedicado à resolução de problemas matemáticos. A solução obtida apresenta-se sumariada na Tabela 6.6.

Tabela 6.6 – Solução óptima do problema sem restrições

Variáveis	Solução s/ restrições
P_2/P_1	8.521
h_C	0.847
T_3	915.2
h_T	0.877
T_4	1491.2
F (\$/ano)	$1.04595 * 10^7$

Como se pode verificar, a solução obtida pela derivação da função objectivo sem restrições e resolução do sistema não linear resultante igualando as equações a zero, isto é $\partial f(x_i) = 0$, consiste num ponto estacionário que se traduz num ponto muito próximo da solução obtida através dos métodos de optimização não linear com restrições.

A conclusão que se pode obter desta análise é que efectivamente as equações que definem o modelo termodinâmico (físico), obrigam que as restrições sejam forçosamente verificadas, uma vez que se traduzem em limitações físicas de igual modo.

6.3. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

Com o objectivo de estudar a influência de certos parâmetros na solução óptima do problema, foi realizada uma análise de sensibilidade. Esta análise é importante na medida em que permite a avaliação do efeito de desvios das variáveis às condições nominais do sistema ou projecto na definição do “set point” óptimo do sistema. É evidente que a disponibilidade de ferramentas de cálculo facilita a realização desta análise de forma exhaustiva por forma a antecipar maior variedade de cenários.

Dado que normalmente os parâmetros económicos são os mais incertos torna-se interessante estudar com maior ênfase a influência destes na solução óptima do problema em questão.

O estudo efectuado sobre a influência de alterações no custo do combustível e a variação nas despesas de capital, custo de aquisição dos equipamentos em particular, em cada uma das variáveis de decisão bem como no valor óptimo da função objectivo pode ser visualizada através das Figuras 6.1 a 6.6.

O custo do combustível utilizado no modelo descrito é de 4\$/GJ. Uma variação deste valor traduz-se numa ligeira alteração do ponto óptimo de operação, no que diz respeito às variáveis de decisão do problema. Contudo, no que se refere a um aumento do investimento de capital, este provoca uma alteração de uma forma mais acentuada (Figuras 6.1 a 6.5).

A influência dos custos produtivos na razão de compressão (Figura 6.1) pode facilmente “empurrar” o sistema para condições de operação que não sejam facilmente suportadas pelo equipamento.

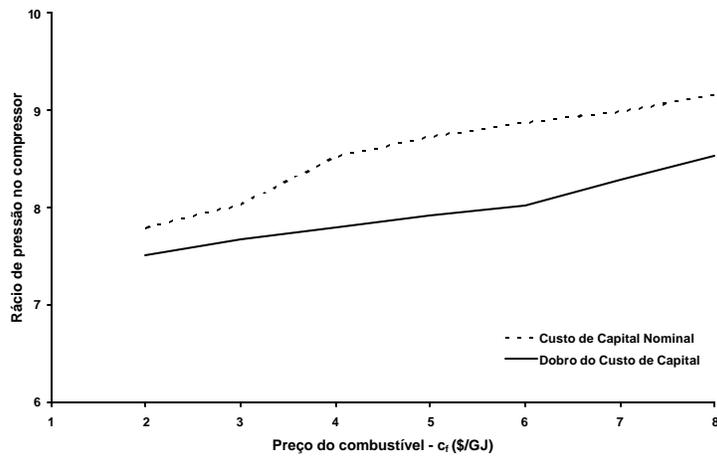


Figura 6.1 – Variação do custo do combustível no rácio de pressão no compressor

A Figura 6.2 mostra que a optimização da instalação requer equipamentos mais sofisticados (maior rendimento isentrópico) sempre que o combustível suba de preço.

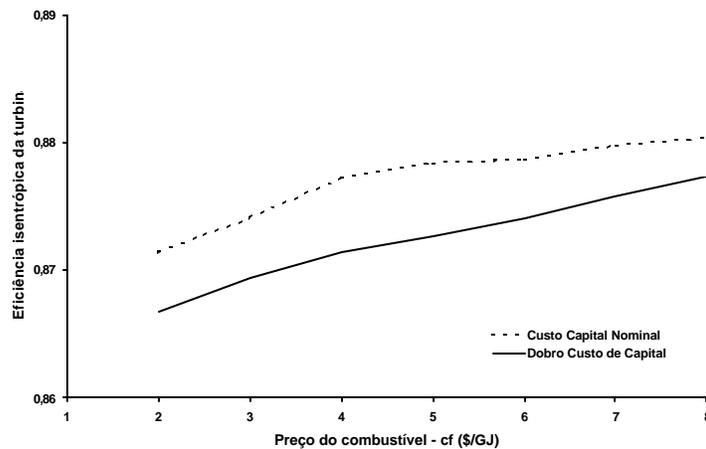


Figura 6.2 – Variação do custo do combustível no rendimento da turbina

Este incremento na eficiência da turbina fez baixar a temperatura final de compressão conforme se vê pelo resultado da Figura 6.3.

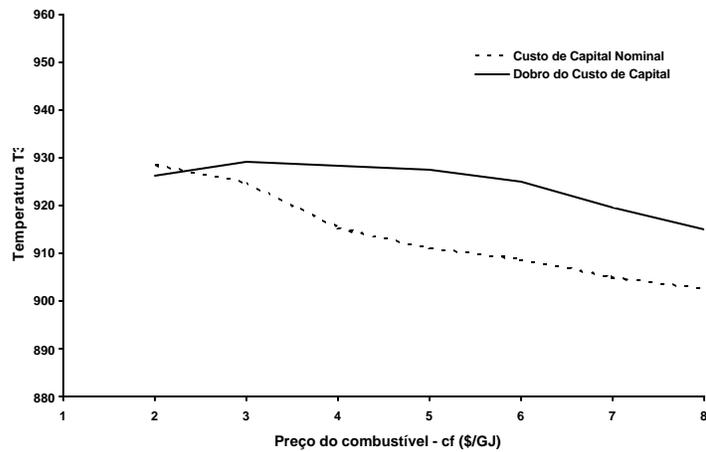


Figura 6.3 – Variação do custo do combustível na temperatura T_3

Por comparação com a Figura 6.2, a Figura 6.4 sublinha que, embora o rendimento da turbina deva ser superior, a eficiência do compressor é mais sensível a alterações nos custos dos factores produtivos.

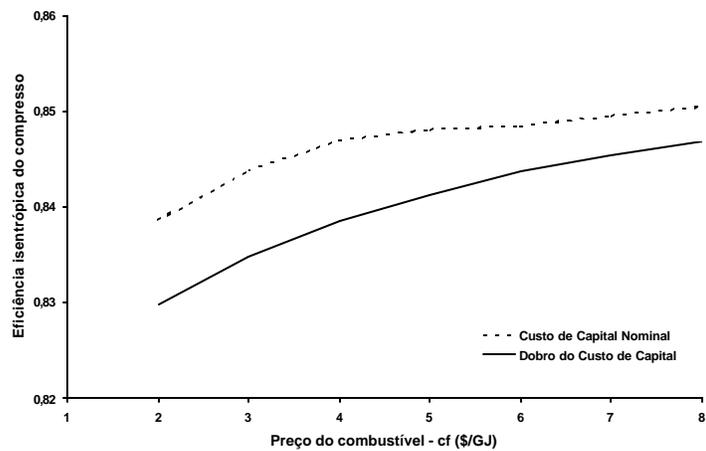


Figura 6.4 – Variação do custo do combustível na eficiência isentrópica do compressor

Sendo T_4 a temperatura à saída da câmara de combustão, a Figura 6.5 mostra que o aumento do custo do combustível tem que ser compensado pelo empobrecimento da mistura ar/combustível, o que é traduzido no abaixamento da respectiva temperatura.

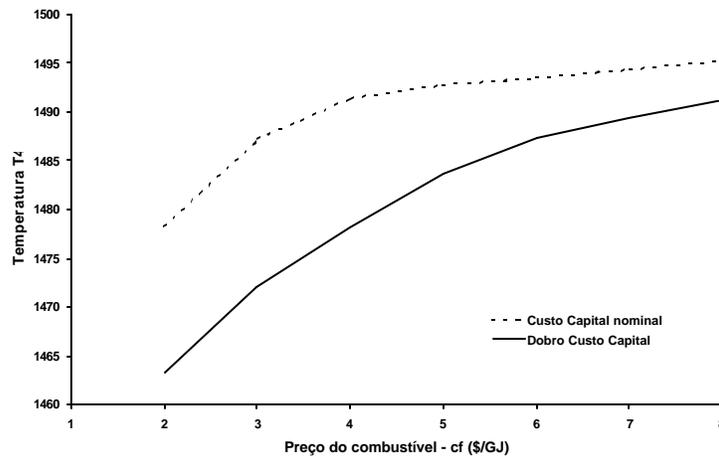


Figura 6.5 – Variação do custo do combustível na temperatura T₄

De um modo geral, pode concluir-se que o custo de capital tem uma influência mais forte nas condições de operação (qualquer um dos parâmetros avaliados) que o custo do combustível. Com efeito, uma duplicação do valor desta variável tem, regra geral, uma influência menor no valor do ponto de operação que uma duplicação do custo do capital.

Atendendo a que é expectável que os custos de capital não sofram variações acentuadas (ao contrário do custo do combustível), esta análise mostra o cuidado que se deve pôr na análise económica destes investimentos, sob risco que rapidamente se tornem pouco atractivos ou mesmo de rentabilidade negativa.

Outro aspecto curioso que se observa nas figuras referentes às variáveis de decisão, consiste no facto de a duplicação do custo de combustível com o custo de capital nominal, e a curva do dobro do custo de capital quando o combustível se mantém encontram o mesmo ponto óptimo de operação. Este estudo foi também efectuado por Frangopoulos (1994), tendo chegado à mesma conclusão.

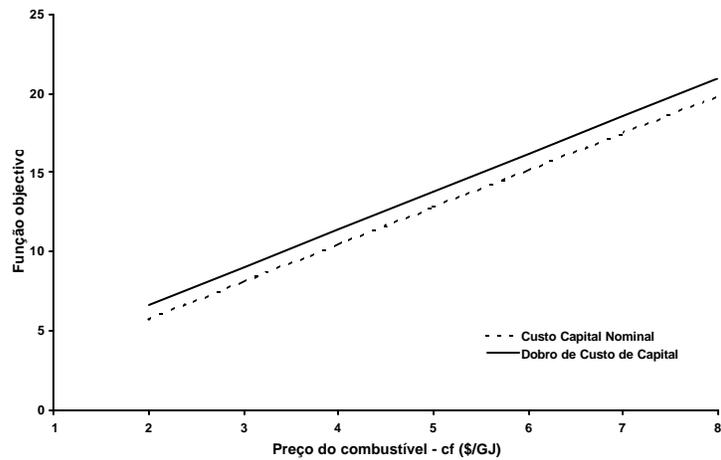


Figura 6.6 – Variação do custo do combustível na função objectivo

A Figura 6.6 mostra que, contrariamente à análise da variação do ponto óptimo das variáveis de decisão, face a alterações no custo do combustível e no custo de capital, a variação do ponto óptimo da função objectivo (custo total) é mais fortemente influenciada pela variação do custo de combustível do que pela variação no investimento de capital. Esta observação vem confirmar os resultados apresentados na Tabela 6.5, que mostram que o custo do combustível representa 63% do custo total.

7. CONCLUSÕES E TRABALHO FUTURO

7.1. CONCLUSÕES

Após o estudo cuidadoso dos modelos termodinâmico e económico do sistema térmico de cogeração, CGAM, proposto na literatura, procedeu-se à implementação do modelo de optimização não linear, com restrições, resultante da sua formulação. Esta implementação foi feita em três ambientes diferentes com vista à comparação da performance de vários métodos e ferramentas numéricas de optimização não linear a n dimensões.

O método Box é um método directo de procura sequencial que tem sido usado com sucesso em problemas com função objectivo não linear e restrições de desigualdade não lineares. O método foi implementado num programa em Fortran.

Dois softwares comerciais foram usados na implementação e resolução do problema por dois outros métodos directos.

O software MatLab, através da função “fmincon”, permite resolver o problema de optimização usando o método de Programação Quadrática Sequencial. São fornecidos pelo utilizador duas “m-files”, contendo a função objectivo e as restrições respectivamente.

Foi ainda implementado em ambiente LINGO, o problema de optimização não linear e resolvido pelo método Gradiente Reduzido Generalizado.

Os três métodos testados, sendo métodos directos, têm características diferentes. Enquanto que o método Box é um método que usa apenas os valores da função objectivo (método de procura), os métodos SQP e GRG são métodos que usam também informação sobre a derivada da função.

Os resultados obtidos foram muito idênticos aos resultados apresentados na literatura para métodos mais complexos de optimização termo-económica, o que demonstra a validade da abordagem implementada.

Para estudar a influência das restrições físicas e termodinâmicas de desigualdade, que se impõem pela própria natureza física dos componentes do sistema, resolveu-se o problema de optimização sem restrições, formulando a sua solução analítica. O sistema de equações algébricas não lineares resultante foi resolvido usando o software MAPLE V.

Uma análise de sensibilidade permitiu estudar a influência de certos parâmetros na solução óptima do problema. O aumento de investimento de capital parece influenciar o

valor das variáveis de decisão do problema, enquanto que o custo do combustível tem uma influência forte no valor da função objectivo.

7.2. SUGESTÕES PARA TRABALHO FUTURO

A aplicação directa dos métodos numéricos de optimização não linear com restrições ao sistema de cogeração, CGAM, abriu caminho à sua extensão a outros sistemas de energia reais e está já em estudo, a modelação de um sistema de cogeração baseado numa turbina a gás, de uma empresa têxtil local (Silva *et al*, 2003; Teixeira *et al*, 2003).

Pretende-se no futuro, desenvolver uma aplicação informática de interface que facilite a definição matemática dos vários componentes do sistema, tornando a modelação de um novo sistema uma tarefa menos onerosa.

Na análise de casos reais, é possível realizar uma análise económica mais completa, uma vez que existe informação relativa ao ambiente económico nacional, podendo ser realizada uma previsão, com base nas taxas de juro e inflação, dos resultados a obter do projecto.

Uma vez realizado o estudo do sistema de cogeração em regime estacionário, uma simulação mais realista exigirá a modelação do sistema em regime transiente.

Seria ainda interessante, comparar a performance dos métodos directos de optimização implementados, com um método indirecto em termos de eficiência e volume de cálculo.

Seria interessante estender a metodologia a outras instalações, nomeadamente as de ciclo diesel e aplicá-la também a instalações de pequena/média dimensão.

REFERÊNCIAS

1. Accadia M. e Rossi, F. (1998), “Thermoeconomic optimization of a refrigeration plant”. Int. J. Refrig., Vol. 21, Nº 1, pp. 42-54.
2. Attala, L., Facchini, B. e Ferrara, G. (2001), “Thermoeconomic optimization method as design tool in gas-steam combined plant realization”. Energy Conversion & Management, 42.
3. Augusto, O.B. e Kawano, A. (1998), “A mixed continuous and discrete nonlinear constrained algorithm for optimizing ship hull structural design”. Ocean Engng., Vol. 25, Nº 9, pp. 793-811.
4. Barros C. (1999), “Avaliação Financeira de Projectos de Investimento”. Editora Vulgata, Lda, Lisboa.
5. Bejan, A., Tsatsaronis, G. e Moran, M. (1996), “Thermal Design and Optimization”. John Wiley & Sons.
6. Bom, L.T., Dias, F.P. e Oliveira, A.R. (1992), “Manual sobre projectos de investimento – preparação, avaliação e decisão”. Associação Industrial Portuense.
7. Box, M.J. (1965), “A new method of constrained optimization and comparison with other methods”. Computer Journal, 8, pp. 42-52.
8. Cerqueira (1999), “Metodologias de Análise Termoeconômica de Sistemas”. Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.
9. Cerqueira, S.A.A.G. e Nebra, S.A. (1999), “Cost Attribution Methodologies in Cogeneration Systems”, Energy Conversion & Management, Nº 40, pp. 1587-1597.
10. Edgar, T.F. e Himmelblau, D.M. (1988), “Optimization of Chemical Processes”. McGraw-Hill International Editions Chemical Engineering Series, McGraw-Hill, Inc.
11. El-Sayed, Y.M. (1988), “A Decomposition Strategy for the Thermoeconomic Optimization of a given System Configuration”, in *Approaches to the design and optimization of thermal systems*, W.J. Wepfer and M.J. Moran, eds., ASME, New York, AES – Vol. 7, pp. 41-47.
12. Fernandes, E.M.G.P. (1996), “Computação Numérica”, Universidade do Minho, Braga. ISBN 972-96944-0-0.

13. Frangopoulos, C. A. (1991), "Comparison of thermoeconomic and thermodynamic optimal designs of a combined-cycle plant". In International Conference on the Analysis of Thermal and Energy Systems, Athens, Greece, (June 3-6, 1991).
14. Frangopoulos, C. A. (1994), "Application of the thermoeconomic functional approach to the CGAM problem". *Energy*, Vol. 19, N° 3, pp. 323-342.
15. Guevara, J.R.M. (2000), "Optimization Strategies for the Synthesis/Design of Highly Coupled, Highly Dynamic Energy Systems". PhD thesis, Faculty Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA.
16. Heinze, K. (1996), "Cost Management of Capital Projects", Marcel Dekker, Inc.
17. Humphreys, K. K. e Wellman, P. (1996), "Basic cost engineering", 3ª ed. revista e expandida, Marcel Dekker, Inc.
18. Jelen, F. C. e Black, J.H. (1983), "Cost and optimization engineering", 2ª ed., McGraw-Hill.
19. Kodal, A., Sahin, B. e Oktem, A. S. (2000), "Performance analysis of two stage combined heat pump system based on thermoeconomic optimization criterion". *Energy Conversion & Management*, N° 41.
20. Rao, S. (1996), "Engineering optimization – theory and practice", 3ª ed., John Wiley & Sons.
21. Sánchez, M.G. e Nebra S.A. (2002), "Thermoeconomic Analysis of a Cogeneration System of a Sugar Mill Plant", Proc. ECOS2002, G. Tsatsaronis et al. eds. TU Berlin. Vol. I, pp. 258-265.
22. Silva, A.M., Teixeira, J.C.F. e Teixeira S.F.C.F (2003), "A numerical thermoeconomic study of a cogeneration plant". Aceite para apresentação na Conferência ECOS2003, Copenhaga, Dinamarca.
23. Spakovsky, M. R. (1994), "Application of engineering functional analysis to the analysis and optimization of the CGAM problem". *Energy*, Vol. 19, N° 3, pp. 343-364.
24. Teixeira, J.C.F., Teixeira S.F.C.F. e Silva A.M. (2003), "Numerical optimization of a gas turbine cogeneration plant". Aceite para apresentação na Conferência TurboExpo, Atlanta, USA.
25. Tsatsaronis, G. (1993), "Thermoeconomic analysis and optimization of energy systems". *Prog. Energy Combust. Sci.*, Vol.19, pp. 227-257.
26. Tsatsaronis, G. e Pisa, J.(1994), "Exergoeconomic evaluation and optimization of energy systems – application to the CGAM problem". *Energy*, Vol.19, N° 3, pp. 287-321.

27. Uche, J., Serra, L. e Valero, A. (2000), "Thermoeconomic optimization of a dual-purpose power and desalination plant". In Conference on Desalination Strategies in South Mediterranean Countries, Jerba, Tunisia (September 11-13, 2000).
28. Valero, A., Lozano, M. A., Serra, L., Tsatsaronis, G., Pisa, J., Frangopoulos, C. e Spakovsky, M. R. (1994-a), "CGAM Problem: definition and conventional solution". Energy, Vol. 19, N° 3, pp. 279-286.
29. Valero, A., Lozano, M.A., Serra, L. e Torres, C. (1994-b), "Application of the exergetic cost theory to the CGAM problem". Energy, Vol. 19, N° 3, pp. 365-381.
30. Vanderplaats, G.N. (1984), "Numerical Optimization Techniques for Engineering Design – with applications", McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering, McGraw-Hill, Inc.